

<b>TITOLO DEL PROGETTO</b>	Approccio all'aritmetica in una prospettiva prealgebrica
<b>Ins. referente del prog.</b>	Cosetta Vedana
<b>Destinatari</b>	Alunni della classe prima di Bribano
<b>Finalità e obiettivi</b>	<p>Il progetto interagisce con la programmazione del docente di classe e intende favorire le seguenti finalità:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>sociale</b>: la comprensione che la costruzione della conoscenza è un processo sociale in cui i compagni svolgono un ruolo fondamentale; la capacità di partecipare alla discussione su questioni matematiche; il dialogo tra pari; l'interazione reciproca fra alunni e docente-alunni; l'ascolto reciproco;</li> <li>• <b>linguistico</b>: la costruzione di un'argomentazione in lingua italiana il più possibile chiara, completa, coerente; l'approccio alla matematica come ad un nuovo linguaggio nei suoi aspetti semantici e sintattici; l'uso corretto del linguaggio matematico; la capacità di tradurre dal linguaggio naturale ai linguaggi della matematica (simbolico, iconico, grafico, ecc) e viceversa;</li> <li>• <b>matematico</b>: la costruzione di una concezione dell'aritmetica che prepari il graduale, lento sviluppo verso il pensiero algebrico che avverrà nella scuola secondaria.</li> </ul>
<b>Risultati attesi</b>	<p>Sul piano:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>sociale</b>: saper partecipare ad una discussione collettiva su questioni matematiche interagendo non solo con l'insegnante ma con i compagni;</li> <li>• <b>linguistico</b>: saper argomentare con chiarezza e proprietà di linguaggio usando anche termini specifici del linguaggio matematico (operazione, addizione, sottrazione, addendo, somma, ecc);</li> <li>• <b>matematico</b>: cominciare a riconoscere concetti fondativi come: rappresentazione di un numero, forma canonica e non canonica di un numero, significato procedurale e relazionale dell'uguale; processo e prodotto.</li> </ul>
<b>Durata del progetto</b>	ANNUALE con interventi tendenzialmente settimanali dell'esperto (circa 25)
<b>Attività programmate</b>	<p>ottobre 2014 – maggio 2015</p> <p>Gli alunni:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. affrontano il concetto di <i>rappresentazione</i> di un numero naturale (Unità 2);</li> <li>2. imparano a riconoscere la rappresentazione <i>canonica</i> e <i>non canonica</i> di un numero anche attraverso i giochi delle Mascherine e del Domino (Unità 2) e delle Piramidi (Unità 5);</li> <li>3. esplorano i concetti di <i>aggiungere</i> e <i>togliere</i>, propedeutici all'addizionare e al sottrarre anche con il supporto del Gioco della Matematicochetta;</li> <li>4. imparano a riconoscere l'<i>analogia</i> di situazioni che presentano una struttura additiva;</li> <li>5. incontrano la differenza fra concezione <i>procedurale</i> e <i>relazionale</i> del segno '=';</li> <li>6. riflettono sugli aspetti semantici e sintattici di una rappresentazione anche grazie all'incontro con l'amico virtuale <i>Brioshi</i> (Unità 1).</li> </ol> <p><u>Nota 1</u>: in ogni incontro si farà uso della LIM.</p> <p><u>Nota 2</u>: le Unità alle quali si fa riferimento sono quelle della Collana ArAl, Pitagora Editrice Bologna.</p>
<b>Verifiche previste: indicare tempi e tipologia</b>	Le verifiche saranno informali e frequenti e si baseranno sui problemi di verifica delle competenze facenti parte del <i>Curricolo di matematica per la scuola primaria – secondaria di primo grado nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra (early algebra)</i> del Progetto ArAl.

23 ottobre 2014

1

*Breve presentazione della classe*

La classe è composta da venticinque alunni provenienti da due diverse scuole materne, una pubblica e una privata. Due alunni sono di origine straniera: una bambina è arrivata dal Camerun alla fine dell'estate, la sua lingua materna è il francese. L'altro bambino è figlio di immigrati dal Marocco e a casa parla l'arabo. Tutti e due faticano a stare attenti e a rimanere tranquilli. Un gruppetto ha problemi nella pronuncia e nel riconoscimento dei suoni. In generale presentano una scarsa manualità e poco controllo dello spazio grafico. Alle discussioni partecipa attivamente circa un quinto della classe e gli altri, se chiamati, si mostrano molto timorosi, il tono di voce è molto basso ed usano parole-frasi. I due bambini stranieri sbagliano la sequenza dei numeri e non contano gli elementi uno a uno. Un gruppetto non ha ancora raggiunto in maniera sicura la conservazione della quantità. Non ci sono particolari problemi di comportamento, ma numerosi alunni faticano a prestare ascolto in maniera attiva e partecipe.

Commenti **Insegnante di classe** (I)

Commenti **Giancarlo Navarra** (IR, Insegnante Ricercatore)

Si comincia raccontando la storia (F 1) e presentando man mano personaggi e materiali: si sono aperti i balconi del castello ed è comparsa la principessa col vassoio d'oro (F 2), poi sono stati introdotti il Dado Magico e la fatina (F 3).



F 1



F 2

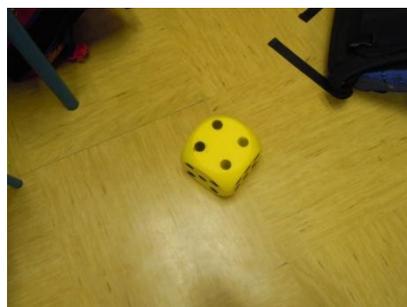


F 3

la principessa ha 2 monete (F 4), il dado dà punteggio 4 (F 5) e la fatina porta sulle ali 4 monete (F 6).



F 4



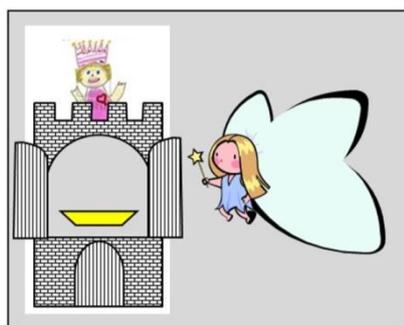
F 5



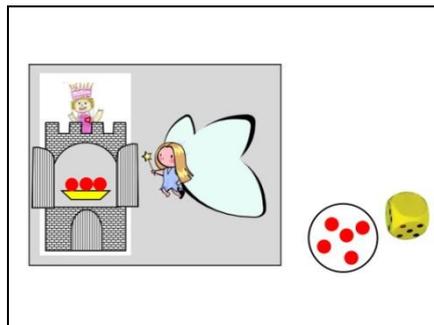
F 6

Vengono proposte altre situazioni con numeri diversi la cui somma non supera il 10.

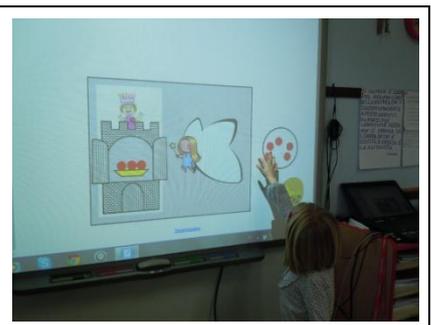
Dopo circa mezz'ora ci si sposta nell'aula con la LIM e si mostrano e si fanno commentare due rappresentazioni: una introduttiva di una tessera del gioco della [Matematochetta](#) vuota (F 7) e un'altra in cui la principessa ha tre perle e, a lato della tessera, c'è un contenitore con delle monete mobili (F 8). Si propongono numerose situazioni e si insegna ai bambini a spostare con le dita gli oggetti sulla LIM. Alcuni spostano le monete nelle ali della fatina (F 9).



F 7



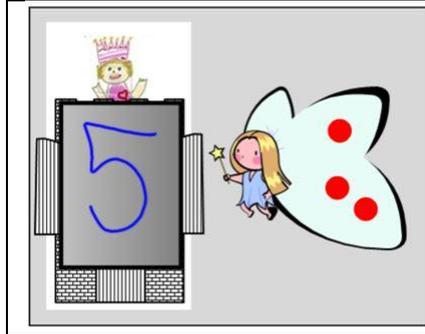
F 8



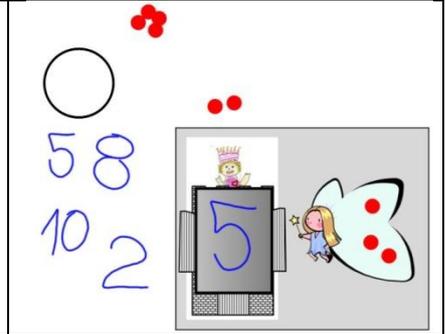
F 9



F 10



F 11



F 12

Manca poco e IR, d'accordo con l'insegnante, decide di concludere l'incontro con una sfida (F 10): copre la finestra del castello con il disegno di un rettangolo (inizialmente non c'è il 5) e mostra la LIM (F 11). Poi spiega:

IR: Immaginate che la fatina porti tre monete. Noi non possiamo vedere quante monete ha la principessa perché c'è questo disegno (il rettangolo). Sappiamo però che ora, con le perle che le ha regalato la fatina, la principessa ha cinque monete (scrive il numero dentro il rettangolo). Siete capaci di trovare quante monete aveva prima di ricevere il regalo? Molti propongono 5, 8, 10 e li scriviamo (F 12).

Laura e Veronica alzano la mano. Laura propone 2 e Veronica fa sì col capo.

IR chiede come hanno fatto a capirlo.

Laura: Se dopo deve essere 5, prima non può essere 8, deve essere 2<sup>1</sup>.

Veronica: Ho contato<sup>2</sup>.

Non si ha tempo di continuare. Termina l'incontro.

3  
.....  
4

<sup>1</sup> In questo primo microepisodio non abbiamo usato il registratore e quindi non abbiamo potuto riportare interventi o scambi significativi sui quali poter riflettere. Sappiamo però bene che gli aspetti più interessanti delle dinamiche linguistiche e sociali che si manifestano nella classe emergono analizzando a tavolino le frasi (di insegnanti e alunni) esattamente come sono state dette, e quindi l'audioregistratore è prezioso (in questo caso comunque la frase di Laura è stata riportata fedelmente). Ripoteremo in seguito anche episodi in questo senso.

<sup>2</sup> La differenza tra le due risposte è importante: (a) Laura si esprime a livello metacognitivo: formula un giudizio su ciò che considera sbagliato e propone un prodotto corretto (2) che lascia però opaco il processo mentale attraverso il quale lo ha individuato; (b) Veronica sa che i due numeri 'vanno messi assieme' e dice quello che ha fatto: ha contato, cadenzando la conta con altrettanti movimenti del capo, le monete una dopo l'altra.

<sup>3</sup> Per queste attività iniziali aventi l'obiettivo di portare gli alunni a riflettere sul numero e sul concetto di aggiungere abbiamo deciso di riferirci alle attività previste dal Progetto Matematico.

<sup>4</sup> In questo primo incontro abbiamo curato soprattutto il linguaggio, in coerenza con una delle ipotesi forti del progetto ArAl: se è vero (come sosteniamo assieme a gran parte della ricerca sull'educazione matematica) che competenze significative in ambito matematico si costruiscono potenziando gli aspetti linguistici, allora è necessario che anche il docente di matematica curi la verbalizzazione e l'argomentazione. Può essere utile in questo senso la lettura di Glossari ArAl facendo attenzione anche al disegno contenuto nel testo.

<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Riferendoci agli aspetti linguistici commentiamo alcune situazioni verificatesi in classe riconducendole a questioni di carattere generale:

*Sit 1: Quando gli alunni raccontano piccole 'storie' sulle monete portate alla principessa dalla fatina, spesso parlano con il tono di chi pensa di dover ripetere parole già dette da altri prima di loro, tenendo gli occhi fissi sull'insegnante, a cercare la sua costante approvazione. La loro attenzione non è rivolta al raccontare, ma esprimono la preoccupazione di adeguarsi ad una richiesta che, in fondo, rimane loro estranea. In generale, è necessario fare in modo che gli alunni capiscano gradualmente che stanno parlando per la classe, non per l'insegnante, perché non è lei che deve controllare la correttezza di quello che dicono ma sono loro stessi che si assumono la responsabilità di ciò che spiegano (v. [devoluzione](#), [costruzione sociale della conoscenza](#)). Tutto questo richiede tempi molto lunghi ma, allo stesso tempo, l'insegnante dovrebbe manifestare con continuità il fatto che per lui la parola è un valore anche nell'ambiente matematico dove sembra dominare la capacità di fare: calcolare e trovare risultati.*

*Sit 2: Se il narratore racconta, per esempio, che la fatina regala 4 monete alla principessa che ne ha già 5 e chiede alla classe quante sono in tutto le monete che ha ora, molti alunni tendono a dire, dopo aver contato in silenzio, "Nove!". È opportuno chiedere che non si accontentino di dire il risultato, ma argomentino in modo completo, dicendo almeno "La principessa ha ora nove perle". In seguito ci si potrà aspettare una frase più articolata del tipo "La principessa ha 5 perle, la fatina gliene porta 4 e adesso in tutto ha 9 perle", oppure, quando verranno costruite le competenze relative all'addizione, potremo attenderci una frase come: "Ho aggiunto le 4 perle della fatina alle 5 che la principessa ha già e ho trovato che ora la principessa ha 9 perle" (definizione [procedurale](#)). Più in là ancora si potrebbe giungere a: "La somma fra le perle della principessa e quelle della fatina è 9" (definizione [relazionale](#)).*

30 ottobre 2014

L'insegnante di classe effettua delle AudioRegistrazioni [AR]

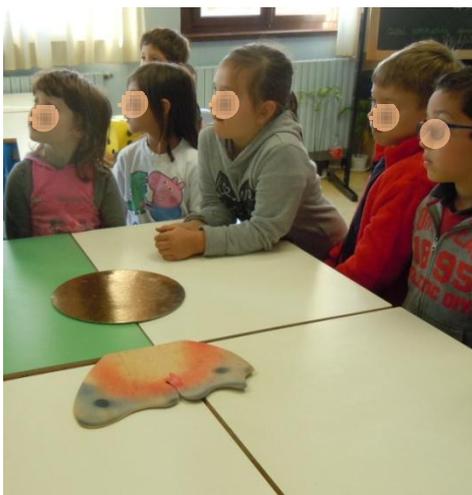
2

**Commenti** *Giancarlo Navarra* (IR, Insegnante Ricercatore)

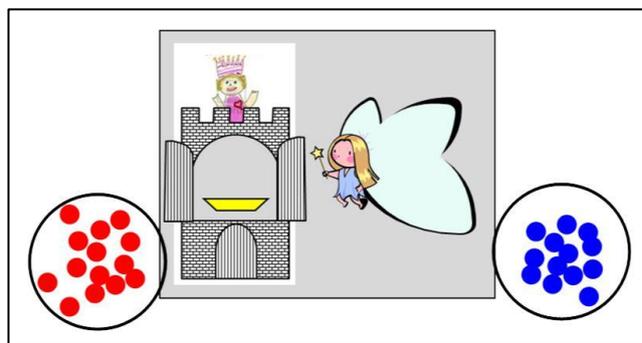
Nel preparare l'attività I ritiene opportuno differenziare i colori dei gettoni: rosso per le perle della principessa, blu per quelle che porta in regalo la fatina.

6

- Si spiega che si continua il gioco della fatina e della principessa senza più usare gli oggetti veri e si presenta la LIM 1 (F 14). Si prosegue curando tre diversi linguaggi<sup>7</sup>
  - verbale: gli alunni raccontano una storia e argomentano le scelte conseguenti e le conclusioni;
  - gestuale: realizzano la situazione narrata usando il disco d'oro e le ali della fatina (F 13);
  - iconico: riproducono sui disegni della LIM la situazione descritta in (a) e realizzata in (b).



F 13



F 14

- IR spiega in cosa consiste l'attività: racconterà una storia e si interromperà nei momenti nei quali gli alunni svolgeranno i ruoli che sono stati loro assegnati. Inizia raccontando che la fatina ha 3 monete nel vassoio d'oro (una bambina mette 3 gettoni sul disco); poi prosegue dicendo che viene lanciato il dado magico (un alunno lancia il dado di gommapiuma ed esce 2); la fatina prende dal deposito il numero di monete indicato dal dado e le deposita sull'ala (un'alunna realizza il racconto).
- La situazione è quindi: 3 monete nel vassoio e 2 sull'ala.
- IR: Secondo voi adesso quale potrebbe essere la domanda?
- Molti alunni dicono subito che si vuole conoscere il numero delle perle che ha ora la principessa.
- IR invita un alunno a ricostruire sulla LIM la storia raccontandola e spostando le monete (cosa che avviene con molta difficoltà perché il dito 'non scivola' sulla superficie della LIM).

**[Inizio audioregistrazione 1-006]**

- Paolo<sup>8</sup>: ... Che c'è la... la principessa... poi c'è la fatina... il vassoio...
- IR: Sì, ma queste cose le ha già dette lei (una bambina che aveva parlato prima di lui). Che cosa fa la fatina? Che cosa fate con queste cose qui?
- Laura: Che la fatina porta... porta le monetine alla principessa...
- IR: Benissimo... e le monetine vanno dalla principessa?

<sup>6</sup> L'incontro si è svolto in modo piuttosto faticoso confermando le osservazioni dell'insegnante di classe, fatte prima di iniziare l'attività, sulle diffuse difficoltà nell'esprimersi da parte degli alunni. Come emerge anche dalle registrazioni, essi o non intervengono o lo fanno con grande fatica, raccontando in modo incerto, per soddisfare le richieste degli insegnanti più che per motivazione personale, quasi intimoriti di esprimersi o di sbagliare. Bisogna gestire costantemente un difficile equilibrio tra il tempo dato ad un alunno per costruire le frasi e la distrazione dei compagni molti dei quali, probabilmente, si comporterebbero allo stesso modo ma in quel momento si annoiano e l'insegnante deve richiamarli. Complessivamente hanno partecipato sei alunni (alcuni trascinati al martirio...).

<sup>7</sup> La ricerca ha messo in luce come la capacità di controllare una pluralità di rappresentazioni della stessa situazione – in questo caso linguaggio naturale parlato e scritto, iconico, gestuale – favorisca negli alunni la formazione delle competenze in ambito matematico.

<sup>8</sup> L'alunno ha timore di parlare e si esprime a voce bassissima. Noterò poi, quando gli dirigo il dito sulla superficie della LIM per spostare le monete, che la mano è molto sudata.

11. Laura: No, le porta alla fatina.
  12. IR: Devi spiegarlo bene. Allora: c'è qualcuno che butta il dado magico, poi?
  13. Laura: Poi... il numero... c'è il dado magico che si lancia e il numero che viene fuori... le monetine che la fatina...
  14. IR: Immaginiamo che venga fuori 3.
  15. Laura: Sì.
  16. IR: Cosa succede?
  17. Laura: La fatina prende le tre monetine e le porta alla principessa...
  18. IR: **Si. E la principessa ha già delle sue monete?**<sup>9</sup>
  19. Laura: Beh... sì...
  20. IR: Sì... tre, due, una... non si sa ancora. E allora quando la fatina porta le monete alla principessa cosa succede?
  21. Laura: Che ce ne sono di più.
  22. IR: Ce ne sono di più... e noi cos'è che vi chiediamo di dirci?
  23. Laura: Mmm...
  24. I: La domanda che facciamo noi a voi qual è?
  25. Laura: Di dire quante monetine c'ha la principessa.
  26. IR: Benissimo! Paolo, hai ascoltato quello che ha detto?
  27. I: Adesso lo dice Paolo.
- [Fine audioregistrazione 1-006<sup>10</sup>]
- [Inizio audioregistrazione 2-007]
28. IR: Forza... il dado magico...
  29. Paolo: Il dado magico ha... fatto venir fuori il cinque...
  30. I: Il dado magico ha fatto venir fuori il cinque...
  31. Paolo: (*lungo silenzio*) ... la fatina porta il cinque (*IR bisbiglia Forza*)
  32. IR: Sì, ma prima deve mettersi... quello che ha fatto lei (*indica la fatina di turno che ha messo sulle ali cinque monete*) Cos'ha fatto lei?
  33. Paolo: Ha messo le monetine nel vassoio...
  34. IR: No... vieni a vedere... guarda cos'è che ha fatto lei prima... *IR porta Paolo al tavolo su cui ci sono il vassoio e l'ala F 13* Con le monetine blu cos'ha fatto?
  35. Paolo: Le ha messe... le ha messe là... nel... nel... nell'ala della farfalla.
  36. IR: Della fatina. Adesso tu vai a fare la stessa roba lì... (*indica il disegno sulla LIM*) *silenzio* Come va avanti la storia? Dài, quella che ha raccontato lui. Cos'ha fatto lui?
  37. Paolo: Ha messo le monete blu nel nel nell'ala della farfalla.
  38. IR: Ma no, le hai messe già tu nell'ala della principessa.
  39. I: Io non sento niente... Capisco anche loro che si annoiano.
  40. IR: Allora tu hai messo le monete blu...
  41. Paolo: Nell'ala della fatina.
  42. IR: Cos'è ha fatto poi lui?
  43. Paolo: Mmm... ha messo le monetine... (*IR bisbiglia con aria complice Quali? Quali monetine?*) Quelle gialle...
  44. IR: Dove?
  45. Paolo: Nel vassoio d'oro.
  46. IR: Oh, adesso fai la stessa roba qua.
  47. *Silenzio.*
  48. IR: Lui (*l'alunno che svolge il ruolo di principessa aveva messo nel suo vassoio sul tavolo sei monete*) cos'è che ha messo nel vassoio magico? Le monete che sono di chi?
  49. Paolo: Mmm...
  50. IR: Nel vassoio d'oro queste monete di chi sono?
  51. Paolo: La principessa.
  52. IR: Oh, allora forza, quante ne devi mettere? Quante ne ha messe lui?
  53. Cinque.
  54. Vai a vedere là quante sono. Oh, ma bimbo! Bisogna stare anche attenti, eh, via! Oooh.
  55. *Segue una lunga fase nella quale IR insegna a Paolo come spostare con il dito gli oggetti sulla LIM. Finalmente*

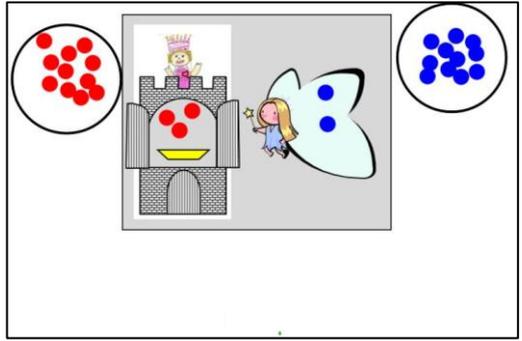
<sup>9</sup> La domanda (18) spiazza Laura (19) perché in effetti il vassoio della principessa nella LIM è ancora vuoto. Nelle situazioni che si realizzeranno nei prossimi incontri sarà opportuno che per prima cosa si stabilisca quante monete ci sono nel vassoio d'oro.

<sup>10</sup> È evidente come la verbalizzazione proceda in modo molto lento e faticoso. A parte un paio di alunni gli altri o non si esprimono, o lo fanno a voce bassissima, o con il tono di una litania frammentata e inespressiva. IR o I devono intervenire di continuo per sostenere gli interventi. Gli alunni sono seduti in cerchio sul pavimento ma è comprensibile che facciano fatica a stare attenti perché in certi momenti si procede con notevole difficoltà.

- inserisce nel vassoio le sei monete.*
56. *Mentre Paolo sposta le monete l'insegnante favorisce la partecipazione dei compagni.*
57. I: Se Paolo sbaglia glielo dici tu, va bene?
58. *Paolo continua a spostare monete.*
59. I: Cosa sta facendo Paolo?
60. Laura: Sta mettendo le monete.
61. I: Quali monete?
62. Laura: Sei.
63. I: Allora quante?
64. X: Sei.
65. I: E allora che domanda facciamo?
66. IR: Solo Laura? Dai, dai!
67. Anna: Mmm...
68. IR: Allora, che domanda possiamo fare a lui?
69. Anna: Non mi viene.
70. IR: Non ti viene...
71. Riccardo M: Contare le monete.
72. *Eleonora chiede di parlare.*
73. IR: Bene. Allora che domanda faresti ad Alberto?
74. Eleonora: Quante monete ci sono.
75. IR: Dove?
76. Eleonora: Sul vassoio magico, cioè nel vassoio d'oro.
77. IR: Bene, allora: quante monete ci sono nel vassoio d'oro della principessa? Benissimo.
78. I: Riccardo M. ha alzato la mano. Bravo.
79. IR: Adesso risponde Alberto (*che aveva alzato la mano prima*) e poi Riccardo.
80. Alberto: Sono undici.
81. IR: Dilla meglio, che si capisca bene.
82. Alberto: Le monete della principessa sono undici.
83. IR: Come hai fatto a capire che sono undici?
84. Alberto: Mmm...
85. IR: Come hai fatto a dire undici?... La tua testa, secondo te, cos'ha fatto per dire undici?
86. Alberto: Perché ha contato.
87. IR: Hai contato. Allora fammi vedere come conti.
88. Alberto: Uno... due... (*va avanti fino a 11 indicando una alla volta le monete*).
89. IR: Undici. Dimmi Laura.
90. Laura: Volevo dire anch'io undici.
91. IR: E tu come hai fatto a capire che sono undici?
92. Laura: Perché... ehm... la principessa prima aveva sei monete e la fatina ne regala cinque. Cinque più sei fa undici.
93. IR: **Oh, allora. Bene.**<sup>11</sup>
- [Fine audioregistrazione 1-007]
94. *IR chiede a qualche alunno di esprimersi sulle frasi di Alberto (76) e Laura (82). Invita Providence<sup>12</sup> che però non collabora.*
95. *Si passa ad un'altra situazione elaborata assieme agli alunni (F. 15): la principessa ha tre monete e il dado stabilisce che la fatina gliene regala due:*

<sup>11</sup> *La sequenza 79-92 è molto interessante perché fa emergere uno dei nodi che troveranno maggiore sviluppo nel corso dell'attività: Alberto conta (86-88) mentre Laura argomenta illustrando con grande chiarezza il processo. La questione non viene approfondita in questo momento, perché la classe è decisamente distante da una riflessione sui due interventi.*

<sup>12</sup> *Providence è arrivata dal Camerun in settembre e parla francese. Comincia a capire l'italiano. IR l'ha invitata a partecipare perché tende a distrarsi, a disturbare, a distribuire calci e spintoni.*



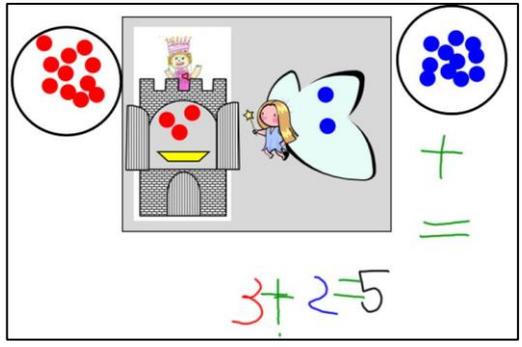
F 15

96. IR invita a raccontare la scena e a spiegare quante monete ha ora la principessa.  
 [AR 3-008]  
 97. Andrea: Mmm... i numeri che ha la principessa... è tre più due che ha la fatina...  
 98. IR: L'unico problema è che non devi parlare a noi, ma a loro, anche a Providence che ti deve ascoltare... Vai, bravo.  
 99. Andrea: ... che il tre... la principessa ha tre monete più due che ha la fatina.  
 100. IR: E quel 'più' come lo potresti spiegare a lei (Providence) cosa vuol dire quel più... tre più due...  
 101. I: Cosa vuol dire 'più'?  
 102. IR: Cosa vorrebbe far capire, lei? (Laura)  
 103. Andrea: Il più vuol dire che... un num... un numero... un numero... là... vuol dire... (IR bisbiglia Vai! Vai così!)  
 tre... tre monete...

[Fine audioregistrazione 3-008]

104. IR invita a scrivere la situazione in linguaggio matematico. Si verifica che molti non possiedono ancora dei simboli scrivendoli sulla LIM (F 17 in alto). Il lavoro prosegue con la partecipazione molto attiva di Laura trascrivendo in simboli<sup>13</sup> (F 16):

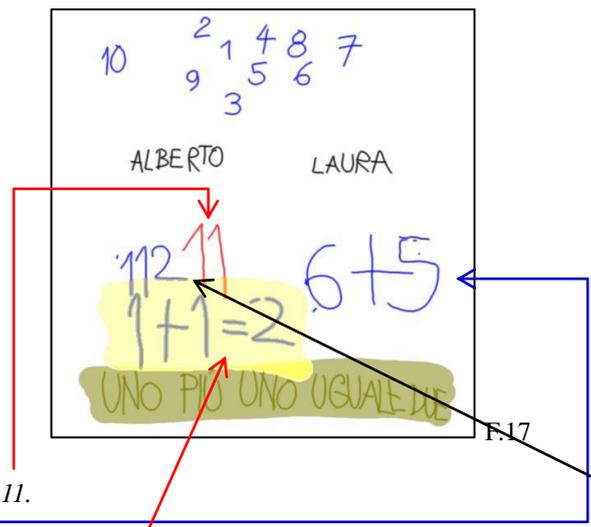
- (a) il numero delle monete della principessa (3 in rosso),
- (b) il numero delle monete che porta la fatina (2 in blu),
- (c) il numero complessivo delle monete della principessa (5 in nero),
- (d) il legame fra 3 e 2 (+),
- (e) il legame fra 3+2 e 5 (=).



F 16

105. Si propone una nuova situazione in cui, senza lanciare il dado, gli alunni decidono che la principessa ha 5 monete e la fatina gliene regala 6. Bisogna trovare quante monete ha ora la principessa.

<sup>13</sup> Le rappresentazioni illustrate nel Commento 6 al rigo 1 si arricchiscono attraverso l'uso del linguaggio matematico. Nei prossimi incontri si lavorerà sui passaggi da un linguaggio all'altro.



106. Alberto propone di scrivere 11.
107. Laura propone 6+5.
108. Un bambino afferma di sapere come si sommano i numeri scritti da Alberto e quanto fa. Scrive 112.
109. Laura sostiene che non va bene.
110. Veronica dice che sa come si legge: Centododici.
111. Laura va alla LIM e scrive 1+1=2.
112. IR evidenzia la scrittura e poi scrive 'Uno più uno uguale due' e tutti leggono le parole man mano che vengono scritte<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> La sequenza 106-112 costituisce un buon esempio di sviluppo del balbettio algebrico. Sarà interessante far confrontare le varie rappresentazioni e far spiegare, anche nel modo più naïf, perché Laura ha sostenuto che la proposta '112' non va bene ma è corretto '1+1=2'.

6 novembre 2014

L'insegnante di classe effettua delle VideoRegistrazioni [VR]

3

Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra (IR, Insegnante Ricercatore)*

*Gli alunni sono seduti sul pavimento<sup>15</sup>. IR propone una pagina elaborata nell'incontro precedente (F 16) e chiede di spiegarla<sup>16</sup>. La maggior parte degli alunni mostra timore ad intervenire e a raccontare. Quando parlano si rivolgono costantemente all'insegnante; si fregano le mani, le contorcono, flettono il corpo.*

[VR 02]

113. Alice: La principessa ha 3 monetine e la fatina ne regala 2... che... uguale... 5, che vuol dire che in tutto fanno 5.

114. Marco V.: È vero che 3 più 2 fanno 5...

115. IR: Fanno 5... Allora la domanda che vi faccio è: questo segno qui (*indica il '+'*) cos'è che fa capire secondo voi?

116. *Si alzano solo tre mani (Alice, Laura e Riccardo M.).*

[VR 02 fine]<sup>17</sup>

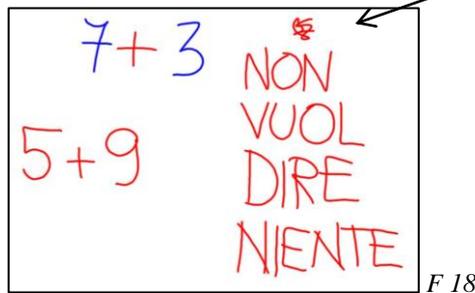
*IR apre una nuova pagina sulla LIM (F 18) e scrive 7+3.*

[VR 04]

117. Veronica D. (*immediatamente*): 10! (*Altri ripetono "Dieci"*).

118. IR: A me piacerebbe che tu mi dicessi che cosa riesci a capire, guarda... *Disegna uno sgorbio e lo inserisce fra i numeri 7 e 3 al posto del '+'*. *Scambia più volte il '+' e lo sgorbio.*

119. Alice: Questo (*lo sgorbio*) non vuol dire niente. *IR scrive queste parole alla LIM.*



F 18

120. IR: Se metto questo (*lo sgorbio*) tra 7 e 3 dite che non vuol dire niente. Se metto il '+' invece dite che si capisce. Vuol dire che qualcosa racconta.

[VR 05]

121. Giorgia: Se magari metti 7 col 3 e non metti il più non vuol dire niente, se invece metti il 7 e poi metti il più e poi metti il 3, vuol dire 7 più 3 fa 10.

122. Alice: Se aggiungi il più vuol dire la cosa, se no, se non aggiungi il più, non puoi capire cos'è, cosa vuol dire il 3.

123. IR: Allora se metti il più vuol dire che devi fare che cosa?

124. Alice: ... che devi aggiungere il 3...

125. *IR invita un altro alunno (Alberto) a parlare.*

126. IR: Alice ha dato una bella spiegazione, piena di parole. Vediamo un po'... Alberto, vieni qui...

127. Alberto (*in crisi*): Mi ha rubato la parola.

128. IR: La parola? Non ci credo. Vieni qui e vedrai che non ti ha rubato niente. *Il bambino rimane con la testa fra le mani* Oooh, Alberto, che pizza che sei! (*bambini lo consolano*) Tutti possono pensare la stessa cosa, scusami, eh!

<sup>15</sup> *L'aula in cui si svolge l'attività non è quella della classe perché nella scuola c'è solo una Lavagna multimediale e quindi gli alunni devono spostarsi. Sino a che non saranno necessari i quaderni si preferisce che essi si siedano per terra in semicerchio davanti alla LIM.*

<sup>16</sup> *Proseguono le attività per la comprensione del linguaggio matematico. L'insegnante della classe ha appurato, dopo l'incontro precedente, che per molti alunni i simboli del linguaggio matematico sono ancora oscuri. Desideriamo quindi verificare che significato essi attribuiscono: (a) al simbolo '+'; (b) al simbolo '='; (c) alla scrittura complessiva '3+2=5'.*

<sup>17</sup> [VR 02]

*Alice (113) e Marco V (114) evidenziano il punto di vista dominante di tipo **procedurale**. Qualche giorno prima avevo posto la stessa domanda agli alunni di una prima primaria di Trieste su cosa significasse il simbolo '+'; un alunno ha risposto: "Il più vuol dire cosa fa (intende dire 'qual è il risultato')". L'atteggiamento procedurale nasce all'esterno della scuola, dalla soddisfazione, peraltro legittima, dell'ambiente che circonda il bambino quando, ancora in età prescolare, mostra di saper svolgere i primi calcoli. Non si vuole negare la validità di questa competenza, ma invitare gli insegnanti ad affiancare – con gradualità – a questa concezione quella più evoluta, che affianchi la precedente, e favorisca lo sviluppo del pensiero **relazionale**.*

Nessuno ruba la parola a nessuno. Tu non mi puoi rubare nessuna parola, e io non posso rubare nessuna parola a te perché la parola è tua. Quando devi spiegare, spieghi con le tue parole e lei non ti ha rubato assolutamente niente.

129. Veronica: Il più non vuol dire niente, ma se metti il più vuol dire.

130. IR: E cosa vuol dire?

131. Veronica: Un numero.

132. IR: Il più vuol dire un numero?

133. Veronica: No...

134. IR: No? (*Alcuni alzano la mano*)

135. Alice: Solo se metti un altro numero vuol dire il numero, ... se prendi il 2 e il 4 aggiungo il più... 2 più 4 fa 6.

[VR 04-05 fine]<sup>18</sup>

*La maggior parte degli alunni non interviene. Sinora solo quattro hanno preso parte attiva alla lezione; cinque o sei (quelli che hanno partecipato più attivamente nell'incontro precedente) alzano di frequente la mano; i rimanenti, tranne due o tre perennemente distratti, partecipano in modo passivo e si intimidiscono se sono invitati a parlare. Sinora sono state affrontate varie strategie per definire la situazione: la manipolazione, la verbalizzazione, le rappresentazioni iconiche, il linguaggio simbolico. Si attua ora una semplice drammatizzazione. IR accompagna fuori dalla classe sette bambini, spiega loro cosa dovranno fare e dice di aspettare. Torna in classe e spiega la consegna.*

[VR 07]

136. IR: Adesso faccio una cosa con loro (*indica i bambini fuori dalla porta*), e tu (*Marco*) cerca di scrivere (*mostra la pagina F 18*) usando i numeri, eccetera, la scenetta che adesso vedrai. (*torna dai bambini fuori dalla porta e fa entrare un gruppo di quattro alunni*) Ecco, questa è la situazione di partenza (*poi fa entrare il gruppo di tre*).

137. IR: Marco, descrivi cos'è che abbiamo fatto.

138. Marco V.: Ehm, che sono venuti fuori... ehm... dei bambini...

139. IR: 'Dei'?

140. Marco: ... dei personaggi...

141. IR, *vista l'incertezza, fa ripetere la scena.*

142. IR: Bene. Cos'è successo?

143. Marco V.: Prima c'erano solo quattro bambini, poi ne sono venuti altri tre che in tutto hanno fatto sette.

144. IR: Sai scrivere con quei numeri questa situazione?

145. *Marco scrive su una pagina nuova  $4+3=7$ .*

146. *L'insegnante di classe chiede se tutti hanno capito; insiste per un po' e finalmente Eleonora dice di non aver capito e altri prendono coraggio e la seguono.*

147. IR (*sposta il 4 lontano isolandolo dalla frase  $4+3=7$* ): Lo metto qua. Sai cosa vuol dire questo?

148. Eleonora: Quattro.

149. IR: E con questo numero qui cos'ha indicato Marco?

150. I: Eleonora, è il numero di cosa, quello?

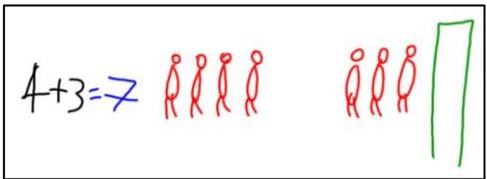
[VR 07 Fine]<sup>19</sup>

<sup>18</sup> [VR 04-05]

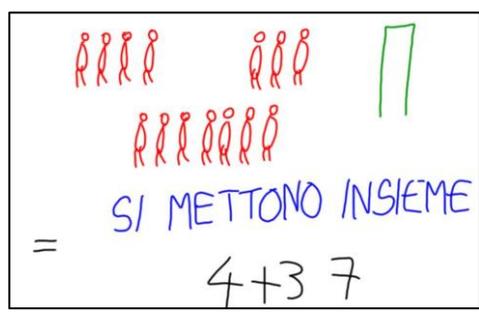
- *Veronica D. e altri (117) esprimendo il risultato 10, e Giorgia (121) che parla di 'fare', confermano la prospettiva procedurale nelle concezioni degli alunni. IR (118-120), utilizzando le potenzialità dinamiche della LIM, con l'escamotage dello scambio sgorbio/segno + cerca di favorire un cambiamento della concezione dell'uguale nel senso relazionale dell'aggiungere un numero ad un altro.*
- *La comprensione delle cose avviene in maniera analogica-globale prima che in maniera digitale-analitica. Si percepisce prima l'insieme che le sue parti. Anche in questo caso quando dico 2 più 3 uguale cinque, mi riferisco ad una situazione vissuta: io colgo tutta la situazione e la capisco prima di conoscere il significato di ogni sua parte. L'idea generale non riguarda il segno 'più' ma la situazione nella quale esso è inserito.*
- *IR (128) si dilunga sulla lamentela di Alberto (127) per più motivi integrati fra loro: per promuovere la costruzione sociale della conoscenza e l'intelligenza sociale della classe, per favorire la verbalizzazione e l'argomentazione e per esaltare la ricchezza dovuta alla produzione di differenti parafrasi.*
- *I passaggi (129-135) si prestano ad un'interpretazione a tavolino che conferisce una nuova luce alle frasi di Veronica e Alice, non colta durante l'attività. Veronica (129) ritiene che il simbolo in sé, da solo, non significhi nulla, ma acquisti un senso ("vuol dire", 129) se lo si inserisce fra due numeri perché 'produce' un risultato ("vuol dire un numero", 131). Subito dopo, davanti allo stupore di IR (132), fa marcia indietro (133), ma Alice (135) riporta in forma più compiuta il suo pensiero e lo chiarisce con un esempio: prendi il 2 e il 4 (che da soli sono, per così dire, inattivi) quando però ci si aggiunge il più si trasformano nel 6. Il 'più' acquista quindi un senso se diventa operativo e agisce sui due numeri. Bisognerà tener conto di questa posizione di fondo per portare gli alunni ad affiancarle il nuovo punto di vista. Tutti gli alunni sanno cosa significa 'mettere assieme'; solo alcuni Sembra che gli alunni abbiano una conoscenza maggiore del significato di 'mettere assieme' mentre hanno forse incontrato meno occasioni nelle quali gli sia stato chiesto di 'aggiungere'.*

<sup>19</sup> [VR 07] (*La memoria del cellulare è completa. Il bello della diretta...* )

151. Eleonora: 4 è il numero di bambini.  
 152. IR: Quali?  
 153. Eleonora: I bambini che sono arrivati prima (IR sposta il 3) 3 è il numero di bambini che sono arrivati dopo.  
 154. Eleonora non sa cos'è il segno più.  
 155. Giorgia: Se prendo un 2... il più lo metti in mezzo a due numeri e si riesce a capire cosa vuol dire.  
 156. IR: C'è la parola magica che avete già detto... ?  
 157. Alberto: Aggiungere.  
 158. IR: Spiega ad Eleonora cosa vuol dire 'aggiungere'.  
 159. Alberto: 4 numero di bambini che sono arrivati prima, 3 numero di bambini arrivati dopo, 4 aggiungo 3 e fa...  
 160. Eleonora non capisce proprio cosa significa il termine 'aggiungere'.  
 161. Riccardo: Significa 'si mettono insieme'.  
 162. IR chiama Eleonora e Gaia.  
 163. Eleonora (pianino pianino): C'erano 4 bambini, sono arrivati bambini... 3...  
 164. IR disegna alla lavagna un gruppo di quattro bambini, uno di tre e la porta dell'aula (F 19). Poi 'fa entrare' i tre e li sposta mettendoli assieme agli altri (F 20). **Gli alunni dicono che non è la stessa cosa**<sup>20</sup>.

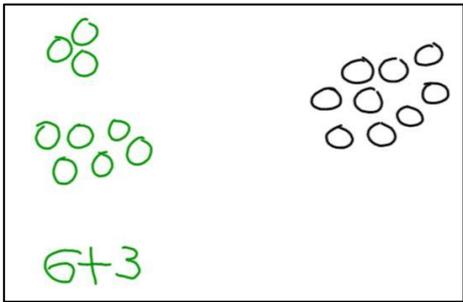


F 19

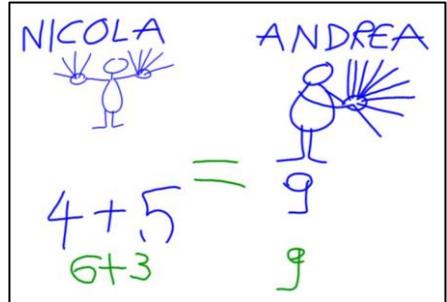


F 20

165. IR disegna su una nuova pagina (F 21) due gruppetti di pallini (nove e sei) e un gruppetto di nove pallini tutti vicini. Anche in questo caso gli alunni vedono cose diverse.  
 166. Chiama Nicola e Andrea e dà ad uno quattro pennarelli nella mano destra e cinque nella sinistra (fa il disegno), all'altro nove pennarelli nelle mani unite (fa il disegno) (F 22). Gli alunni ripetono che non è la stessa cosa.



F 21



F 22

167. Gli alunni riflettono sulla situazione. L'insegnante fa confrontare concretamente il numero di pennarelli.  
 168. Laura: Sono diversi perché lui ce li ha divisi.  
 169. IR (F 22) aiuta a scrivere sotto il disegno del primo bambino '4+5' e sotto il secondo '9'. Parecchi riconoscono che le due quantità sono uguali e propongono il segno '='.

• Marco (138) si esprime in un modo piuttosto frequente per gli alunni: descrive ciò che vede in termini generici ("dei bambini") ed è necessario ripetere la scena per indurlo ad una frase che contenga dei numeri (143).  
 • In (146) si manifesta un'altra situazione consueta: gli alunni che non capiscono non chiedono spiegazioni, anche perché è difficile farlo in quanto la domanda riflette un atteggiamento metacognitivo: l'alunno deve capire di non aver capito. L'insegnante insiste e finalmente Eleonora (148 e seguenti) si espone, seguita da alcuni compagni. Si potrebbe indagare sull'ipotesi che l'uso del numero nella descrizione della realtà non venga spontaneo. In un'altra esperienza, svolta in ambito linguistico ("Trova la parola mancante"), i bambini dovevano completare questa frase: "Mamma coniglietta era felice perché erano nati ... coniglietti". Solo dopo molte proposte (tanti, pochi, molti, dei bei, grassi, bianchi, ...) un bambino ha proposto il numero dieci.  
<sup>20</sup> Probabilmente i bambini non intendono dire che non è lo stesso numero ma si riferiscono alle 'forme' diverse delle due situazioni: i bambini in due gruppi separati e i bambini uniti in uno stesso gruppo (vedi anche l'intervento di Laura (168)) appaiono come cose differenti.

13 novembre 2014

L'insegnante di classe effettua delle VideoRegistrazioni [VR]

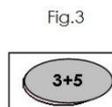
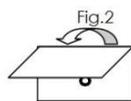
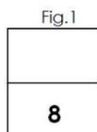
4

Commenti **Insegnante di classe**

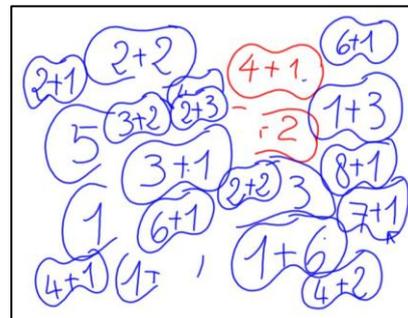
Commenti **Giancarlo Navarra** (IR, Insegnante Ricercatore)



F 23



F 24



F 25

Gli alunni sono seduti sul pavimento. L'attività che si propone oggi si riferisce all'[Unità 2 - Rappresentazioni del numero: le mascherine e il domino](#). IR indossa una 'mascherina nasale' (F 23<sup>21</sup>) e chiede agli alunni chi possa essere il proprietario della mascherina  $4+2$ .

Molti alzano la mano ma le risposte '4', '2', '4 più 2' fanno capire che **il senso della domanda non è colto**<sup>22</sup>.

[VR 08]

170. Nicola R: 4 più 2 fa 6.

171. IR: Che domanda vi ho fatto io?

172. Nicola R non risponde.

173. IR: Chi mi ripete la domanda che ho fatto? Si alzano numerose mani.

174. B: Qual è il proprietario di questa maschera?

175. IR (rivolto a Nicola): Cos'è che mi rispondi tu?

176. Nicola R: Il sei.

177. IR: Il sei. Perché?

178. Nicola R: Perché 4 più 2 fa 6.

179. Ok? Va bene. Intanto manteniamo questa risposta.

[VR 08 Fine]<sup>23</sup>

IR indossa la mascherina su cui c'è scritto  $5+1$  e formula la stessa domanda.

Gaia dice '5' e giustifica la risposta con il fatto che c'è scritto 5.

IR chiede chi vuole aiutare Gaia a capire. Fra altri si offre Nicola F. IR gli dà un barattolo pieno di pennarelli e gli chiede di usarlo.

[VR 09]

180. Nicola F prende cinque pennarelli e li mostra a Gaia. Questo è il 5. Aggiunge un pennarello. Più 1 fa 6... si aggiunge 1 e dopo diventa 6.

181. IR gli mostra il pollice: Hai capito, Gaia?

182. Gaia fa di sì con la testa.

183. IR a Gaia: Per esempio: immagina di fare una mascherina che abbia scritto sopra  $3+2$ . Secondo te, che numero è il proprietario della mascherina  $3+2$ ?

184. Gaia non risponde. Una voce: Io lo so.

<sup>21</sup> L'immagine si riferisce ad un'attività con le Mascherine svolta nel 2009/2010 in una seconda primaria di Motta S. Giovanni (RC), scuola partecipante al progetto ArAl. [L'itinerario su questo tema](#) viene presentato in uno dei [Percorsi di Formazione in Rete](#), delle presentazioni Powerpoint formate da cinque o sei slide, concepite per aiutare gli insegnanti ad introdurre attività di early algebra (in questo caso le Mascherine) nelle loro classi.

<sup>22</sup> Nell'esperienza ArAl l'attività con le Mascherine sinora è stata avviata in seconda; questa è la prima volta che viene proposta all'inizio di una prima perché si ritiene che possa aprire gli orizzonti verso la distinzione tra [forma canonica e non canonica](#) di un numero. Come si vedrà nel prosieguo della lezione l'attività è ricca di implicazioni anche in prima, ma bisogna ripensare l'approccio. Gli alunni non hanno ancora un'esperienza sufficiente con i numeri e le prime addizioni per cogliere il senso del termine 'proprietario' in relazione alla somma scritta sulla mascherina. Molto opportunamente l'insegnante ha introdotto poco dopo l'allocuzione 'Il numero che si nasconde dietro questa mascherina'.

<sup>23</sup> In altri commenti precedenti, ad es 17 e 18, si è già rilevato il concetto dominante del 'fare'. IR decide di accettare la risposta e di proseguire.

185. IR: Fai come ha fatto lui (*le porge il barattolo e indica Nicola F*). Gaia non risponde. *Si rivolge nuovamente a Nicola F*: Adesso fai piano, lentamente, davanti a lei, e l'aiuti a prendere i pennarelli... Prego.

186. Nicola F: *Tre e alza pollice, indice e medio della mano sinistra più 2 alza le altre due dita fa cinque.*

187. IR: Tre... più... due... guarda, lui è stato bravissimo, allora: chi è il proprietario della mascherina 3 più 2?

188. Gaia: Cinque.

189. IR: E allora, chi è il proprietario della mascherina 2 più 1?

190. Gaia: Sei.

[VR 09 Fine]<sup>24</sup>

*L'insegnante disegna dei cartellini rettangolari (F 24), li piega, e mostrando la metà del foglio su cui ha scritto le somme chiede quali numeri si nascondano nella metà che tiene nascosta. Man mano che gli alunni capiscono il gioco le mani si alzano numerose.*

[VR 10]

191. I mostra il mezzo foglio con su scritto  $6+2$ : Qui dietro c'è un numero nascosto... *si alzano delle mani* Qua dietro c'è il numero che si è camuffato. C'è scritto proprio, eh. Qual è questo numero?

192. Alexandra: Otto.

193. I: Otto. Sei sicura sicura?

194. Alexandra: Sì, perché ho contato con le mani.

195. I: Cos'hai contato?

196. Alexandra: Il numero che... sei più due fa otto (*muove le dita mentre parla*).

197. I: Bravissima! Eccolo là! Si è camuffato. È in maschera, e ha deciso di camuffarsi in questo modo qua.

[VR 10 Fine]<sup>25</sup>

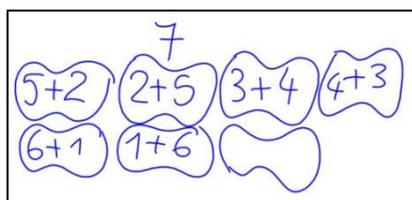
*IR vorrebbe distribuire le mascherine per in modo che gli alunni cerchino di individuare i numeri 'fratelli' (rappresentazioni diverse dello stesso numero) ma l'insegnante, viste le incertezze di alcuni propone di farlo con pochi. IR si allontana e si siede ad un tavolo. L'insegnante scrive delle mascherine (F 25) e gli alunni devono individuare i proprietari. Man mano che rispondono correttamente raggiungono IR.*

*Mentre arrivano gli alunni IR lancia una sfida: chiede come potrebbe mascherarsi il numero 6.*

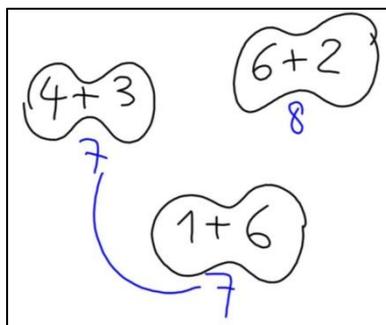
*Gli alunni mostrano di capire che ci sono più possibilità.*

*Ormai tutti hanno riconosciuto le loro mascherine e si decide di continuare l'attività alla LIM lanciando la sfida a tutta la classe.*

*Viene scritto il numero 7 (F 26). Gli alunni fanno le proposte che vengono trascritte. Dopo un po' alcuni cominciano a capire che se 'va bene'  $5+2$  va bene anche  $2+5$ . Le mascherine vengono spostate e si avvicinano i numeri 'fratelli'. Giorgia indica una mascherina e dice che "Quel numero lì fa parte della famiglia del 7".*



F 26



F 27

*Si propongono tre mascherine (F 27) e si chiede di trovare se ci siano numeri fratelli. Molti li individuano. Si ritiene prematuro introdurre in questo caso il segno '=' e si lascia che gli alunni le colleghino con una linea.*

*A cinque bambini vengono fatte indossare delle mascherine scelte a caso ( $3+3$ ,  $4+1$ ,  $6+2$ ,  $1+6$ ,  $5+5$ ).*

<sup>24</sup> Nicola, che prima (180) dice che fa 6 e poi che diventa 6, e poi di nuovo che fa (186), sembrerebbe trovarsi (come probabilmente altri) nella zona prossimale di sviluppo a cavallo fra pensiero procedurale e relazionale.

<sup>25</sup> L'insegnante ha proposto un nuovo mediatore che, affiancato al precedente, permette a molti alunni di capire meglio il senso dell'attività. Il video mostra che molti alunni non parlano ma lavorano silenziosamente con le dita. Emerge la nota difficoltà di quando effettuano calcoli che comportano l'uso di due mani: per esempio, quando l'insegnante mostra la mascherina  $4+4$ , il primo quattro è semplice da indicare cominciando dal pollice ma, quando si prosegue dopo l'anulare per aggiungere il secondo 4, il mignolo è, contemporaneamente, il quinto dito della mano e il primo della quaterna che si deve aggiungere, il pollice è il primo dito dell'altra mano e il secondo della quaterna e così via sino al medio che è l'ottavo dito alzato e il quarto del secondo addendo. Alcuni preferiscono alzare quattro dita in una mano e quattro nell'altra ma poi devono ricontare le dita alzate. Alcuni poi sbagliano perché alzano le dita in modo disordinato, cominciando per esempio dal mignolo, oppure mostrando di numerare le dita in modo casuale senza rispettare la corrispondenza biunivoca fra la parola e il movimento del dito.

[VR 11]

198. I: Hai qualche fratello?

199. *I bambini si guardano a lungo e non sanno decidersi.*

200. I *ad Alice*(3+3): Allora lui (5+5) è tuo fratello?

201. Alice: No.

202. I: Perché?

203. Alice: Perché ha 10. 5 più 5 fa 10.

204. I: Lei (1+6) è tua sorella?

205. Alice *pensa a lungo*: No.

206. I: Perché?

207. Alice: Perché ha 1 più 6.

208. I: E tu quanto hai?

209. Alice: 3 più 3.

210. I: Che numero sei tu?

211. Alice: Sei...

212. I: E lei (1+6) che numero è?

213. Alice: Sette.

214. IR: Allora non siete fratelli...

[VR 11 Fine]<sup>26</sup>

*Per concludere l'attività si distribuiscono sui tavoli le mascherine e gli alunni devono cercare le mascherine di numeri fratelli e metterle assieme sui tavoli vuoti. Tutti passano da un tavolo all'altro: c'è chi confronta, chi sposta le mascherine da un tavolo all'altro, uno ne indossa una, altri parlano fra loro facendo conti con le dita. Molti trovano le mascherine di numeri fratelli.*

[VR 12]

215. Alice ha messo su un tavolo le mascherine  $8+1$  e  $6+3$ .

216. Alice: Sono uguali.

217. IR: Sicura che sono uguali?

218. Alice: *aiutandosi con le dita*: 9 più fa 9 e... 6 più 3 fa 9.

219. IR rivolto agli alunni che si stanno muovendo attorno al tavolo: OK. Allora questa è la famiglia dei nove.

220. I *raccoglie le mascherine*: Adesso è tardi. Continuo io dopo.

[VR 12 Fine]<sup>27</sup>

*Nella settimana successiva l'insegnante ha svolto queste attività:*

- *Comporre i numeri sulle dita*
- *Fare semplici calcoli in modo che (a) la somma sia minore o uguale a 5, i in cui un addendo è 5.*
- *Maggiore, minore, uguale.*

<sup>26</sup> *L'attività che svolgiamo non si basa sul calcolo in senso stretto (piccoli calcoli gli alunni devono comunque eseguirli, e mostrano di saperlo fare a mente), ma sul riconoscimento di rappresentazioni equivalenti.*

<sup>27</sup> *Cominciano a presentarsi le situazioni che verranno sviluppate nell'incontro successivo: Alice (215) dice che  $8+1$  e  $6+3$  sono uguali. Naturalmente l'alunna si riferisce più agli oggetti che ai numeri, però si intravedono i segnali che potrebbero portare alla traduzione  $8+1=6+3$ . Analogamente, si potrebbe giungere ad una scrittura del tipo  $3+2\neq 4+5$ .*

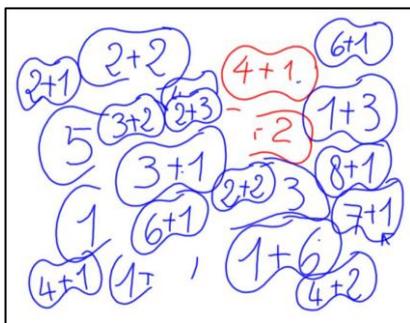
20 novembre 2014

L'insegnante di classe effettua delle VideoRegistrazioni [VR]

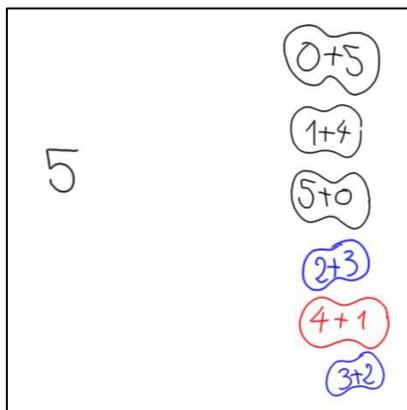
5

Principali obiettivi dell'incontro

- Matematico: approfondire la riflessione sulle differenti rappresentazioni di un numero (approccio al concetto di rappresentazione non canonica del numero), favorire il passaggio dal calcolo col supporto delle dita al calcolo mentale.
- Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione.



F 28



F 29



F 30

Gli alunni sono seduti sul pavimento.

221. Si inizia proponendo la pagina LIM (F 28), elaborata dall'insegnante di classe assieme agli alunni nel corso dell'incontro precedente (F 24). Si invita qualcuno a spiegare la pagina.

[VR 13]

222. Giorgia: Allora... la maestra ha fatto delle mascherine con dentro 6 più 1. Poi aveva chiesto a qualcuno con le dita di contare. E il bambino ha fatto 6 e ha aggiunto 1 (allarga le dita di una mano e aggiunge il pollice e l'indice dell'altra e mentre parla conta). E poi ha detto: il 6 e gli aggiungo 1... ehm... fa... (IR le chiede di indicare sulla LIM la mascherina di cui sta parlando) questa (indica 6+1) e ha fatto il 6 più 1... ha aggiunto 1, e ha detto che aveva la forma del 7 (le mani sono ben allargate a formare il 7).

223. IR: Aveva la forma del 7, questa mi piace molto. Senti, Giorgia, e cos'è che puoi dire della mascherina 6 più 1 e della mascherina 1 più 6?

224. Giorgia: Che cambia il numero.

225. IR: Ma dei proprietari cos'è che puoi dire?

226. Giorgia: Che il proprietario del 6 e 1 (indica la mascherina 6+1) è il 7 e il proprietario dell'1 e il 6... (conta con le dita) è il 7.

227. IR: E quindi praticamente 6 più 1 e 1 più 6... (si rivolge ai bambini seduti).

228. Si alzano numerose mani e molti cominciano a dire qualcosa. Si sente un "Sono identici". Emerge la voce di Laura.

229. Laura: Sono identici solo che cambia solo il numero.

230. Alexandra (fra molte voci): (ruotando le mani una attorno all'altra) Cambia il posto del numero.

231. IR: Certo! E allora possiamo dire che appartengono alla stessa famiglia del 7... va bene? Per esempio... Gaia, tu trovi in queste mascherine (indica la LIM) che appartengono alla famiglia del 5? Si alzano molte mani.

232. Voci: Io ho trovato la famiglia del 5. Anch'io! Io!

233. IR: Aspettate... Gaia, tu trovi una mascherina che appartenga alla famiglia del 5?

234. Voce: Ce ne sono due...

235. IR: C'è qualcuno che ti dice che ce ne sono due (Gaia non risponde, Marco alza la mano).

236. Molti non parlano ma fanno grandi calcoli con le dita.

237. B: 4 e aggiungo 1 che fa 5...

238. IR: Certo! Ma qui sulla lavagna ci sono delle mascherine che appartengono a numeri della famiglia del 5?

239. I: Qualcuno viene fuori e mostra col dito la mascherina della famiglia del 5 (si alzano molte mani).

240. Nicola viene alla LIM, indica la mascherina e sta zitto.

241. IR: Mostrare ma anche parlare!

242. Nicola: Questa mascherina (indica 4+1)...

243. IR (invitando con le mani a parlare): Di' quale, col numero, anche.

244. Nicola: (indica) 4 più 1... questa mascherina...(IR continua ad invitarlo muovendo le mani) si mette col 5...

245. IR: Invece di dire 'si mette col 5' come possiamo dire?

246. Laura: Uguali a 5.

247. IR (a Nicola): Lei dice 'uguale a 5'. Oppure?
248. Voci: Aggiunge.
249. IR: Dicevamo '4 più 1'...
250. Nicola: 4 più 1 fa 5.
251. IR: Ecco, ma chi è che si maschera con la mascherina del 4 più 1?
252. Voci: Il 5.
253. IR: Ecco. E ne vedi altre di mascherine...
254. *Molte mani si alzano, voce: Io ne ho vista una! Molti bambini si sbracciano.*
255. Laura: Io ne ho viste tre! (*viene invitata alla LIM*) questa (*indica 4+1*), questa (*indica la 4+1 in alto*)...
256. IR: Non 'questa', 'questa', spiega bene.
257. Laura: ... che ho trovato la mascherina che ha lo stesso numero proprio nelle stesse posizioni.
258. IR: Per esempio?
259. Laura: per esempio questa (*indica 4+1 in basso*).
260. IR: Di' 4 più 1... oppure?
261. Laura: Oppure questa (*indica in un modo che non si capisce*) oppure questa...
262. I: Metti lì il dito.
263. Laura: ... questa che ha subito il 5 (*indica la mascherina semicancellata in cui è visibile solo il 5*).
264. IR: Aaah, e secondo te, secondo voi... che altro numero (*indica la mascherina semicancellata*), adesso qui è un po' nascosta questa mascherina, che altro numero potrebbe essere scritto dopo il 5?
265. B: Io! Un altro 5...
266. I: E allora, a chi apparterebbe se fosse 5 più 5.
267. Laura: Dieci!
268. I: Ma Laura ha detto che quella è la mascherina del numero 5.
269. IR: E allora... qui ne vedete un pezzo. Come potrebbe continuare questa mascherina? Perché vedete che è come incompleta? Cioè, nascosta? Dopo il 5 cosa potrebbe esserci per appartenere... (*si alzano delle mani*)... vediamo.
270. I: ... per appartenere alla famiglia del 5?
271. Laura: Prima, deve esserci un segno, perché se non si capisce 5 e 5.
272. IR: Allora 5, e poi che segno ci metteresti?
273. Laura: Più.
274. IR: Più... allora aspetta, facciamo così, Laura.
275. *IR separa, con il comando apposito, i disegni delle mascherine, isola la mascherina incompleta e la trascina lontano dalle altre e in basso in modo che gli alunni possano scriverci dentro.*
276. I: Perché appartenga al 5...
277. IR: Vediamo Laura cosa fa e poi diamo la parola a Nicola R.
278. Laura (*completa il contorno cancellato*): La maschera, poi si mette il più (*aggiunge +*) e poi un altro 5 per fare 10.
279. I: Ma allora chi si nasconde lì dietro?
280. Laura: Il 10.
281. I: Ma no, hai detto che c'è il 5 dietro quella. Stavamo cercando le mascherine del numero 5.
282. IR: Allora, Nicola e poi ha alzato la mano Alice.
283. I: Deve appartenere alla famiglia del 5.
284. *IR, aiutato dagli alunni, isola le mascherine del 5 e le sposta sul lato sinistro della LIM.*
285. IR: E allora, come dovrebbe finire questa mascherina (*indica la incompleta*) per poter dire: ah, sì! Appartiene alla famiglia del 5!
286. *Nicola ha la penna in mano ma non sa cosa scrivere.*
287. IR: Guarda che lei (*Laura*) ha detto una roba giusta, prima. Deve esserci un segno, ha detto lei. Non puoi mettere due numeri vicini. Che segno aveva messo prima Laura? (*Nicola scrive +*) Certamente... e adesso che numero mettiamo lì? Vediamo cosa fa Nicola R... (*Nicola fa uno sgorbio incomprensibile*) oh-oh, che numero sarebbe, quello? (*risolini*) a me pare che non sia un numero.
288. *Nicola cancella e poi disegna un 2 molto incerto partendo dal basso.*
289. I: Eh, lo fa storto.
290. IR: Ah... a che famiglia appartiene questa mascherina?
291. Veronica D: 5 più 2 fa 7.
292. I: Esatto, ma allora non appartiene più alla famiglia del 5.
293. Veronica (*è davanti al cellulare*): Io sono della famiglia del 5 perché mio papà e mia mamma...
294. I: Allora: Alice e Riccardo (*hanno la mano alzata*) hanno un'idea. Riccardo, che numero scriveresti dopo il più?
295. Riccardo: Zero (*quelli con le mani alzate ripetono "zero"*).
296. IR: Eh, sì!
297. *Nicola R scrive lo zero nella soddisfazione generale.*

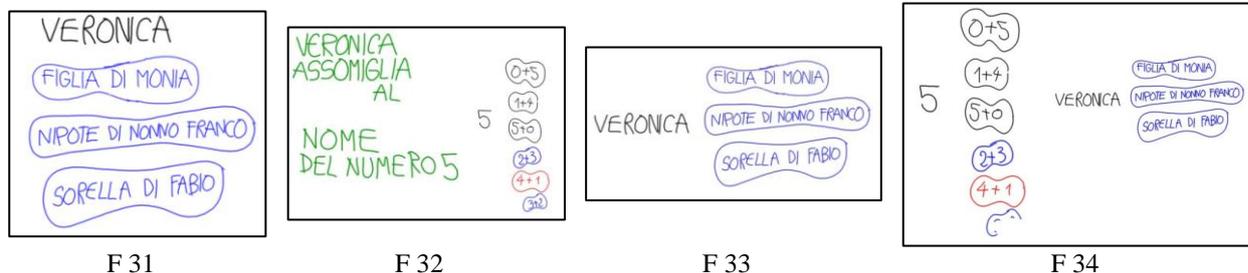
[VR 13 Fine]<sup>28</sup>

298. IR riporta su una nuova pagina nella parte sinistra il 5 e nella destra le mascherine della sua famiglia (F 29).  
 299. Poi chiama alla LIM Veronica e, ponendole delle domande, comincia a scrivere Veronica, poi sotto FIGLIA DI MONIA (molti bambini sanno leggere le parole), poi NIPOTE DI NONNO FRANCO e infine SORELLA DI FABIO (F-30). L'insegnante ha la brillante idea di inserire le descrizioni dentro delle mascherine (F 31). Questo favorisce il confronto tra le LIM di F 29 e F 31.

[VR 14]

300. IR (facendo vedere alternativamente le due pagine): Trovate che fra queste due lavagne ci sia qualche somiglianza?  
 301. Dei bambini alzano la mano.  
 302. Nicola F: Allora... io ho trovato una somiglianza (clicca sulla pagina con i numeri, poi indica il 5) questa sembra che è la bambina e queste (indica le maschere) sono tutte le schede (clicca sulla pagina con i nomi) che fanno come queste (indica le mascherine)...  
 303. IR guarda con aria interrogativa i bambini in uno stupito silenzio.  
 304. Nicola F: ... e poi Veronica (clicca nuovamente sulla pagina con i numeri e indica il 5) somiglia al nome del numero.  
 305. IR: Fermati. Guarda cosa scrivo. Tu hai detto una cosa molto importante. Scrive lentamente VERONICA ASSOMIGLIA AL NOME DEL NUMERO 5 (F 31).

[VR 14 Fine]<sup>29</sup>



F 31

F 32

F 33

F 34

[VR 15]

306. Nicola F (davanti alla pagina di F 29): Questo (indica il 5) sarebbe il nome del numero e queste sarebbero le schede delle altre maschere.  
 307. IR: Ahah! Interessante! (passa alternativamente dalle pagine F 31 e F 32) Perché si assomiglino ancora di più, dove vuoi che metta le mascherine FIGLIA DI MONIA, NIPOTE DI NONNO FRANCO e SORELLA DI FABIO perché assomiglino ancora di più a questa lavagna qui?  
 308. Laura (davanti a F 32): Perché Fabio (indica SORELLA DI FABIO) è un po' più piccolo dell'ultima mascherina laggiù (indica 3+2 su F 32), invece il nonno (indica NIPOTE DI NONNO FRANCO) è uguale a quella rossa (4+1), se...  
 309. IR: Tu, Laura, mi par di capire che vai a mascherine più grandi e più piccole, ma hai ascoltato quello che ha detto Nicola F?  
 310. Laura: Lui ha parlato dei numeri, io delle mascherine.  
 311. IR: Sì... vediamo un po' che dice Nicola R. Le cose che vuoi dire assomigliano di più a quelle che dice Nicola F o a quelle che dice Laura? La domanda è: come metteresti questi quattro nomi (indica F 31) perché assomiglino a questa lavagna qua (indica F 32).  
 312. Nicola R: Metterli in centro in fila (si chiarisce che è meglio parlare di colonna).  
 313. Con l'aiuto di Celeste si completa la pagina di F 33.

[VR 15 Fine]<sup>30</sup>

<sup>28</sup> Si prepara 'morbidamente' il terreno:

- (a) ad una visione relazionale del segno '=', favorendo l'emergere timido, accanto ai numerosi 'fa' (222, 237, 250, 291), di altri modi di esporre la relazione fra la somma di due numeri e un altro numero: (222) "... aveva la forma del 7", (226) "... il proprietario del 6 e 1 è il 7", (246) "Uguale a 5";  
 (b) al concetto che un numero può essere rappresentato in modi differenti ma equivalenti (forma canonica e non canonica del numero);  
 (c) ad un progressivo distacco dal calcolo attraverso l'utilizzo delle dita per favorire il calcolo mentale;  
 (d) ad una semplice riflessione sullo zero (apparso casualmente, 264-295).

<sup>29</sup> VR 24 presenta l'inizio dell'attività sull'analogia fra il nome proprio di un bambino e l'elenco di certe sue caratteristiche e il numero (con il suo nome) e le sue rappresentazioni non canoniche. Nicola F (302) argomenta la somiglianza che ha individuato in modo talmente convincente e parlando addirittura di nome del numero (304, ribadito in 306) che la classe, quando finisce di parlare (con grande sicurezza), rimane in completo silenzio. IR esalta l'importanza dell'affermazione di Nicola F scrivendola alla LIM (F 32).

314. IR costruisce una nuova pagina inserendo le pagine di F32 e F 33. Chiama un alunno a spiegarla.

[VR 16]

315. Marco: Che hai fatto una somiglianza delle due colonne. Che queste (*indica le mascherine con le parole*) sarebbero queste (*indica le mascherine con i numeri*).

316. IR: Invece di dire queste e queste, puoi dire meglio?

317. Marco: Allora: queste mascherine (*indica quelle con le parole*) sarebbero queste... questa colonna di mascherine... (*con fatica, aiutato*) queste sono le mascherine di Veronica... e queste sono del 5... Io ho scritto Veronica che sarebbe il 5.

[VR 16 Fine]<sup>31</sup>

<sup>30</sup> VR 15 evidenzia le difficoltà di molti, anche fra quelli che partecipano attivamente, di cogliere l'analogia messa in luce poco prima da Nicola F (302).

<sup>31</sup> Marco argomenta abbastanza chiaramente l'analogia; nel video si vedono alunni che ascoltano altrettanto convinti. La pagina LIM (F 34) sintetizza le conquiste fatte durante l'incontro. L'idea dell'insegnante di inserire le frasi che riguardano Veronica dentro delle mascherine si è rivelata molto efficace e ha indubbiamente aiutato a rendere trasparente l'analogia fra le rappresentazioni del 5 e quelle di Veronica.

<sup>32</sup> Sette-otto alunni hanno partecipato attivamente, altrettanti avrebbero voluto partecipare. Più o meno un terzo della classe non interviene. Nelle trascrizioni abbiamo tralasciato i numerosi inviti rivolti a questi ultimi alunni.

27 novembre 2014

L'insegnante di classe effettua delle VideoRegistrazioni [VR]

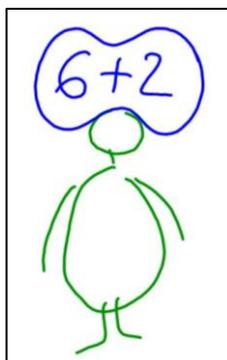
6

Principali obiettivi dell'incontro

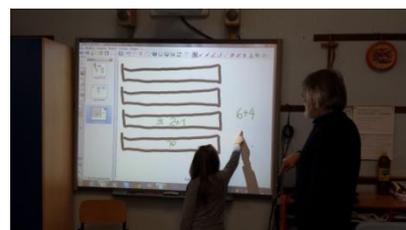
- Matematico: approfondire la riflessione sulle differenti rappresentazioni di un numero (approccio al concetto di rappresentazione non canonica), favorire il passaggio dal calcolo col supporto delle dita al calcolo mentale.
- Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione.



F 35



F 36



F 37

Gli alunni sono seduti sul pavimento.

318. Si inizia proponendo la pagina LIM (F 34), elaborata nel corso dell'incontro precedente. Si invita qualcuno a spiegarla.

[VR 17-18]

319. Gaia: Ci sono delle mascherine con dentro dei numeri che... con il 5 (IR fa continuamente con le mani il gesto di invito a continuare a parlare).

320. IR: E come mai c'è un 5? (B non risponde) In che... relazione sono... (indica il 5 e le sue forme non canoniche).

321. I: Qualcuno vuole aiutarla? (Molti 'Io!')

322. IR: ... cosa c'entra questo 5 con questi numeri qui... con queste mascherine?

323. Gaia non risponde e IR fa venire alla LIM Veronica.

324. Veronica: Che queste mascherine sono... dietro hanno nascosto il numero 5.

325. IR: A-ah (indica la parte destra della LIM con il nome 'Veronica' e le mascherine di Veronica).

326. I: Cos'hanno nascosto dietro le mascherine con le lettere? (indica le mascherine con le parole).

327. Gaia: Dietro alla mascherina si nasconde... Veronica.

328. IR e I invitano a spiegare meglio.

329. Martina: Dietro alla mascherina con scritto 'sorella di Fabio' c'è nascosta dietro Veronica.

[VR 17-18 Fine]<sup>33</sup>

Si pongono ancora alcune domande sulle altre mascherine di Veronica. Poi IR propone un gioco. Disegna la sagoma di un omino e sposta sul viso la mascherina 2+3 (F 35).

[VR 19]

330. IR: Che domanda potrei farvi adesso?

331. Laura: Chi si nasconde dietro quella mascherina.

332. IR: Invece di dire 'quella'?

333. Laura: Chi si nasconde dietro alla mascherina 2 più 3.

334. Nicola R: (mostra la mano aperta) 5.

335. I: Di' tutta bene la frase.

336. Nicola R: Dietro la mascherina 2 più 3 è nascosto il numero 5.

[VR 19 Fine]<sup>34</sup>

IR disegna un omino e una mascherina (F 36).

[VR 20]

337. IR: Invece di dire come fanno Laura e lei 'Quella' mascherina, precisate 'quale' mascherina.

338. Celeste: Il proprietario della mascherina 6+2 è l'8.

<sup>33</sup> Lo sforzo maggiore in questo momento va nella direzione di abituare poco alla volta gli alunni a costruire delle argomentazioni. Per esempio: Gaia dice (327) "dietro la mascherina" e viene invitata a spiegare quale mascherina, cosa che fa in (329).

<sup>34</sup> Altri due esempi di quanto si è scritto nel commento precedente: Laura (331) parla di "quella mascherina" e poi (333) specifica "la mascherina 2 più 3"; Nicola (335) risponde alla domanda (333) dicendo solo il numero e viene a sua volta invitato a dire la frase completa (336).

[VR 20 Fine]<sup>35</sup>

IR disegna un'altra mascherina con  $3+7$ , la sostituisce alla precedente e chiede agli alunni di descrivere la nuova situazione. C'è ancora chi non sa effettuare il calcolo, conta sulle dita, sbaglia la somma.

IR propone di continuare la storia. Spiega che le mascherine hanno fatto una grande festa, ballano e si divertono. Quando sono stanche ci sono delle panche sulle quali vanno a riposarsi. Appurato che gli alunni sanno cos'è una panca, chiede come si potrebbe disegnare vista dall'alto come se la guardasse un uccello mentre vola. Molti dicono che saprebbero farlo. Alice viene alla LIM e disegna un rettangolo. IR lo duplica più volte (F 37). Poi disegna a lato delle panche vuote delle mascherine spiegando che sono quelle che vanno a riposarsi<sup>36</sup>:

[VR 21]

339. IR: Voi dovete indicare quale panca è fatta per la mascherina  $2+1$ .

340. Numerosi bambini alzano la mano. IR invita Alexandra.

341. IR: Come possiamo fare secondo te, Alexandra, perché lei sappia su quale panca mettersi? Se tu sei un organizzatore della festa, come facciamo capire alla mascherina  $2+1$  in quale panca mettersi?

342. Alexandra: Proporrei... del numero che si è nascosto di metterlo nella propria panchina.

343. IR: Mi pare di aver capito bene... chi mi ripete quello che ha detto lei... giovanotto, fammi capire meglio.

344. Alberto: Il numero che è nascosto dietro la mascherina...  $2+1$  può andare nella panca 3.

345. IR invita Alexandra a scrivere accanto ad una panchina il numero 3 e a trascinarci dentro col dito  $2+1$ .

[VR 21 Fine]<sup>37</sup>

IR fa entrare la mascherina  $6+4$  e chiede su quale panca debba sedersi.

[VR 22]

346. Eleonora: 6 più 4 fa 10.

347. IR: Non 'fa', qui stiamo lavorando con le mascherine.

348. Eleonora: 6 più 4 è la mascherina del 10.

349. IR: E dove va a mettersi la mascherina del 10? L'alunna sposta correttamente la mascherina.

[VR 22 Fine]<sup>38</sup>

[VR 23]

350. Eleonora ha spostato la mascherina  $6+4$  sulla panca assieme a 3 e  $2+1$ . Alcuni compagni esprimono dissenso.

351. IR: Perché dicono che non può andare qua? (indica la panca del 3)

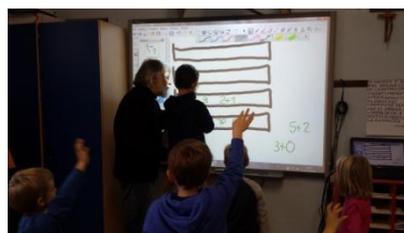
352. Eleonora: Doveva essere con il suo proprietario... (IR fa i consueti gesti dell'invito a continuare a parlare) mettersi nella panca del 10 (sposta  $6+4$  nella panca corretta).

[VR 23 Fine]<sup>39</sup>

IR disegna le mascherine  $5+2$  e  $3+0$  e invita Gianluca alla LIM, che non sa rispondere. Marco DP viene invitato ad aiutarlo ad eseguire i calcoli con l'aiuto delle dita (F 38).



F 38



F 39

353. Si conclude l'incontro assegnando ai gruppi di banchi un numero da 1 a 9 e ritagliando una ventina di mascherine che vengono consegnate agli alunni. Ognuno deve portare la sua mascherina al banco assegnato alla famiglia alla quale appartiene.

<sup>35</sup> In (337) IR formula l'invito esplicito richiamandosi agli interventi precedenti.

<sup>36</sup> Si propone l'attività illustrata nella Fase 5 ('La festa entra nel vivo' dell'[Unità ArAl 2](#)) rinforza il riconoscimento dell'uguaglianza fra rappresentazioni differenti dello stesso numero.

<sup>37</sup> Anche Alexandra (342), dotata peraltro di ottime capacità argomentative, è generica ("metterlo nella propria panchina") e IR (343) invita Alberto ad essere più preciso (344). Per approfondire gli aspetti legati alla gestione delle discussioni di classe e agli interventi più produttivi da parte dell'insegnante suggeriamo la lettura di: [B. Domande che stimolano comportamenti meta cognitivi](#).

<sup>38</sup> IR cerca di favorire il superamento del classico nodo 'fa' (346) – 'è' (348).

<sup>39</sup> Invito gli insegnanti a non accontentarsi del fatto che un bambino sposti in silenzio un numero accanto agli altri in modo corretto. Deve sempre essere invitato ad argomentare le sue scelte, giuste o sbagliate che siano.

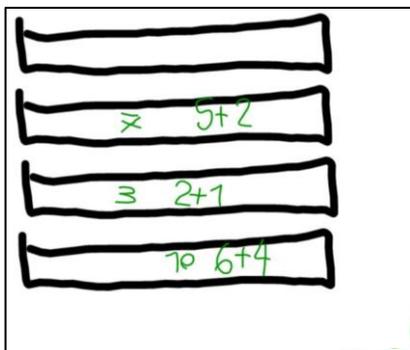
2 dicembre 2014

L'insegnante di classe effettua delle VideoRegistrazioni [VR]

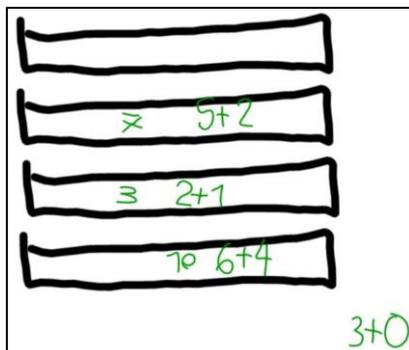
7

Principali obiettivi dell'incontro

- Matematico: approfondire la riflessione sulle differenti rappresentazioni di un numero, favorire il passaggio dal calcolo col supporto delle dita al calcolo mentale.
- Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione.



F 40



F 41

5		3+4	0+5
7		1+6	3+1
9		2+2	2+6
4		5+3	4+5
		2+5	1+4
		3+2	6+1

F 42

Gli alunni sono seduti sul pavimento.

354. Si inizia proponendo la pagina LIM (F 40), elaborata nel corso dell'incontro precedente. Si invita qualcuno a spiegarla.

[VR 24]

355. Alessandra: Avevamo fatto delle panchine e ognuna aveva un numero (IR sottovoce "Ognuna chi?")... ha messo i numeri tipo (indica la seconda panchina dal basso) 2 più 1 nella panchina qui in mezzo che fa 3.

356. IR: Sssì, 'che fa' non è proprio bellissimo...

357. Giorgia: Che è uguale a 3!

358. Veronica D: Perché la maestra ha detto anche che non è bello il 'fa'... ha detto che usiamo 'uguale'.

359. IR: (scherzosamente) Mi pare che la maestra abbia detto una cosa perfetta! E allora, su ogni panca chi è andato a sedersi? Per esempio, sulla panca del 7, sulla panca del 3?

360. Alessandra (dopo un attimo di perplessità): Si è seduto, tipo qui (indica) un numero che è uguale al 3 e qui il numero 5 più 2 che è uguale al 7, e qui 6 più 4 uguale a 10 che si è seduto qui (indica).

[VR 24 Fine]<sup>40</sup>

IR invita altri alunni a spiegare la LIM di F 40. Poi scrive in un angolo 3+0 (F 41) e chiede ad un'alunna di spiegare su quale panca metterebbe questa mascherina.

[VR 25]

361. Giorgia: Che se noi mettiamo 3 più lo zero non fa trenta però si può mettere col 3 perché (mostra tre dita alzate) più zero (alza un pugno chiuso) è tre, non è altri numeri.

362. Voce: Zero non vale niente.

363. IR: Mmm. Diciamo che zero non vale niente... quindi 3 più 0 andrebbe sulla panca del 3.

[VR 25 Fine]<sup>41</sup>

[VR 25]

364. Vediamo adesso la seconda pagina (apre quella di F 42). Secondo te che gioco vi sto proponendo?

365. Giorgia: (guarda la prima panca in alto) Allora... qualcosa che faccia venire fuori il numero 5.

366. IR: Che brutto modo di dirlo... (Giorgia sorride)

367. Giorgia: Ci sono delle mascherine col proprietario 5.

368. IR: Beh... (indica tutte le rappresentazioni canoniche sulla destra della pagina) secondo te tutte queste cosa sono?

369. Giorgia: C'è questa è una festa con tutte le mascherine. Qui ci sono cinque panche ma ce ne sono solo quattro con i numeri, e quei numeri indicano che qui ci devono stare solo le mascherine che hanno questo proprietario.

370. IR: Bene! Alberto, continua tu. Adesso arriva la mascherina 1 più 6 e vuole andare a riposarsi. Mettila al suo posto e spiega perché lo fai.

371. Alberto (in silenzio avvicina la mano a 1+6): La mascherina... (sposta 1+6 sulla LIM) va a riposare... qui.

<sup>40</sup> Continua il lento affinamento del balbettio algebrico nel gioco tra 'fa' e 'è uguale'. È bello l'intervento di Veronica che ricorda quello che ha detto la maestra (358).

<sup>41</sup> L'intervento di Giorgia (361) è interessante perché l'alunna argomenta in modo convincente, con il supporto delle dita, la sua riflessione sulla presenza del segno '+' concludendo che 3+0 è tre, non altri numeri. Si riaffaccia l'idea embrionale della rappresentazione non canonica di un numero.

372. Voce: Qui dove?  
 373. IR: 1 più 6 è?... l'ha detto lei prima in una maniera molto bella, proprio da matematica...  
 374. Voce: Che 1 più 6 è uguale a 7!  
 375. IR: E potrei dire che 7 è uguale a 1 più 6?  
 376. Alice: Sì. *Altri si accodano.*  
 377. IR: Vieni, Paolo. Adesso dimmi dove va questa mascherina. *Trascina davanti all'alunno 2+5.*  
 378. *Paolo non parla ma muove disordinatamente le dita per calcolare e le osserva senza capire.*  
 379. IR: Chi vuole aiutarlo facendo con le mani quello che abbiamo fatto l'altro giorno?  
 380. Veronica: Due (*alza pollice e indice della mano sinistra*) aggiungo 5 e fa 7... (*in modo veloce alza le cinque dita a sinistra e pollice e indice a destra*) è uguale a 7.  
 381. I: Sei stata molto veloce nell'aggiungere 5. Ricomincia da capo.  
 382. Veronica: (*alza due dita a sinistra*) Due...  
 383. IR (*a Paolo*): Vedi che lei ha fatto uno e due (*indica le dita*). Alza anche tu due dita con la tua manina. Poi lei, guarda com'è che fa.  
 384. Veronica: Ne aggiungo 5 (*alza cinque dita a sinistra e due a destra*).  
 385. IR: Spiegagli bene come fai questi cinque a tirarli su. Perché tu sai ma devi spiegarglielo. Allora, sei così (*le abbassa le cinque dita e mantiene le due a sinistra*).  
 386. I: Aspetta. Due... fagliele vedere. Quante dita ci sono nell'altra mano?  
 387. Veronica: (*allarga la mano destra*) Cinque.  
 388. I: Allora non serve contare. Mostragli le cinque. Quando c'è il numero 5 si usa tutta la mano. Si è già visto quant'è senza contare!  
 389. Paolo: (*spronato da IR che gli indica di volta in volta le dita*) 7. 5... e 2... uguale a 7.

[VR 26 Fine]<sup>42</sup>

*Altri bambini vengono a collocare le mascherine al loro posto e argomentano le scelte.*

*Rimane solo 2+6 e un alunno crea ex novo la panca dell'8.*

*Tutte le mascherine sono al loro posto. IR chiede di leggere quello che c'è scritto sulla prima panca (F 23).*

5 0+5 3+2 1+4

F 43

5 0 5 3 2 1 4

F 44

[VR 27]

390. IR: Quello che vi chiedo ora è di dire in un modo... bello, lo dico così, i numeri che sono seduti su questa panca. Giorgia, cominciamo.  
 391. Giorgia: Cinque... zero più cinque... cinque tre più due... due uno più quattro.  
 392. IR: Perché ripeti due e cinque? (*indica*)  
 393. I: Una domanda un po' difficile. Chiedo a Marco B: Sulla panchina in alto (*c'è scritto 5 0+5 3+2 1+4*) quanti numeri vedi?  
 394. Marco B (*dopo un po'*): Sette.  
 395. I: E io invece che ti dico che ne vedo solo quattro? Quanti numeri sono seduti su quella panchina?... Quale numero può sedersi su questa panchina?  
 396. Voce: Cinque.  
 397. I: E come mai (*indica il 4 in 1+4*) è seduto il 4? Non poteva sedersi lì (*i bambini seguono con grande attenzione*) perché la panchina del 4 è questa (*indica la prima in basso*). Allora: come mai lì c'è il 4? Come mai c'è il 2? E il 3? Lo 0? (*li indica*). Lì mica possono sedersi. *Un bambino alza la mano.*  
 398. Nicola R: Perché lì c'è 4 più 1 fa 5.  
 399. IR: A-ah. Oppure, per dirla come Giorgia?  
 400. Tanti: 1 più 4 uguale a 5!  
 401. I: E se ora, guardate, cancello i più.  
 402. IR *disegna una nuova pagina (F 42). I cancella i segni '+' (F 44).*

<sup>42</sup> *Osservando i video si colgono tre modi di utilizzo delle dita, come supporto al calcolo mentale, a seconda delle competenze degli alunni: (a) fanno fatica a contare: muovono le dita in modo disordinato (377) e quindi non ricavano alcun beneficio; (b) sanno eseguire calcoli mentali ma preferiscono ancora appoggiarsi all'uso delle dita: le muovono in modo consapevole e ne ricavano un beneficio, anche se non necessario; (c) non hanno bisogno delle dita: se devono mostrare 'come si fa' spesso si comportano come Veronica (387) e le alzano in modo veloce, senza preoccuparsi di chi li guarda; possono essere coinvolti favorendo delle prestazioni a livello metacognitivo: l'insegnante può invitarli ad usare con lentezza le dita in modo da essere realmente utili ai compagni che ancora non sanno. Ritengo inoltre interessante anche il modo in cui gli alunni, sollecitati da IR, si avvicinano all'è uguale a (374) passando attraverso varie metafore: 'fa venir fuori' (365), 'ci sono mascherine col proprietario' (367), 'va a riposare qui' (371).*

403. I: Quanti numeri vedete qui?  
 404. Voci: Otto... cinque... sei.  
 405. I: Allora: questa è la panchina del 5 (*lo indica*). Potevano sedersi questi qui? (*indica gli altri numeri*). Ma non era scritto così, ma così (*rimette i '+' al loro posto*). Adesso, quanto numeri ci sono in panchina?  
 406. Celeste: Quattro.  
 407. IR: Celeste, ci spieghi come fai a vedere quattro numeri?  
 408. Celeste: Perché qui dentro hanno il proprietario 5. Perché 0 più 5 è uguale a 5, 3 più 2 è uguale a 5, 1 più 4 è uguale a 5.  
 409. I: E allora il segno più cosa fa? *Lo cancella in modo da 'isolare' i due addendi e poi lo riscrive.*  
 410. Celeste: 5 è uguale a 0 più 5 è uguale a 2 più 3 è uguale a 1 più 4.

[VR 27 Fine]<sup>43</sup>

*IR e I riprendono il gioco fatto nell'incontro 5 (F 34) sull'analogia fra rappresentazioni di bambini e rappresentazioni di numeri. Dopo un po' IR chiede di trarre le conclusioni.*

[VR 30]

411. Laura: Sono tre modi per dire un significato, diciamo, della stessa persona.  
 412. IR: OK? Allora: se io parlo di Gaia, di bambina col fiocchetto giallo, di bambina con i pantaloni grigi e di bambina con le scarpe marrone sto parlando della stessa persona. Se io dico 8 più 1? Se dico 7 più 2? Se io dico 6 più 3? Se io dico 4 più 5? Cosa sono? *Si alzano molte mani.*  
 413. Marco: Sono sempre lo stesso numero però mettendo altri numeri insieme.  
 414. IR: Cioè scritti in un modo diverso.  
 415. *Si giunge alla conclusione che sono tutti modi diversi di chiamare il numero 9 (Laura dice 'fare').*

[VR 30 Fine]<sup>44</sup>

[VR 31] *Per consolidare il concetto, IR propone il gioco della bandierina. Tutti lo conoscono. Si formano due squadre di cinque bambini ciascuna e si assegna ad ognuno di essi un numero. Poi IR chiama '4 più 2!', '2 più 3!' e così via. Alcuni sono veloci, altri sbagliano, ma tutti si divertono molto. I riprenderà l'attività in palestra.*

<sup>43</sup> *Emerge un aspetto inatteso (391). IR (ottimista probabilmente a causa della scarsa esperienza con una classe prima da seguire con continuità settimanale) riteneva che gli alunni sapessero individuare le quattro rappresentazioni del numero 5 e quindi cercava di rendere visibile la loro uguaglianza, prima a parole, per poi passare ad una rappresentazione in linguaggio matematico con il simbolo '=':  $5=0+5=3+2=1+4$ . Giorgia (407), ripetendo alcuni numeri, lo spiazza. Giustamente I chiede ad un alunno (409) quanti numeri vede e lui risponde 'sette' (410) perché il simbolo '+' ripetuto ha una valenza semantica inferiore rispetto a quella del numero e quindi non viene percepito. I fa poi un'altra domanda chiave per favorire la percezione delle tre rappresentazioni additive in F 43 (413): "Come mai qui è seduto il 4? Non poteva sedersi, perché questa è la panchina del 5". Nicola R. (414) mostra di comprendere ciò che intende dire I. I passaggi successivi (417-423), anche grazie alla momentanea cancellatura dei '+' (417-418), porta Celeste (424-425) ad esprimere con chiarezza la relazione fra le quattro rappresentazioni del 5.*

*Nella trascrizione non è riportata l'intenzione di IR di disegnare le linee delle mascherine attorno a  $0+5$ ,  $3+2$ ,  $1+4$ . I (409) prende la parola e affronta in modo più efficace la situazione perché porta gli alunni a riflettere sui numeri da un punto di vista relazionale (si pongono in relazione 0 e 5, 3 e 2, 1 e 4) mentre probabilmente IR avrebbe favorito soprattutto l'aspetto percettivo e non avrebbe fatto esplicitare quello matematico.*

<sup>44</sup> *Sembra che il confronto tra rappresentazioni di una persona e quelle di un numero (F 34) lasci tracce significative.*

Principali obiettivi dell'incontro

- Matematico: continuare la riflessione sulle differenti rappresentazioni di un numero nel linguaggio matematico e nel linguaggio iconico utilizzando disegni che rappresentano i Regoli che l'insegnante sta usando nella sua attività (v. F 45); favorire il passaggio dal calcolo col supporto delle dita al calcolo mentale.
- Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione.

Gli alunni sono seduti sul pavimento<sup>45</sup>.

416. IR, nell'entusiasmo generale, propone al gruppo dei calcoli mentali del tipo "6 più 2", "4 più 4". Molti si appoggiano all'uso delle dita che inevitabilmente rallenta le risposte.
417. Terminata la fase di riscaldamento IR assegna a gruppetti di alunni una 'etichetta numerica': voi siete il numero 4, voi il numero 5, voi il 6 e così via. Poi dice a voce alta dei numeri in forma non canonica (ad es: "5 più 3") e devono alzare la mano gli alunni ai quali corrisponde il numero 8.
418. Poiché è difficile capire chi sa rispondere e chi ripete risultati detti da altri o alza la mano per imitazione, IR propone un nuovo gioco: i primi a rispondere si alzano e si raggruppano attorno all'insegnante. In questo modo si può individuare meglio chi incontra difficoltà.
419. IR e I propongono una prima pagina alla LIM (F 45<sup>46</sup>). IR chiede agli alunni di descrivere cosa vedono sulla lavagna. Solo due alzano la mano.



F 45

[VR 32]

420. Laura: Che ci sono dei numeri... che... appartengono a due di queste panche.
421. IR: Questi numeri in realtà cosa sono nelle storie che abbiamo visto tante volte?
422. (Si alzano quattro o cinque mani): Delle mascherine.
423. IR: Oh, allora: Laura, racconta cosa vedi.
424. Laura: Ci sono delle mascherine... che... praticamente... queste mascherine...
425. IR: Tu vedi delle mascherine... delle panche...
426. Laura: Una panca appartiene al numero 8 e una al numero 9...
427. IR: E c'è una novità: ci sono le panche, le mascherine... c'è qualcosa di nuovo?
428. Laura: Ci sono dei regoli.
429. IR: E allora secondo te nella storia cosa ci potrebbe essere?
430. Laura: Che forse, adesso, non usiamo le mascherine ma usiamo i regoli.

[VR 32 Fine]<sup>47</sup>

IR invita altri alunni a spiegare ciò che è rappresentato sulla LIM.

[VR 33]

431. Nicola R: Che ci sono due panchine e ci sono dei regoli e delle mascherine.
432. IR: Allora cosa pensate che facciamo questi regoli e queste mascherine?
433. Laura: Andare a dormire perché sono stanchi.
434. IR invita Laura a mettere a dormire una mascherina.

<sup>45</sup> Questa disposizione evidenzia tre gruppi di alunni: quelli più interessati tendono a scegliere le prime file subito sotto la LIM, altri nella fila successiva tendono a mimetizzarsi e ad intervenire di meno, gli ultimi si sentono più liberi e si comportano come nella scuola dell'infanzia spostandosi, facendosi i dispetti, distraendosi per conto proprio. Questo è lo scenario di fondo dell'attività.

<sup>46</sup> La ricerca ha messo in evidenza la relazione tra la capacità di produrre e/o interpretare concetti matematici attraverso codici rappresentativi diversi e la formazione di conoscenze significative stabili. In questo caso si propone alla classe di muoversi fra tre rappresentazioni: in linguaggio matematico (le rappresentazioni non canoniche), in linguaggio iconico (i disegni dei regoli), in linguaggio verbale (si parla dei numeri). Nelle intenzioni di IR e I dovrebbe emergere che alla festa partecipano anche i numeri colore che si mascherano a modo loro e si riposano sulle panche assieme agli altri numeri 'fratelli'.

<sup>47</sup> Contrariamente alle previsioni di I e IR quando hanno preparato l'attività, gli alunni non riconoscono nelle rappresentazioni dei regoli (giallo e verde, marrone e bianco) dei nuovi 'partecipanti alla festa'.

435. Laura sposta la mascherina  $0+8$  sulla panca dell'8.
436. Laura: Ho messo la mascherina che appartiene a quel numero dentro la sua panca.
437. IR: Immagina di parlare con un bambino che non veda... (*si copre gli occhi*) come racconti questa cosa? Aspetta, te l'ho già detto tante volte, non dire quel numero, quella panca, spiega bene. Immagina che io non ti stia guardando. Spiega in maniera tale che io capisca cosa fai.
438. Laura: Praticamente, c'è una panca che...
439. IR: Sì, ma qui ce ne son due. Come faccio a capire quale è? Cosa hai fatto tu?
440. Laura: Ho messo il numero che appartiene...
441. IR: Dimmi quale numero!
442. Laura: 0 più 8!
443. IR: Dove?
444. Laura: Nella panca dell'8.
445. IR: Oooh, allora di' di nuovo.
446. Laura: Ho messo il numero 0 più 8 nella panca del numero 8.
447. IR invita alla LIM Nicola R.
448. IR (*girandogli le spalle*): Descrivi quello che fai.
449. Nicola R: Che qua...
450. IR (*sempre girato*): Qua dove?
451. Nicola R.: Nelle panche...
452. IR: Quali panche?
453. Nicola R: Qua ci sono due panche, ci son due numeri, in una panca l'8 e nell'altra panca il 6...
454. IR (*girato*): Bene! E allora tu cosa fai adesso?
455. Nicola R.: Prendo una mascherina e la metto...
456. IR: Devi dirmi quale! Io non vedo la mascherina!
457. Nicola R.: Prendo 7 più 2 e lo metto sulla panca del 9.
458. IR: Oooh!
459. Nicola R trascina  $7+2$  al suo posto. Viene Giorgia.
460. Giorgia: Queste sono due panche.
461. IR: Va bene. Questa ormai l'abbiamo capita. Dimmi cosa fai (*si gira*).
462. Giorgia: Io metterò una mascherina... (IR: Non una! Non una!) metterò la mascherina 4 più 5 nella panca del numero 9. Sposta  $4+5$ .
- [VR 33 Fine]<sup>48</sup>
463. Rimane il numero  $2+8$  e ci sono solo le panchine di 7 e di 8. L'alunno alla LIM non sa effettuare il calcolo nemmeno con l'uso delle dita. Poi, con l'aiuto di alcuni compagni, ci riesce, sbaglia e trova 9, sposta la mascherina  $2+8$  sulla panchina del 9 suscitando le proteste di parte dei compagni. Non sa cosa fare. Giorgia propone di disegnare una nuova panchina per i numeri 10.
464. Si esauriscono le rappresentazioni non canoniche e rimangono da spostare due coppie di regoli. Gli alunni non incontrano difficoltà. Un po' alla volta le argomentazioni tendono a migliorare.
465. IR propone un'altra pagina (F 46) contenente le panchine del 6 e del 4 e le rappresentazioni dei regoli da 1 a 10. Bisogna scegliere coppie di regoli da spostare in una delle due panchine.



F 46

<sup>48</sup> Gli alunni vengono aiutati ad attribuire un significato alle rappresentazioni dei regoli all'interno dell'attività. Negli interventi riemerge un aspetto, che si è già manifestato in incontri precedenti, che concerne la genericità delle affermazioni: (420) dei numeri; (424) delle mascherine; (436) quel numero dentro la sua panca; (438) una panca; (440) il numero; (449) Qua; (451) Nelle panche; (455) Una mascherina. È necessario utilizzare accorgimenti come il chiudersi gli occhi o il girarsi per non vedere per ottenere delle spiegazioni più precise. Un'ipotesi che si può formulare su questo aspetto è che i numeri siano ancora qualcosa di estraneo, e prevalgano gli aspetti 'lateralali' legati alla festa, agli spostamenti delle mascherine sulla panca o ai gesti per trascinare le figure sulla LIM. La genericità sarebbe dovuta quindi all'importanza attribuita al fatto che 'si mette una mascherina in un certo posto', e non hanno importanza né il contenuto della prima o il numero del posto (della panca che indica la 'famiglia di appartenenza').

Esce ancora Laura.

[VR 34]

466. IR: Tu sei un numero e scegli una mascherina fatta con i regoli per poterti sedere sulla panca del 6 o su quella del 4.

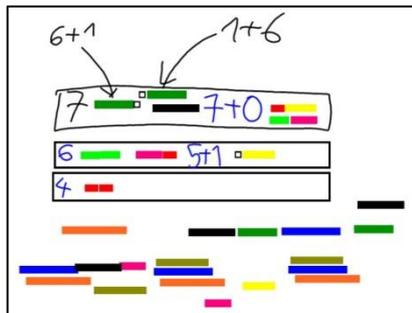
467. Alice: Al 6 aggiungo il numero 1, viene il numero 7.

468. I: Viene? Ho detto tante volte...

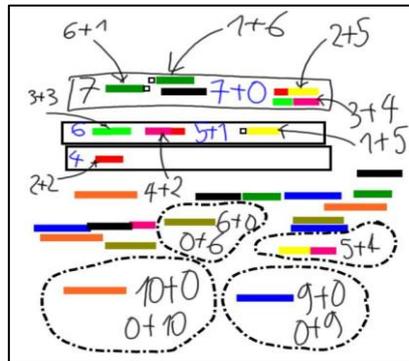
469. IR: La maestra ha detto che è meglio non dire 'viene', perché non è che lui si muova e 'venga'...

470. Voci: È uguale.

[VR 34 Fine]<sup>49</sup>



F 47



F 48

471. IR comincia a proporre dei numeri scritti in forma non canonica e chiede agli alunni di trovare i regoli che, assieme, di volta in volta li rappresentano.

[VR 35]

472. IR: Adesso arriva questa mascherina (scrive  $5+1$  e invita Alessandra alla LIM). Alessandra, fai con i regoli il numero 5 più 1.

473. Alessandra accosta correttamente due regoli giallo e bianco.

474. I: Bravissima!

475. IR: Sentite, chi mi sa fare con i regoli questo numero? Scrive  $7+0$ . Molte mani si alzano. Vengono alla LIM Riccardo e Marco.

476. Riccardo: Prendo il regolo 7 (tocca il nero)

477. Marco intanto, senza parlare, sposta il regolo nero nella panchina del 7. I compagni lo guardano con perplessità.

478. IR: Scusate... e il regolo zero?

479. Voci: Non c'è! Niente!

480. Alice: Non lo mettiamo.

481. Voce: È trasparente.

482. IR: Ma nella scatola il regolo zero è trasparente?

483. Gruppo: No!

484. IR: Esiste il regolo zero?

485. Gruppo: No!

486. IR (indicando il regolo 7): E allora il regolo nero sta per 7 più 0, e non c'è un regolo 'zero' (voci: Nooo!) e allora qui potete mettere solo il regolo nero come ha fatto Marco.

[VR 35 Fine]<sup>50</sup>

487. L'incontro è ormai al termine. Mentre gli alunni escono dall'aula assieme all'insegnante, un terzo della classe si accalca attorno alla LIM e collabora con IR per rappresentare coppie di regoli in linguaggio matematico come somme (F 48). Alcuni si collegano all'ultima attività e, sulla scia di quello che ha fatto Marco (477), propongono regoli da soli come somme:  $10+0$  e  $0+10$ ,  $6+0$  e  $0+6$ ,  $9+0$  e  $0+9$ <sup>51</sup>.

<sup>49</sup> Il microepisodio evidenzia l'attenzione di I e IR verso l'uso di 'viene' (punto di vista [procedurale](#)) ed 'è uguale' (punto di vista [relazionale](#)).

<sup>50</sup> È importante che lo zero faccia capolino spesso sin dalle fasi iniziali in modo da superare, poco alla volta, la sua interpretazione come 'qualcosa che equivale a niente'. Si può dire che il calcolo con le dita favorisca la dominanza dei numeri da 1 a 10 e opacizza lo 0 (non viene spontaneo chiedere un calcolo in cui un addendo sia lo zero).

<sup>51</sup> Sono esempi interessanti di [analogie strutturali](#): se l'unione di due regoli può essere rappresentata come somma fra due numeri, allora anche un regolo da solo può essere rappresentato come somma di due numeri uno dei quali è lo zero. La conquista è tutt'altro che banale anche perché si favorisce la riflessione sulle rappresentazioni mettendo in ombra gli aspetti legati al calcolo.

23 dicembre 2014

L'insegnante di classe effettua delle VideoRegistrazioni [VR]

9

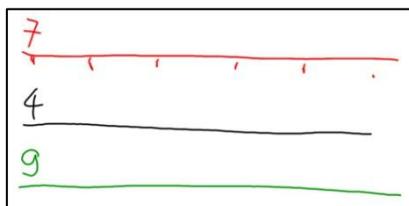
Principali obiettivi dell'incontro

- Matematico: confrontare diverse rappresentazioni dello stesso numero ed esprimere la loro relazione utilizzando i simboli del linguaggio matematico =, ≠, >, <; continuare a favorire il passaggio dal calcolo col supporto delle dita al calcolo mentale.
- Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico.

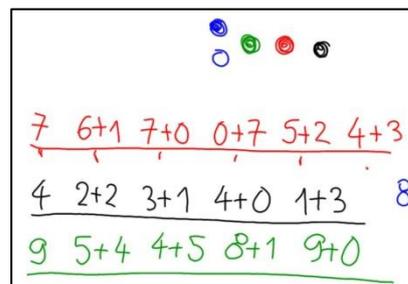
Gli alunni, in veste natalizia, sono seduti sul pavimento.



F 49



F 50



F 51

488. IR comincia disegnando tre panche (F 50).

[VR 36]

489. IR: Ditemi una mascherina che si possa sedere sulla panca del 4. Molte mani si alzano.

490. Voce: 2 più 2.

491. IR: (scrive 2+2) Un'altra.

492. Voce: 3 più 1.

493. IR: Un'altra.

494. Voce: 4 più 0.

495. IR: continuando a scrivere Ma bravissimi! Un'altra?

496. Voce: 1 più 3.

497. IR: Bene! Adesso quelli che hanno detto queste mascherine non parlino più. Facciamo una panca per numeri più grandi... 7. Una mascherina... (si alzano molte mani)

498. Voci: 6 più 1... 7 più 0.

[VR 36 Fine]<sup>52</sup>

499. Ayub fa fatica con i calcoli e usa le dita in modo disordinato. Eleonora si offre per aiutarlo. La situazione diventa intensa perché anche altri vogliono farlo: lo correggono, rispondono al posto suo (è molto lento). Si sta lavorando sul 14. Ayub dovrebbe sommare le dita delle due mani aperte ma le guarda in silenzio e molti compagni cominciano a spazientirsi.

[VR 37]

500. Voce (bisbiglio): 10... (altre voci ripetono con convinzione).

501. IR: 5 più 5...

502. Voce: ... è uguale a 10.

503. IR: E 10 più 4?

504. Veronica: ... è uguale a 14.

[VR 37 Fine]<sup>53</sup>

505. Un po' alla volta gli alunni occupano tutte e tre le panche (F 51). Qualcuno propone di disegnare la panca del 13. Un alunno viene alla LIM e Veronica lo aiuta a capire come effettuare il calcolo 5+8.

[VR 38]

506. Veronica D: Il 5 ce l'ho già in mente (poi conta mentre alza una alla volta, cominciando dal pollice, le dita della mano sinistra) 6, 7, 8, 9, 10, (continua con tre dita della mano destra a partire dal pollice) 11, 12, 13 (resta con otto dita alzate e guarda il compagno che non sa calcolare).

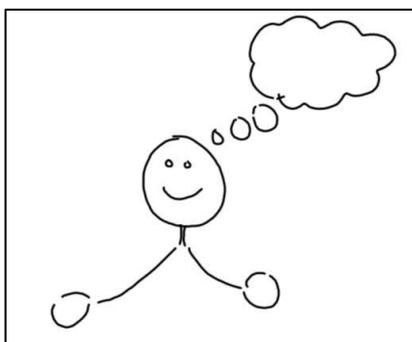
<sup>52</sup> Gli alunni si mostrano più sicuri e molto motivati. In due casi (494 e 498) emerge anche una somma con addendo 0. Sarebbe stato produttivo far emergere la proprietà commutativa lanciando per esempio un "Oppure..." in modo da far emergere dei meno consueti '0 più 4', '0 più 7'.

<sup>53</sup> Almeno in questa occasione nessuno usa il 'fa'. In 501 e 503 compare 'è uguale a'. Potrebbe anche essere un modo per fare riferimento comunque ad un risultato, ma siccome eseguire un'operazione non è ancora un fatto consueto in questa fase della prima, sembra più verosimile che dalle parole degli alunni emerga l'idea di una relazione di equivalenza indotta dall'attività con le mascherine.

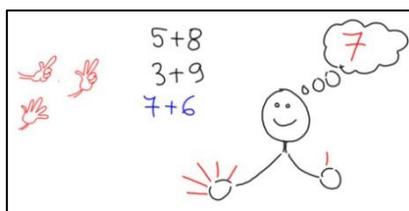
507. IR: E allora come si fa?  
 508. Laura: Che praticamente... che un numero, tipo 5 più 8, i 5 li mettiamo da parte nella mente (*indica la testa*) e poi aggiungi gli altri.  
 509. IR: Ma allora se per esempio io dico 3 più 9 è la stessa cosa? Come si fa?  
 510. Laura: Deve fare: 3 (*alza tre dita della mano destra*) ce li ho già in mente...  
 511. IR: Ah, 3 tenuti in mente... qui ci sono due numeri: 5 che cos'è? Il primo numero, il secondo, il terzo... ?  
 512. I: Qual è il primo che leggete?  
 513. Voci: Il 5.  
 514. IR: E il secondo?  
 515. Voci: L'8.  
 516. IR: Oooh, allora si tiene in mente quale numero?  
 517. Voci: Il 5.  
 518. Laura: Quello davanti.  
 519. Voce: Il primo.  
 520. IR: Il primo. E poi invece il secondo?  
 521. Laura: Lo conto con le mani.

[VR 38 Fine]<sup>54</sup>

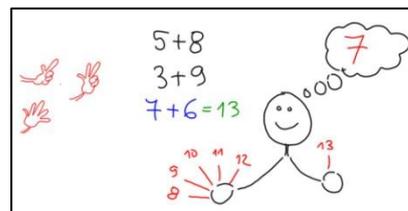
IR decide di seguire anche un'altra strada per favorire la conquista di un 'enunciato generale' e inizia un disegno (F 52). Dopo aver appurato che gli alunni capiscono di cosa si tratta chiama Alexandra con il compito di rappresentare attraverso il disegno il calcolo relativo a 7+6.



F 52



F 53



F 54

[VR 39]

522. Alexandra: Il 7 ce l'ho in mente....(IR disegna un 7 nella nuvoletta) Metto qui il 6 (*tiene le due mani alzate con le dita chiuse*).  
 523. IR: Qui dove?  
 524. Alexandra: Sulle mani. (*alza il pollice della mano sinistra*) 8, (*alza l'indice*) 9, (*alza in modo ordinato le dita una dopo l'altra e scandisce*) 10, 11, 12, 13. Man mano che dice i numeri IR aggiunge un dito. (F 53).  
 525. IR: E allora che cosa possiamo scrivere su questo dito? (*indica il primo della mano sinistra sul disegno*) Questo dito corrisponde a che numero?  
 526. Alexandra: 8, 9, 10, 11, 12, 13 (*ogni volta IR scrive un numerino sopra il dito relativo*) (F 54).  
 527. IR: E allora possiamo scrivere che 7 più 6...  
 528. Alexandra: ... è uguale a 13 (IR aggiunge '=13' a 7+6).

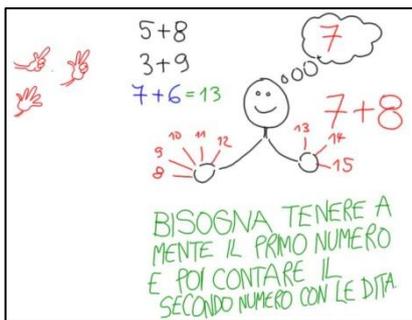
[VR 39 Fine]<sup>55</sup>

529. Vengono chiamati alcuni altri alunni e si eseguono altri calcoli aggiornando il disegno.  
 530. Giorgia, con grande pazienza, aiuta Providence a capire quello che stiamo facendo alzandole le dita e associando il gesto al numero.  
 531. IR, assieme alla classe, comincia a scrivere il modo in cui si effettua una qualsiasi addizione fra due numeri. Ad

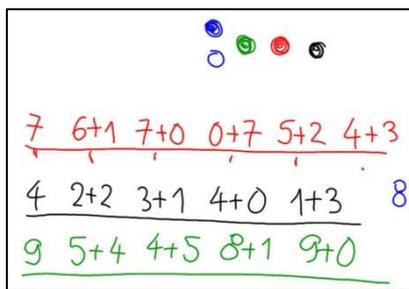
<sup>54</sup> L'intenzione di IR è di provare a produrre collettivamente una spiegazione di carattere generale su come si fa a sommare due numeri, del tipo "Bisogna tenere a mente il primo numero e aggiungere il secondo". Laura (508) coglie l'invito e inizia ad argomentare (col suo consueto 'praticamente'...); IR (509) suggerisce un altro esempio e Laura (510) ripropone il suo ragionamento ripartendo dal 3; IR (511), coadiuvato da I (512) cerca di portare l'attenzione sulla posizione dei due numeri (primo e secondo); Laura e altri (513-520) vanno in questa direzione. Laura (521) porta l'attenzione sul fatto di 'contare le dita'.

<sup>55</sup> Il disegno così completato dovrebbe aiutare a ricostruire il processo che ha generato il 13 e ad organizzare una frase di tipo generale su come si effettua la somma con le dita aggiungendo un secondo addendo con il supporto delle dita ad un primo tenuto a mente. Naturalmente, trattandosi della fase aurorale del balbettio algebrico, l'adulto svolge un ruolo molto forte nel guidare la classe.

ogni parola che aggiunge si ferma per farla leggere ai bambini (F 55).



F 55



F 56



F 57

532. Terminata questa parentesi di rinforzo del calcolo e di approccio alla generalizzazione si ritorna all'attività interrotta<sup>56</sup>.

[VR 40]

533. IR riapre la pagina della LIM con i numeri che si riposano sulle loro panche (F 56).

534. IR: Martina, la domanda è: qual è il terzo numero sulla panca del 9? Alcuni alzano la mano.

535. Martina: 5 più 4.

536. IR: 5 più 4. E il secondo numero sulla panca del 9?

537. Martina: 4 più 5.

538. I: Un momento. Martina, vai alla LIM a scrivere il primo, il secondo, il terzo posto. Martina non risponde. Martina, da dove si comincia? Da sinistra o da destra? Non risponde. A leggere, da dove cominci?

539. Martina: Da sinistra.

540. I: Allora vai a indicare il primo numero.

541. Martina: 9.

542. I: E il secondo?

543. Martina: 5 più 4.

544. I: E allora perché prima dicevi che era il terzo?

545. IR: E qual è il quarto numero della fila del 9?

546. Martina: 9 più 0.

547. Voci: No!

548. Martina: 8 più 1.

549. IR: Oooh, e 9+0 in che posto è?

550. Martina: Il quinto.

551. I: Riccardo D., qual è il quarto numero nella fila del 7... lungo silenzio.

552. Viene invitato alla lavagna Riccardo M che inizia a spiegare con chiarezza al compagno quali sono il primo, il secondo, ... posto.

[VR 40Fine]<sup>57</sup>

Chiarita le questione dei numeri ordinali, IR cerca di portare la classe a capire che le rappresentazioni dei numeri su una stessa panca sono equivalenti e a rappresentare questa conquista in linguaggio matematico.

[VR 41]

553. IR: Siccome queste (le indica sulla LIM) sono le mascherine del 7, come sono fra loro i numeri rossi? Si alzano quattro mani.

554. Eleonora: Sono uguali tutti allo stesso numero.

555. IR: Oooh!

556. I: Evviva Eleonora! IR batte cinque con lei.

557. Riccardo M: Che sono anche uniti.

558. IR: Uniti in che senso?

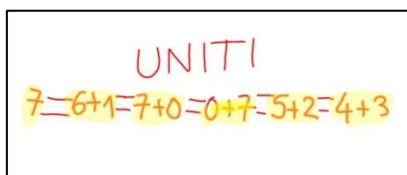
559. Riccardo M: Che tutti quelli del 7 sono uniti nella panchina del 7.

560. IR: Guarda, mi dai proprio una bella idea. Vediamo un po' se riuscite a capire... io adesso cancello la panca e lascio questi numeri (F 57). Come posso far vedere che questi numeri che, come dice lei (indica Eleonora), sono

<sup>56</sup> L'obiettivo ora è di aiutare gli alunni a riconoscere un numero espresso in forma non canonica come forma semanticamente autosufficiente, portandoli a superare le visioni parziali emerse nel corso dell'incontro 7 (390-410) in cui gli alunni non riconoscevano le mascherine poste sulla stessa panca come enti separati l'uno dall'altro, ma come una sequenza indifferenziata di numeri e di segni '+'.  
<sup>57</sup> È vero che emerge la difficoltà nel riconoscere il numero della posizione espresso in forma ordinale, ma le rappresentazioni canoniche vengono riconosciute; sembra quindi che molti abbiano superato l'ostacolo illustrato nel commento precedente.

- uguali e, come dici tu (*indica Riccardo M*), sono uniti?
561. I: Prima si capiva perché stavano tutti sulla stessa panca, adesso invece non c'è più la panca...
562. IR: Come facciamo a scrivere, usando... dei simboli della matematica...
563. I: ... che sapete già... cosa hai detto tu? (*indica Eleonora*)
564. Eleonora: Che sono uguali al... 7.
565. IR: E allora, come facciamo a scrivere con i simboli della matematica questa cosa che hai detto? Hanno alzato la mano prima Laura, poi Alessandra e poi Nicola. Allora Laura cosa proponi di fare?
566. Laura: Possiamo fare l'uguale... (*si ferma e guarda IR*).
567. IR e I: Fai... e di' quello che fai.
568. Laura: (*disegna un primo '=' fra 7 e 6+1*) Si può fare l'uguale, che son tutti numeri...
569. I: Che son tutti numeri cosa?
570. Laura: (*comincia un secondo '=' fra 6+1 e 7+0*) uguali...
571. Voce: Ha ragione!
572. *Laura continua a inserire gli '='.*
573. IR: E allora, come si legge questa frase come l'ha scritta Laura?
574. Paolo: 7 uguale a 6... (*si ferma; voce: "più 1"*).
575. IR: Aspetta... qui è importante. Cosa suggerisci tu?
576. Veronica: 7 è uguale a 6 più 1.
577. IR (*a Paolo*): Hai capito? (*va alla LIM*) Cerca di non vedere 7 uguale a 6. Adesso ti aiuto (*prende l'evidenziatore e colora gli '='; sopra scrive 'UNITI' (F 58)*).
578. *Gli alunni, con il supporto di IR e di I, leggono la sequenza delle uguaglianze.*

[VR 41Fine]<sup>58</sup>



F 58

579. *IR scrive alla LIM:*

$$3+5 \quad 6+2$$

*e chiede quale simbolo inserire fra i due numeri.*

580. *Gli alunni rispondono, dopo un attimo di esitazione: "Uguale". IR scrive:*

$$3+5=6+2$$

581. *Poi, per aiutare chi non ha le idee chiare, evidenzia i due numeri: 3+5=6+2.*

582. *IR scrive 2+4 e 1+1. Veronica inserisce l'uguale.*

[VR 42]

583. I: Veronica ha detto: il numero 2 più 4 è uguale al numero 1 più 1. È vero?

584. Vari: No!

585. *IR nel frattempo ha aggiunto alle precedenti scritture le parole 'è uguale' (F 59)*

586. IR: Adesso vi mostro quale segno si può usare in linguaggio matematico per dire che 2 più 4... (*mentre parla fa ampi segni di NO con l'indice*) dire che 2 più 4 è uguale a 1 più 1 è giusto o è sbagliato?

587. Voci: Nooo!

588. IR: Allora c'è una parolina magica... (*IR scrive NON prima di 'è uguale'*)

589. Molti: Ah, non! Non è uguale!

590. IR: E sapete come si fa nel linguaggio della matematica? (*Coro di euforici Nooo!*) Ditemi se capite cosa vuol dire questo che scrivo ora (*inserisce il simbolo '≠'*) (F 60).

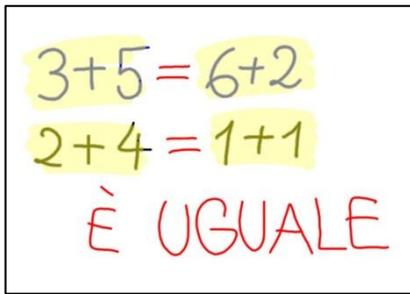
591. *Dopo qualche secondo di silenzio si sente un convinto Ah! di Marco, che viene invitato a spiegarsi.*

592. Marco S: Vuol dire che se te ci metti l'uguale e poi ci fai una lineetta vuol dire che (*fa di no con la testa*) non è

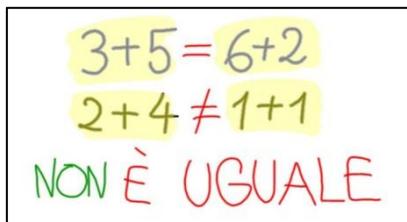
<sup>58</sup> *Riteniamo questo microepisodio importante per più motivi. (i) gli alunni stanno capendo che quelle dopo il 7 sono rappresentazioni dello stesso numero (tra quelli intervenuti, solo Paolo (574) non ha ancora le idee chiare); (ii) emerge la bella idea di Riccardo M (557, sono uniti) che viene usata come metafora verso l'uguale; (c) possiamo verificare che gli alunni cominciano a possedere il concetto di 'linguaggio matematico' e di 'simbolo'; (d) Laura (566-572) apre la strada verso la rappresentazione dell'equivalenza e influenza positivamente i compagni (571); (e) Veronica (576) esprime con naturalezza l'uguaglianza traducibile con  $7=6+1$  esaltando in questo modo, pur inconsapevolmente, il significato relazionale del simbolo '='.*

uguale.

[VR 42Fine]<sup>59</sup>



F 59



F 60

593. IR scrive alla LIM  $8+0$  e  $6+1$ , poi chiama Alexandra che inserisce il  $\neq$  (F 61).

[VR 43]

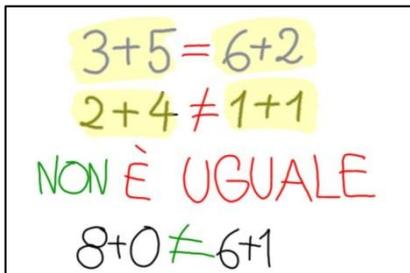
594. IR: Spiega.

595. Alexandra: Che... metto un uguale qui in mezzo, faccio una righetta e questo vuol dire... non.

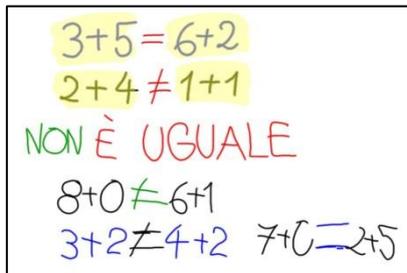
596. IR: Non è che vuol dire 'non'. Vuol dire che... (IR indica l'ultima riga della pagina sulla LIM).

597. Alexandra: ... che 8 più 0 non... non è uguale a 6 più 1.

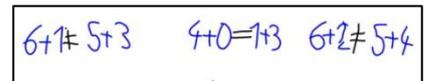
[VR 43Fine]<sup>60</sup>



F 61



F 62



F 63

598. IR scrive  $3+2$  e  $4+2$ . Viene Veronica che rimane a fissare la LIM senza parlare.

[VR 44]

599. IR: Cos'è che ti chiedo di fare, secondo te?

600. Veronica rimane in silenzio.

601. IR: Tra questi due numeri che segno metteresti?

602. Veronica: (bisbiglia) che non è uguale (guarda IR e poi lo scrive).

603. IR: E perché hai messo quel segno lì?

604. Veronica: (comincia a contare con le dita) 3 più 2 fa 5 e 4 più 2 fa 6.

605. IR: Bene. Scrive  $7+0$   $2+5$ .

606. I bambini fanno calcoli, borbottano, si confrontano. Veronica inserisce ' $\neq$ '.

607. IR: Perché?

608. Veronica: 7 più 0 fa... è uguale a 7 e 2 più 5... ah, no! (sorridente e corregge) (F 62)

609. I: Brava Veronica che si è accorta!

[VR 44Fine]<sup>61</sup>

610. Si chiamano tre alunni e si propongono tre confronti che con più o meno fatica vengono risolti (F 63).

611. Eleonora viene chiamata alla LIM.

[VR 45]

612. IR: La maestra mi ha detto che voi avete imparato anche un altro simbolo. Se io scrivo 3 più 1 e poi scrivo 2 più 0... Eleonora, che simbolo metteresti fra questi due numeri?

613. Eleonora pensa a lungo. Riccardo sussurra qualcosa a IR che gli batte un cinque.

614. IR: Eleonora, 3 più 1 che numero è?

<sup>59</sup> Verrebbe da ipotizzare che la relazione di uguaglianza fra due numeri vada esplorata prima che, imparando ad eseguire calcoli scritti, negli alunni si consolidi, per il segno '=', il significato di 'fa'. Gli aspetti relazionali vanno affrontati prima che l'apprendimento dell'algoritmo dell'operazione crei lo stereotipo 'operazioni a sinistra e risultato a destra' legato al significato procedurale del simbolo '='. Probabilmente attendere di farlo dopo è più difficoltoso.

<sup>60</sup> Si consolida attraverso la verbalizzazione un concetto a livello meta cognitivo: 'non è vero che è uguale'.

<sup>61</sup> Si continua a rinforzare la riflessione sul confronto fra i due numeri.

615. Eleonora: (*bisbiglia*) 4.
616. IR: Oh, allora, forza! 3 più 1...
617. Eleonora: ... è...
618. IR: 3 più 1 che numero è?
619. Eleonora: 4.
620. IR: (*fa ampi gesti con le mani invitando a proseguire*) Allora forza! Voce! 3 più 1...
621. Eleonora: 3 più 1... è...
622. IR: Che numero è 3 più 1?!?
623. Eleonora: 4.
624. IR: Allora, tutta la frase!
625. Eleonora: 3 più 1 è uguale a 4 e... 2 più 0 è uguale a 2...
626. IR e I: E allora che simbolo metti lì in mezzo? Eleonora scrive  $\neq$ .
627. *I e IR invitano a ricordare un simbolo che la classe conosce e che Riccardo M (613) ha già detto a IR. Riccardo M viene invitato alla LIM e inserisce un '>'. Viene invitato a leggere la frase completa.*
628. Riccardo M: 3 più 1 è maggiore di 2 più 0.
- [VR 45Fine]<sup>62</sup>
629. *Si conclude riflettendo su quale simbolo fra ' $\neq$ ' e '>' porti più informazioni. L'argomento verrà ripreso in seguito.*

---

<sup>62</sup> Il microepisodio evidenzia le difficoltà che molti alunni incontrano nell'organizzare un'argomentazione che traduca ciò che sta scritto alla lavagna. È necessario che imparino che l'argomentazione per gli insegnanti ha un valore molto grande e condividano questo aspetto in modo sempre più consapevole.

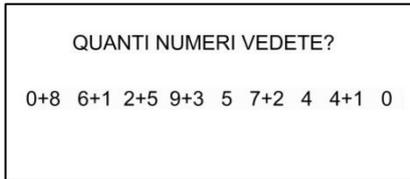
8 gennaio 2015

10

Principali obiettivi dell'incontro

- **Matematico:** introdurre il concetto di rappresentazione di un numero; confrontare diverse rappresentazioni dello stesso numero ed esprimere la loro relazione utilizzando i simboli del linguaggio matematico =, ≠; favorire il passaggio dal calcolo col supporto delle dita al calcolo mentale.
- **Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico.

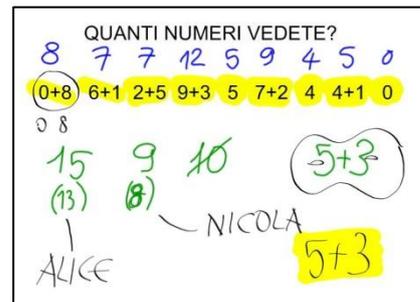
*Gli alunni sono seduti sul pavimento.*



F 64



F 65



F 66

630. *IR presenta la prima pagina (F 64<sup>63</sup>). Si legge la frase scritta.*  
[VR 46-A]

631. *IR: Guardate questa riga. Pensateci un po', e ditemi quanti numeri vedete.*

632. *I bambini si concentrano e contano. Si comincino ad alzare le mani.*

633. *IR: Allora, tu quanti numeri vedi?*

634. *Alice: Quindici!*

635. *IR: Quindici! lo scrive. E tu quanti numeri vedi?*

636. *Nicola: Nove. IR lo scrive.*

637. *Voce: Dieci. IR lo aggiunge.*

638. *IR: Quanti di voi vedono 15 numeri alzano la mano (conta 13 mani alzate e lo scrive). Quanti vedono 9 numeri? (8 mani alzate) Qualcuno mi spiega quali sono i quindici numeri?*

639. *Alice: (si alza e conta ad alta voce) 0, 8, 6, 1, 2, 5, 9, 3, 5, 7, 2, 4, 4, 1, 0.*

640. *IR: (ad Alice) Resta qua. Adesso uno che vede 9 numeri.*

641. *Nicola: (scandisce con voce perentoria) 0 più 8, 6 più 1, 2 più 5, 9 più 3, 5, 7 più 2, 4, 4 più 1, 0.*

642. *IR: (rivolto ad Alice e Nicola) E adesso vedetevela fra di voi. Chi ha ragione?*

643. *IR: Lui che cosa vede?*

644. *Alice: Le mascherine.*

645. *IR: Le mascherine. Bene. Guardate... segno come ha visto Nicola... (evidenzia le 'mascherine' e le conta sino a 9). Vediamo un po' di capire: qual è la differenza tra Alice e Nicola?*

646. *I: Alice, vuoi spiegare il tuo punto di vista?*

647. *Alice: Non ho detto le mascherine, ho detto i numeri.*

648. *IR: Non ho detto le mascherine ho detto i numeri... e tu cosa dici Nicola?*

649. *Nicola: Io ho detto 9 tra le mascherine e i numeri da soli.*

650. *IR: (ad Alice) Senti, quelle che noi abbiamo chiamate le mascherine... cosa c'è su una mascherina? (la disegna).*

651. *I: Alice, lì su quella riga (indica i numeri evidenziati di giallo) ci sono solo numeri?*

652. *Alice: No... c'è anche il più.*

653. *IR: C'è anche il più... e allora secondo te (indica 0+8) se tu hai 0, che è un simbolo, + che è un secondo simbolo e 8 che è un terzo simbolo, messi insieme che cosa fanno secondo te? Messi insieme 0 più 8.*

654. *La classe segue con grande attenzione.*

655. *I: (scrive 0 8) Quanti numeri sono, lì?*

656. *Alice: Due.*

657. *I: (indica 0+8) E perché lui dice che quassù c'è un numero solo?*

658. *Alice: Perché col più fanno un numero unico.*

659. *I: Perché il più è come una colla, no?*

660. *Nicola: ... che li attacca.*

<sup>63</sup> Si affronta nuovamente la difficoltà di riconoscere come forma autonoma un numero scritto in una rappresentazione non canonica; questa difficoltà è emersa in VR 27, Commento 43 ed è riapparsa in VR 40, Commento 56.

661. Grandi segni di approvazione da parte dei bambini.
662. I: Sono come due Lego messi assieme. Qui ce ne sono due (indica 0 e 8, v. F 66) e qui (indica 0+8) ce n'è uno solo. Se c'è il più, quei numeri non son più da soli, sono attaccati insieme a formarne un altro.
663. IR: Per esempio, se io scrivo 5 più 3 (scrive) è vero che tu hai il numero 5 e il numero 3 (evidenzia 5+3)... ma la mascherina serviva proprio per aiutarvi a capire... che c'è questa specie di colla...
664. Nicola: ... che è il più.
665. IR: E infatti 5+3 che numero è?
666. Nicola e Alice: 8.
- [VR 46-A Fine]<sup>64</sup>
- [VR 46-B]
667. IR: Guardate un po' se capite cosa vuol dire questa parola lunghissima... (apre una pagina nuova (F 67) e scrive RAPPRESENTARE; i bambini leggono le lettere man mano che vengono scritte). Secondo voi, cosa vuol dire questa parola?... Dimmi Laura.
668. Laura: Vuol dire tipo: raccontare. IR scrive la parola.
669. Nicola: Tipo presentare (IR aggiunge la parola).
670. Marco V: Rappresentare, tipo... come... mmm rappresentare tipo un animale.
671. IR: Rappresentare un animale in che senso?
672. Marco V: Nel senso di mostrare (IR la aggiunge nell'elenco).

RAPPRESENTARE

- RACCONTARE
- PRESENTARE
- MOSTRARE

F 67

QUANTI NUMERI VEDETE?

8 7 7 12 5 9 4 5 0

0+8 6+1 2+5 9+3 5 7+2 4 4+1 0

0 8

15 9 10 (5+3)

ALICE NICOLA 5+3

F 68

8

5

3

F 69

673. IR: Benissimo. Allora, secondo voi (F 68) 0 più 8 (indica) è un modo per rappresentare che numero?
674. Voci: 8.
675. IR: 8 (cerchia 0+8). E 6 più 1 è un modo per rappresentare... (voci: 7!)
676. IR prosegue con gli altri numeri facendo dire agli alunni delle frasi che contengano la parola 'rappresenta' e man mano aggiunge i numeri corrispondenti nella forma canonica. Alcuni dicono che 'è uguale'.
677. IR: Si può dire 'è uguale', oppure che è un modo per rappresentare un numero. E adesso vi tratto da grandi e vi insegno un'altra cosa. Il mio nome è Giancarlo... e il nome di questo numero (indica 0+8) qual è?
678. Tutti: Otto!
679. IR fa la stessa cosa con alcuni altri numeri.
680. IR: Se io dico: sono il marito di Cosetta, oppure: sono il papà di Alice..., sono il professore di matematica che viene a lavorare con voi... secondo voi, queste tre frasi assomigliano di più a questi numeri (F 68) (indica i numeri in blu 8, 7, 7, ...) o a questi? (indica quella sotto: 0+8, 6+1, ...)
681. Si alzano alcune mani.
682. Voci: A 0 più 8!
683. IR: Perché?
684. Laura: Perché, tipo, tu sei il numero 8 e la maestra è il numero 0.
685. IR Io posso rappresentare il numero 8 come 0+8 o come 7+1 e posso rappresentare Giancarlo come professore di matematica, papà di Alice, abitante a Sedico, ... Adesso guardate un po'... (F 69). Questi sono i nomi di tre numeri. Il numero 8 posso rappresentarlo anche... in che modo, per esempio?
686. Si alzano delle mani. Riccardo D non sa rispondere.
687. Un'alunna propone 3 più 5 e IR lo scrive. Tutti vogliono intervenire (F 70).
688. Laura introduce un'importante novità per il 3.

<sup>64</sup> Inizialmente solo un terzo degli alunni (638) vede nove numeri. Quando IR mette a confronto i due 'partiti' di coloro che vedono 15 numeri e di coloro che ne vedono 9 Alice, sostenitrice del 15, capisce da sola (644) cosa vedono Nicola e gli altri del 'partito dei 9' e poco dopo (647) ribadisce il concetto spiegando che Nicola vede mascherine mentre lei vedeva numeri: le mascherine confermano di essere metafore potenti, visivamente, delle forme non canoniche dei numeri. L'insegnante utilizza la risposta di Alice (652) alla sua domanda (651) e propone una seconda metafora, il '+' come colla (659), che Nicola consolida (660). Poco dopo l'insegnante aggiunge una terza metafora, i Lego (662). In questo caso le metafore aiutano a vedere una rappresentazione non canonica come un unicum.

- 689. Laura: 1 più 1 più 1 (F 70).
- 690. Voce: 1 più 2 più... (l'alunno non sa proseguire, IR si rivolge ad altri e infine scrive  $1+2+0$ ).
- 691. IR: Prima di andare avanti, una domanda: quanti numeri vedete scritti alla lavagna?
- 692. Quasi tutti contano indicando man mano i numeri.
- 693. Molti: Diciassette!
- 694. I: E che segni si potrebbero mettere lì per completare quelle frasi?
- 695. Dopo un istante di silenzio delle mani si alzano. Eleonora propone l'uguale e viene a scrivere alla LIM (F 71).
- 696. Eleonora aggiunge un uguale alla fine.
- 697. Marco D aggiunge tre uguale in modo da collegare al resto anche 8, 5 e 3.
- 698. IR: Guardate qui adesso (evidenzia i numeri scritti con due linee tratteggiate nera e fucsia) (F 72).

F 70

F 71

F 72

- 699. IR: I numeri che ho messo dentro la linea viola si chiamano f-o-r-m-e c-a-n-o-n-i-c-h-e (scrive e i bambini compitano)... 8 è la forma canonica di 8, questa (indica il 5) è la forma canonica di 5 e questa (indica il 3) la forma canonica di 3, mentre invece queste si chiamano f-o-r-m-e n-o-n c-a-n-o-n-i-c-h-e dei numeri (scrive e i bambini man mano leggono).
- 700. Alessandra chiede di leggere le frasi complete ad alta voce.
- 701. IR: Allora: vediamo un po' se avete capito. 3 più 2 è una forma non canonica o una forma canonica?
- 702. Coro: Non canonica!
- 703. IR: Allora 3 più 2 (invita con ampi gesti la classe a dire ad alta voce) è la forma non canonica del numero...
- 704. Tutti: (dopo un paio di secondi di silenzio) ... 5!
- 705. IR (muovendo le mani come un direttore d'orchestra): 7 più 1 è...
- 706. Alunni: (da soli in coro) ... una forma non canonica del numero 8.
- [VR 46-B Fine]<sup>65</sup>
- [VR 46-C]
- 707. IR: Bene. Vediamo quest'altra pagina... (F 73) Guardate questa frase. Secondo voi è vera o no?

$7+3=10+0$

F 73

- 708. Gli alunni leggono spontaneamente la frase ad alta voce.
- 709. Molti: (fanno di sì con la testa) È vera! Sì! È vera!
- 710. IR: (scrive accanto alla frase VERO) Allora uno che dica 'è vera perché'.
- 711. Voce: Perché 7 più 3 uguale 10 più 0.
- 712. Alice: Ah! 7 più 3 è una forma non canonica...
- 713. I: ... di che numero?
- 714. Alunno: Di dieci.
- 715. IR: Allora: chi mi dice tutta la frase? Questa frase è vera perché...
- 716. Alice: 7 più 3 è uguale a 10 più 0 perché io metto 7 (alza 7 dita) e aggiungo 3 (alza altre 3 dita), lo 0 non vale perché come fai a fare lo 0...

<sup>65</sup> L'evidenziazione in giallo (F 68) e le metafore (mascherine, colla, Lego in VR 46-A) portano IR e I ad introdurre il concetto di rappresentare. I significati proposti dagli alunni – 'raccontare' (668), 'presentare' (669) e 'mostrare' (672) – permettono di accostarsi in modo efficace al concetto. IR (679) introduce poi l'analogia fra il proprio nome e altre sue descrizioni (professore, ecc) e i diversi modi di rappresentare un numero (682) e guida gli alunni ad esplorare tale analogia (680-690). Dopo aver verificato (693) che ora tutti (o quasi) 'vedono' correttamente in F 70 i diciassette numeri, favorisce il coagulo del concetto di uguaglianza fra le rappresentazioni (694) attraverso l'uso del segno '=' che gli alunni introducono senza difficoltà (695-697). L'episodio si completa attraverso l'evidenziazione in viola e in nero delle forme canoniche e quelle non canoniche (F 72).

717. IR: Mmm! E qualche altro che mi dà una risposta 'è vero' 'non è vero' usando le parole 'non canonico'? Perché è vera questa frase?.
718. Nicola F: Perché 0 non conta,  $7+3$  è un numero canonico e si capisce che 7 più 3 uguale 10.
719. IR: Non 7 più 3 uguale 10, io ho scritto 10+0... cos'è 10 più 0?
720. Nicola F: È 10.
721. IR: Sì, ma usando quello che avete imparato adesso...
722. Nicola F: Ah, sì, 10 più 0 non è una forma canonica.
723. IR: E cioè che cosa è, 10?
724. Laura: È una forma non canonica...
725. IR: ... di?...
726. Laura: ... 10.
727. I: E 7 più 3 cos'è?
728. Laura: Una forma non canonica del 10.
729. IR: E quindi? Questa frase è vera perché sono tutte e...
730. Voci: ... due... (IR invita con i gesti a continuare) forme non canoniche del numero 10.
731. I: 7 più 3 è una forma non canonica di 10, 10 più 0 è una forma non canonica di 10 e allora è come se fosse scritto 10 uguale a 10.
- [VR 46-C Fine]<sup>66</sup>
- [VR 46-D]
732. IR: Vediamo questa: (F 77)... leggetela.

$$5+2\neq 3+2$$

F 77

733. Gaia: 5 più 2 uguale...
734. Voce: No, c'è una lineetta!
735. Alexandra: L'abbiamo già imparato questo segno!
736. Gaia: 5 più 2 non è uguale a 3 più 2.
737. I: È vera o falsa?
738. Alexandra: Falsa.
739. IR: Perché?
740. Alexandra: Perché 5 più 2 è uguale a 7, e 3 più 2 è uguale a 5... quindi è falsa (altri concordano).
741. IR scrive:  $5=4+1$  e  $5\neq 4+1$ .
742. I: Di queste due qual è quella vera?
743. Si alzano alcune mani.
744. Celeste: Sono tutte e due vere (molti compagni sono d'accordo).

<sup>66</sup> Consolidiamo le competenze riguardanti l'interpretazione di una forma non canonica come rappresentazione di un numero e l'individuazione dell'uguaglianza tra forme non canoniche. La domanda di IR "Secondo voi è vera o no?" (709) è complessa (torneremo su questo aspetto nel prossimo commento) e la riflessione a tavolino sull'episodio ci porta ad ipotizzare di presentare le stesse attività anche in una forma diversa, attraverso il ricorso a vignette accompagnate da opportune domande, per giungere poi alla rappresentazione della risposta in linguaggio matematico:  $7+3\neq 10+1$  (F 74),  $8+2=0+10$  (F 75),  $5+2\neq 3+2$  (F 76). La scelta delle risposte deve essere costantemente argomentata.



F 74



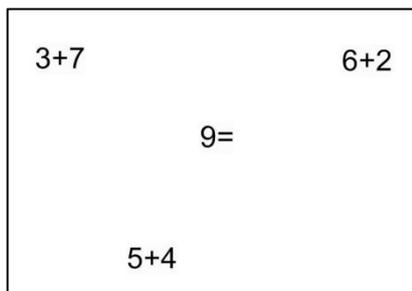
F 75



F 76

Dopo tentativi linguisticamente spezzettati Alice (718) elabora un'argomentazione piuttosto ricca, che l'alunna supporta spontaneamente con l'aiuto delle dita, aprendo uno spiraglio verso lo zero, che ora si preferisce non approfondire per non interrompere l'attività (l'uso della mano chiusa). Nicola F (720) accoglie l'invito di IR (719) e usa il termine 'canonico' anche se in modo improprio, parlando di 'numero' non canonico, anziché di 'rappresentazione'; anche qui si preferisce non interrompere il flusso argomentativo.

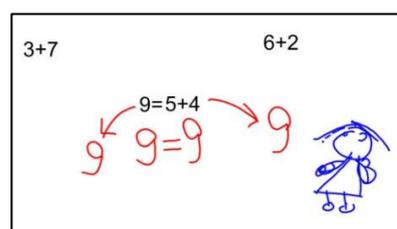
745. IR: Perché? Se un tuo compagno dice: 5 non è uguale a 4 più 1, è vero quello che dice o no?  
 746. Voci: No!  
 747. Riccardo: Perché è uguale a quella! (*indica  $5=4+1$* ).  
 748. Voce: Quel bambino (*intende quello che avrebbe scritto  $5\neq 4+1$* ) dice che non è uguale!  
 749. IR: Allora qui scrivo che la frase è...  
 750. Tanti: ... falsa!  
 751. IR scrive accanto a  $5+2\neq 3+2$  **FALSO**.  
**[VR 46 -D Fine]**<sup>67</sup>  
 752. IR apre una nuova pagina (F 78).



F 78



F 79



F 80

[VR 46-E]

753. IR: Secondo voi il gioco qui cosa vi chiede di fare?  
 754. Si alzano delle mani.  
 755. Viene alla LIM Gianluca che non parla ma poi sposta il  $5+4$  alla destra di '9='.  
 756. Voci: Giusto!  
 757. IR: E chi mi spiega perché lo ha messo là?  
 758. Celeste: Perché 5 più 4 è uguale al numero 9 (F 79).  
 759. IR: E 5 più 4 è... (*apre la pagina di F 72 con le scritte 'forma canonica' e 'forma non canonica'*).  
 760. Laura: ... la forma non canonica...  
 761. I: ... di?  
 762. Laura: ... numero 9...  
 763. Assieme agli alunni si ricostruiscono alla LIM le ragioni per le quali  $5+4=9$ .  
**[VR 46-E Fine]**<sup>68</sup>

<sup>67</sup> La difficoltà principale in casi come questo (F 77) o come il precedente (F 73) è costituita dal fatto che la questione "È vera o no?" si colloca a livello metalinguistico, in quanto gli alunni devono esprimere un giudizio sulla frase proposta. Un alunno che rispondesse che  $7+3=10+0$  "è vera" perché si concentra su  $7+3=10$ , opacizzando lo 0 perché pensa che esso 'non conta niente', darebbe sì una risposta corretta, ma essa sarebbe l'esito di una lettura a livello cognitivo. L'alunno, infatti, si sarebbe limitato a verificare la correttezza di un'operazione e avrebbe visto l'uguale non da un punto di vista metacognitivo, come simbolo che collega due rappresentazioni dello stesso numero ( $7+3$  e  $10+0$ ), ma come operatore che esprime 'semplicemente' il risultato (a destra) dell'operazione che sta a sinistra. Microepisodi come questo evidenziano l'importanza di chiedere di argomentare le affermazioni, anche quelle apparentemente più scontate.

Queste considerazioni spiegano il giudizio di Alexandra (740) o di Celeste (746), per le quali la risposta vero/falso viene data sulla base della correttezza della scrittura in sé. Alexandra, invece di pensare "è vero che non è uguale" esprime il giudizio che la frase  $5+2\neq 3+2$  è falsa (errore a livello metalinguistico) perché la considera sbagliata. Confonde falsità e scorrettezza. È per queste ragioni che adotteremo anche la strategia del fumetto, per affrontare da un altro punto di vista l'argomento, importante sul piano logico ma delicato, da sviluppare con gradualità.

<sup>68</sup> L'obiettivo è quello di rinforzare il concetto che 9 è uguale a  $5+4$  perché sono entrambe rappresentazioni, rispettivamente canonica e non canonica, della stessa quantità, espressa dal numero 9.

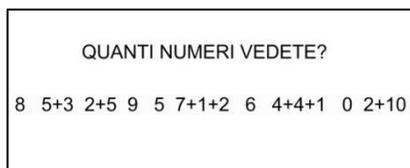
15 gennaio 2015

11

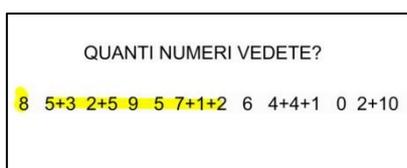
Principali obiettivi dell'incontro

- **Matematico:** consolidare il concetto di rappresentazione di un numero; saper produrre rappresentazioni equivalenti dello stesso numero; favorire il passaggio dal calcolo col supporto delle dita al calcolo mentale.
- **Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; saper usare termini specifici: forma canonica, forma non canonica.

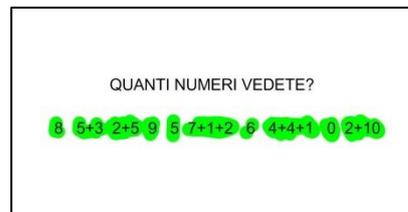
*Gli alunni sono seduti sul pavimento.*



F 81



F 82



F 83

764. *IR presenta la prima pagina (F 81). Tutti leggono ad alta voce la frase in lingua italiana. Poi contano i numeri. Molte dita indicano il conteggio sulla LIM e si sente bisbigliare. Una decina di alunni alz la mano.*

765. *Un'alunna dice 10.*

766. *IR attiva il pennarello e le chiede di evidenziarli.*

767. *L'alunna dopo l'8 non stacca più l'evidenziatore e man mano conta sino ad arrivare a 10. Il suo decimo numero è il 2 di 7+1+2 (F 82). Si capisce che vede i singoli numeri e non le forme non canoniche.*

[VR 47]

768. *IR chiama MarcoD e gli consegna l'evidenziatore verde.*

769. *Marco D evidenzia l'8 e poi solo 5+3.*

770. *IR: (lo interrompe) Scusami, puoi spiegare ai tuoi compagni come vedi in 5+3 un solo numero? (Quattro o cinque mani si alzano) Ti chiedo per esempio di spiegarlo a Veronica e ad Anna che non hanno capito.*

771. *Marco D: Perché questa (indica 5+3) è una mascherina.*

772. *IR: Questa è una mascherina (si rivolge all'insegnante) Possiamo accettare questa risposta? L'insegnante annuisce.*

773. *Marco D continua ad evidenziare correttamente le dieci rappresentazioni (F 83).*

[VR 47 Fine]<sup>69</sup>

[VR 48-49]

774. *IR chiama Laura e chiede anche a lei di spiegare come fa a 'vedere' i dieci numeri.*

775. *Laura: Io direi che l'8 è un numero perché qui (indica lo spazio fra 8 e 5+3) c'è uno stacchetto perché non c'è in mezzo il più, se no sarebbe 8 più 5 più 3 più... (indica il resto della scrittura) e quindi l'8 è un numero da solo perché non c'è il più e in 5+3 c'è in mezzo il più che è tipo una colla che li tiene insieme.*

776. *IR: Che li tiene insieme... e per usare una parola che abbiamo imparato l'altra volta...*

777. *Riccardo M: 8 è una forma canonica...*

778. *IR: Di che numero?*

779. *Riccardo M: ... dell'8. 5+3 è una forma non canonica dell'8.*

780. *I: E 2+5? Continua.*

781. *Riccardo M: È una forma non canonica del 7, l'8 è una forma canonica dell'8, il 5+3 è una forma non canonica dell'8, il 2+5 è una forma non canonica del 7, 9 è una forma canonica del 9, ...*

782. *Si completa sino a 2+10.*

783. *IR: Adesso io scherzo: qual è la mia forma canonica?*

784. *Voci: Giancarlo!*

785. *IR: (rivolto ai bambini che non hanno ancora idee chiare) È come il nome, capite? Questo (indica 8) è il nome del numero 8 come Giancarlo è il mio. 5+3 è una forma non canonica dell'8, è come se io dicessi che Giancarlo... ?*

786. *Voce: Cosetta!*

787. *IR: Ma no Cosetta! Non sono mica Cosetta io! Cosa potete dire, che sono?*

788. *Laura: Maestro.*

789. *Alice: Insegnante di matematica*

790. *Providence: Il marito di Cosetta!*

<sup>69</sup> *Ritorna l'immagine potente della mascherina come elemento unificatore. IR e I 'si accontentano' e, come si vedrà nel seguito della lezione, useranno ancora le mascherine. È evidente comunque che bisogna gradualmente superare la forza espressiva di questa metafora, per evitare che diventi uno stereotipo, e favorire la conquista di una definizione interna alla matematica e della relativa rappresentazione in linguaggio matematico.*

791. Nicola F: Il professore di matematica che viene con noi!  
 792. IR: Oh, benissimo!  
 793. Voci: È come con i numeri.

[VR 48-49 Fine]<sup>70</sup>

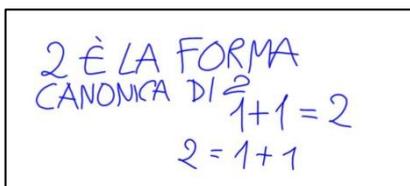
794. *Si continua a lavorare con forme canoniche e non canoniche di vari numeri. Si propongono anche addizioni che superano la decina; alcuni presentano difficoltà anche con somme fra numeri molto piccoli. Si insiste sulla necessità di specificare, ogni volta, a quale numero ci si riferisce (“Una forma non canonica del numero...”). Ad un certo punto un'alunna rimane disorientata di fronte alla richiesta di dire di quale numero è forma non canonica  $1+1$ . Molti si sbracciano. IR scrive alla LIM  $1+1$ . Si giunge alla scrittura  $1+1=2$ .*

[VR 50]

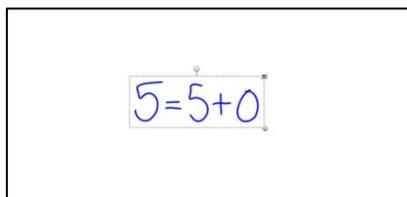
795. IR: E potrei scrivere così? Guardate. *Scrivete  $2=1+1$ .*  
 796. Molti: Nooo!  
 797. IR: E perché no?  
 798. Voce: È il contrario!  
 799. IR: Scusate, ma 2 che cos'è?  
 800. *Borbottii.*  
 801. IR: A me piace sentirvi dire forma canonica e forma non canonica. (Voci: *Io! Io!*)  
 802. Nicola: Io lo so benissimo! 2 è la forma canonica del numero 2!  
 803. *Con l'aiuto della classe IR compone la pagina (F 84).*

[VR 50 Fine]<sup>71</sup>

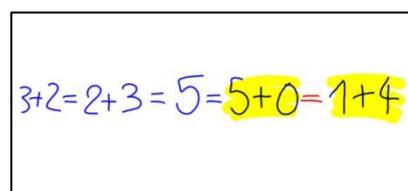
804. *IR scrive alla LIM 5 e chiede di trovare sue forme non canoniche.*  
 805. *Un alunno propone  $5+0$ .*  
 806. *IR scrive alla LIM, distanti fra loro,  $5$   $5+0$  e chiede cosa si possa scrivere fra i due numeri.*  
 807. *Molti propongono l'uguale.*  
 808. *IR lo inserisce fra 5 e  $5+0$ :  $5=5+0$ . (F 85)*



F 84



F 85



F 86

[VR 51]

809. IR: Adesso ditemi 5 in un'altra forma non canonica (*prosegue su F 85*).  
 810. Alice:  $2+3$ .  
 811. IR: Dove lo scrivo?  
 812. Laura: Vicino al 5. *IR lo scrive a sinistra del 5.*  
 813. IR: Vicino al 5... ma proprio vicino vicino?  
 814. Voci: No... Più lontano... (*IR sposta un po' verso sinistra  $2+3$* ).  
 815. Voce: Con l'uguale...  
 816. IR: Dove?  
 817. Voci: Lì! Fra  $2+3$  e 5.  
 818. IR: Anna M, e un'altra forma non canonica del 5? Un modo diverso di dire 5.  
 819. Giorgia:  $1+4$ . (*IR lo scrive a destra di  $5+0$* ).  
 820. Giorgia: Potrebbe fare il contrario:  $3+2$ .  
 821. IR: Ma certo! (*Lo scrive a sinistra di  $2+3$  perché sulla destra non c'è più spazio*) E allora? Mancano dei segni?  
 822. *Si alzano molte mani: Uguale!*  
 823. IR: E dove metto l'uguale?  
 824. *Voci indicano i posti dove inserire il simbolo '='. Si giunge alla conclusione che i numeri sono cinque (F 86).*

[VR 51 Fine]<sup>72</sup>

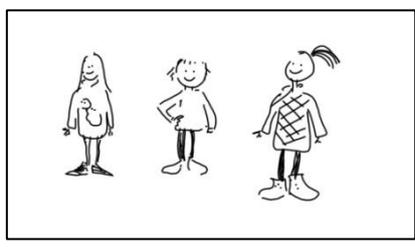
<sup>70</sup> *Si rinforzano le rappresentazioni dei numeri cercando di far spiegare agli alunni come fanno a vedere dieci numeri. Grosso modo metà classe ha le idee piuttosto chiare (alcuni molto chiare), altri incontrano ancora delle difficoltà. La lunga argomentazione di Laura (775) ruota attorno al segno '+' e alla metafora della colla. Si cura anche il linguaggio promuovendo l'uso della terminologia che stiamo esplorando. L'episodio si conclude con un richiamo da parte di IR alla metafora dei modi nei quali si può 'rappresentare' una persona; ci sono interventi che indicano idee confuse (786) ma molti mostrano (788-791 e 793) di aver capito.*

<sup>71</sup> *L'episodio evidenzia come emerge, nonostante attività costruite in una prospettiva relazionale, la visione direzionale dell'uguale, per cui molti 'rifiutano' la scrittura  $2=1+1$  (796 e 798).*

825. L'insegnante assegna ad ognuno di tre alunni una mascherina (F 87). IR intanto li rappresenta (F 88). I bambini si divertono (F 89). IR disegna sulla prima bambina il contenuto della sua mascherina (F 90).



F 87



F 88



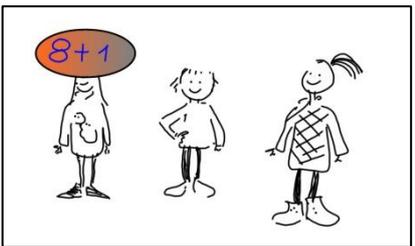
F 89

[VR 52]

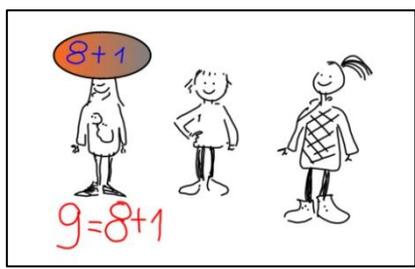
- 826. Nicola R: Il proprietario della mascherina su cui c'è  $8+1$  è il numero 9.
- 827. IR: E allora... qual è la forma canonica di 9? (Dopo qualche secondo di silenzio si alzano delle mani).
- 828. Nicola F: 9.
- 829. IR scrive 9 sotto il disegno della prima bambina.
- 830. IR: E come si continua per rappresentare questa mascherina qui?
- 831. Riccardo: Si mette la forma non canonica:  $=8+1$ . Si scrive la frase di Riccardo sotto la prima bambina (F 91).

[VR 52 Fine]<sup>73</sup>

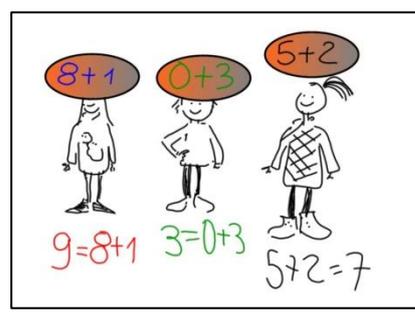
832. Si procede in modo analogo con le altre due alunne (F 92).



F 90



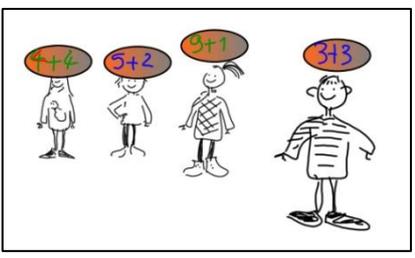
F 91



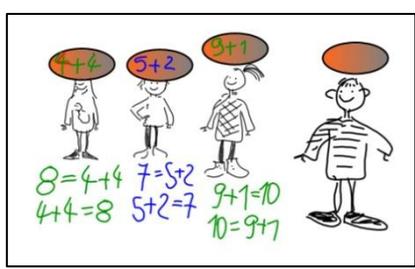
F 92

833. L'insegnante assegna a quattro alunni altrettante mascherine. IR modifica la pagina precedente (F 93). Vari alunni aiutano a produrre le rappresentazioni in linguaggio matematico (F 94).

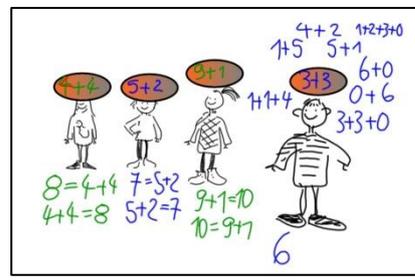
834. La lezione termina. Mentre la classe esce dall'aula un gruppetto propone numerose rappresentazioni non canoniche dell'ultima mascherina  $3+3$  (F 95).



F 93



F 94



F 95

<sup>72</sup> Si continua a lavorare sull'individuazione dei numeri anche nelle loro forme non canoniche e sull'uguale visto da un punto di vista relazionale. Il fatto che gli alunni accettino che i numeri vengano aggiunti indifferentemente a sinistra o a destra dei precedenti dovrebbe deporre a favore del consolidamento di questo punto di vista.

<sup>73</sup> Da questo momento in poi si cerca di favorire la comprensione lavorando contemporaneamente con più linguaggi: corporeo (gli alunni indossano le mascherine), verbale (argomentano), iconico (si rappresentano bambini e mascherine) e matematico.

20 gennaio 2015

12

Principali obiettivi dell'incontro

- **Matematico:** risolvere situazioni problematiche per favorire l'interpretazione di frasi scritte in linguaggio naturale e la loro traduzione in linguaggio matematico.
- **Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; affrontare aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi; conoscere e usare termini specifici: tradurre, Brioshi, forma canonica, forma non canonica.

**DELLE SFIDE PER VOI**

F 96

**TRADURRE**

F 97

**BRIOSHI**

F 98

835. Con l'aiuto dei più esperti si leggono e si interpretano, una dopo l'altra, **tre pagine**<sup>74</sup> (F 96, F 97, F 98).
836. La 'sfida' viene definita come: (a) "che si partecipa a qualcosa"; (b) "Che tipo ci sono delle persone che si dicono che stanno vincendo"; (c) "Che ci sono delle coppie che una deve sfidare l'altra"; (d) "Dei giochi". IR elabora assieme alla classe la frase (che scrive man mano alla LIM e fa leggere agli alunni): "Vediamo se siete capaci di fare le cose che adesso vi proporremo".
837. 'Tradurre' dà luogo a queste definizioni: "Che uno dice una parola tipo... in inglese non la sai e lui te la traduce". IR chiede aiuto a ... (Come si dice in francese 'Africa'? Afrique).
838. 'Brioshi' porta ad elencare i simboli conosciuti del linguaggio matematico (F 99).
839. Si lancia, tra gli Oooh! degli alunni, la prima sfida (F 100). Viene dato un nome alla bambina (Giulia) e si chiarisce il significato del fumetto. Poi si apre la discussione.

**BRIOSHI**

+ - = ≠ × > < , %  
 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

↓  
 aito

F 99

NOVE E' UGUALE A SEI PIU' TRE

E' VERO?

TRADUCETELO IN LINGUAGGIO MATEMATICO:

F 100

NOVE E' UGUALE A SEI PIU' TRE

E' VERO?

GIULIA

TRADUCETELO IN LINGUAGGIO MATEMATICO:

6+3=9    9=6+3

F 101

840. La prima traduzione proposta non è 'fedele' perché l'autore scambia il 6+3 col 9. Si alzano molte proteste e si giunge alla **seconda traduzione**  $9=6+3$ <sup>75</sup>.
841. Si propone una seconda sfida (F 102) che gli alunni leggono ad alta voce.

SETTE PIU' TRE E' UGUALE A DIECI PIU' UNO

E' VERO?

SCRIVETE LA RISPOSTA PER BRIOSHI:

F 102

SETTE PIU' TRE E' UGUALE A DIECI PIU' UNO

E' VERO?

SCRIVETE LA RISPOSTA PER BRIOSHI:

$7+3 \neq 10+1$

F 103

OTTO PIU' DUE    ZERO PIU' DIECI

DICONO LO STESSO NUMERO?

SPIEGATELO A BRIOSHI:

F 104

[VR 53]

842. Marco V: È falso, perché 7+3 è uguale 10 però poi dicono: 7+3 è uguale a 10+1 perché 7+3 fa 10 ma però, visto

<sup>74</sup> Si è deciso di promuovere una riflessione collettiva attorno a due termini chiave: 'rappresentare', che è peraltro già stato introdotto, e 'Brioshi', che può aprire sin d'ora agli aspetti semantici e sintattici del linguaggio naturale e di quello matematico. La parola 'sfida' prepara le situazioni problematiche che proporremo fra poco.

<sup>75</sup> Le incertezze che emergono riguardano sia il linguaggio naturale che quello matematico: nella lettura e nell'interpretazione delle frasi, nel controllo degli aspetti grammaticali (ad es. un 9 scritto alla rovescia), nella traduzione fra linguaggi.

che dicono anche più 1, è 11, e  $7+3$  non è uguale a 11.

843. A:  $7+3$  è uguale a  $10+1$  è falsa perché  $7+3$  è uguale a 10... (IR la invita a dirlo in un altro modo) e invece  $10+1$  è una forma non canonica del numero 11. Va alla lavagna e scrive  $7+3 \neq 10+1$  (F 103).

[VR 53 Fine]<sup>76</sup>

[VR 54]

844. IR: Una nuova sfida (F 104). Gli alunni propongono di chiamare Stella la bambina a destra.

845. Vengono coinvolti alcuni alunni in difficoltà. Attraverso vari accorgimenti (evidenziazione di parti delle frasi, inserimento di sbarrette per separare le parole, F 105) dopo vari tentativi si giunge alla scrittura:

$$8+2 \quad 0+10.$$

846. I: Adesso come si fa a scrivere a Brioshi che dicono la stessa cosa? (solo due alunni alzano delle mani).

847. Laura inserisce l'uguale e poi legge ad alta voce la frase completa.

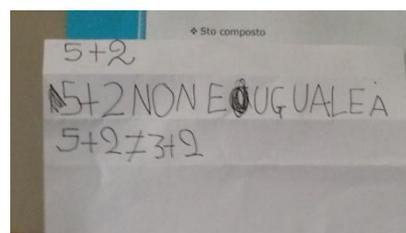
[VR 54 Fine]<sup>77</sup>



F 105



F 106



F 107

[VR 55]

848. IR: Ecco una nuova sfida (F 106). Si chiama Diego il bambino a sinistra e Matteo l'altro.

849. Dopo aver letto collettivamente le due affermazioni vengono distribuiti dei foglietti e gli alunni sono invitati a scrivere da soli le traduzioni. Dopo un po' solo tre alunni riconsegnano le loro proposte che vengono trascritte alla LIM:

850. Marco V:  $5+2$ .

851. Laura:  $5+2$  non è uguale a  $3+2$ .

852. Nicola:  $5+2 \neq 3+2$ .

853. IR: Alzi la mano chi ha da dire qualcosa su quello che hanno scritto questi tre bimbi. Ricordatevi che dovevate spiegarlo a Brioshi (evidenzia in giallo la frase).

854. I: Chi l'ha spiegato meglio a Brioshi?

855. Marco V: Per me Nicola. Perché lui ha usato solo segni matematici che Brioshi capisce. Invece Laura e Marco non proprio perché...

856. IR: Sono diversi però... Laura secondo te perché non va bene?

857. Marco V: Perché si capisce, Brioshi capisce  $5+2$  e  $3+2$ , però non riesce a capire 'non è uguale'.

858. IR: Perché?

859. Marco V: Perché lui non sa la lingua italiana.

860. I: Perfetto.

861. IR: E la prima frase di Marco, secondo te com'è?

862. I: Marco dice  $5+2$  e basta.

863. Gli alunni non sanno cosa rispondere.

864. Alexandra: Non è completa la frase. Ehm... Non si capisce cosa vuole dire Marco. Ha scritto solo  $5+2$ ...

865. IR: E non ha detto se... ?

866. Alexandra: ... se  $5+2$  è uguale o non è uguale a  $3+2$ .

[VR 55 Fine]<sup>78</sup>

<sup>76</sup> Sono ancora pochi quelli in grado di organizzare argomentazioni complete come le due di questa registrazione. Si ribadisce che sono argomentazioni non semplici in quanto si sviluppano a livello metalinguistico: la frase è vera o non è vera? Numerosi alunni sono ancora incerti perché trovano ostacoli nella lettura, nell'interpretazione dei simboli, nel calcolo mentale (a maggior ragione quelli che si appoggiano ancora sull'uso delle dita).

<sup>77</sup> L'episodio conferma le osservazioni precedenti.

<sup>78</sup> Con questa sfida si introducono due importanti novità sul piano metodologico: gli alunni lavorano individualmente e si mettono in discussione le loro proposte. Emergono difficoltà 'classiche', tipiche di molti alunni di questa età (concentrazione, comprensione del senso dell'attività nella quale sono coinvolti, dipendenza dall'insegnante, insicurezza nel controllo dei linguaggi) che obbligano a non rimanere per troppo tempo all'interno della stessa discussione. Le tre proposte sono molto interessanti, e permettono comunque ad alcuni di intervenire con argomentazioni chiare e ben organizzate. Questo aspetto dovrebbe andare a beneficio di tutta la comunità.

27 gennaio 2015

13

Principali obiettivi dell'incontro

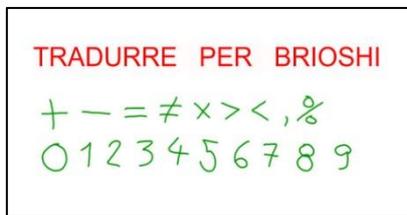
- **Matematico:** risolvere situazioni problematiche per favorire l'interpretazione di frasi scritte in linguaggio matematico.
- **Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; affrontare aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi; conoscere e usare termini specifici: tradurre, Brioshi, forma canonica, forma non canonica.

Gli alunni sono seduti al banco e ognuno ha il suo quaderno. L'attività prevede per la prima volta:

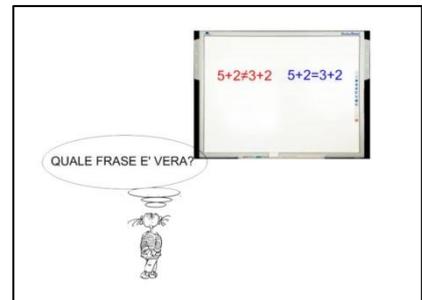
- 1) la presentazione di una situazione problematica (la 'sfida');
- 2) la scrittura individuale delle soluzioni;
- 3) la trascrizione delle frasi sulla LIM;
- 4) la discussione collettiva sulle frasi;
- 5) la scelta della frase ritenuta più corretta.



F 108



F 109



F 110

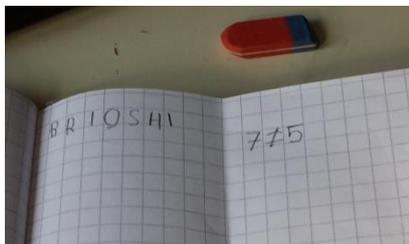
867. Si ricordano concetti visti nell'incontro precedente (F 108).

868. Si riprende il concetto di 'tradurre' e si ricorda chi è Brioshi (F 109).

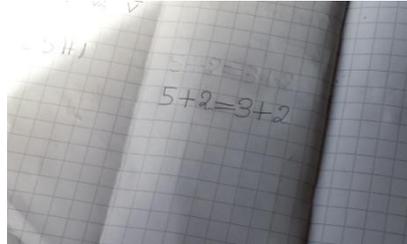
869. Si propone la prima sfida (F 110). Si chiede agli alunni di aiutare Giulia a rispondere.

870. Gli alunni si mettono a lavorare per la prima volta individualmente (alcuni esempi di frasi in F 111, F 112, F 113).

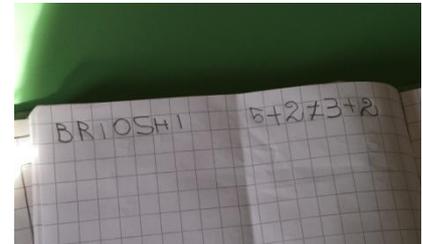
871. Alcuni protocolli rappresentativi vengono ricopiati alla LIM (114).



F 111

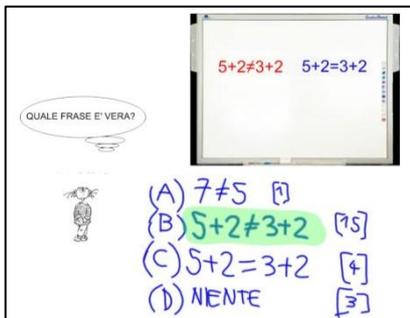


F 112

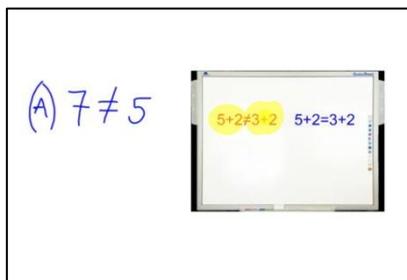


F 113

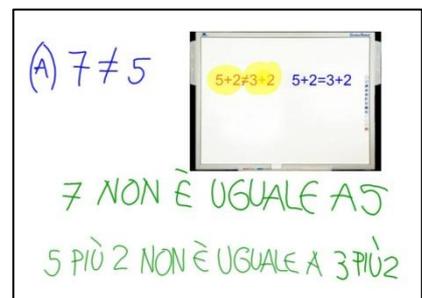
872. Alcuni protocolli rappresentativi vengono ricopiati alla LIM (F 114) e messi in discussione.



F 114



F 115



F 116

873. Due alunni leggono le due frasi scritte (F 115). Uno non ricorda il significato di '≠' e una compagna glielo ricorda. Si riflette attorno alla scrittura di Nicola (A). La si isola ricopiandola in un'altra pagina (F 115).

[VR 56A, 65B, 56C, 56D]

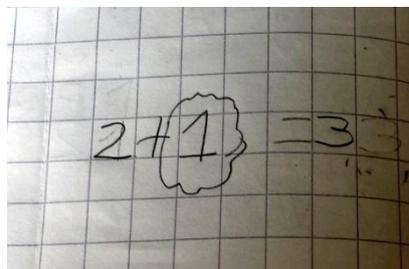
874. IR: Secondo voi cos'ha fatto Nicola qui? Indica  $7 \neq 5$ . Si alzano alcune mani.

875. Alberto: Ha messo i due numeri... ehm... del... dei così là che ci sono...

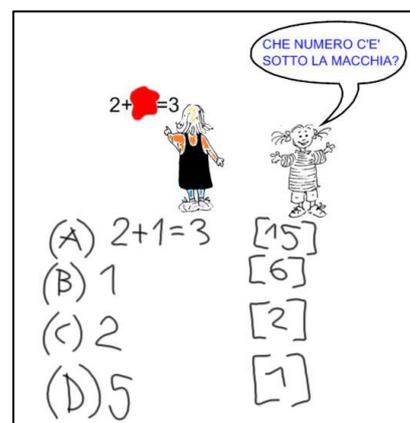
876. I: Uh, che modo di parlare!  
 877. IR: Ci sono delle parole bellissime...  
 878. *Si alzano solo due mani. Gli altri rimangono in silenzio.*  
 879. I: Alexandra, cosa ha fatto Nicola? Leggi cosa ha scritto.  
 880. Alexandra: Ha scritto 7 non è uguale a 5.  
 881. I: E perché ha scritto così?  
 882. *Silenzio.*  
 883. I: Quello che ha scritto Nicola va bene o no?  
 884. *Parecchie voci dicono No. I e IR ricordano che si è detto più volte che le risposte 'Sì' o 'No' non sono sufficienti.*  
 885. IR: Io vorrei che uno di quelli che hanno detto No dicesse perché non va bene.  
 886. Marco V: Allora, che Nicola ha scritto '7 non è uguale a 5', però non ha scritto le frasi che erano scritte su quel disegno, ma ha scritto i risultati che fanno.  
 887. I: Ascolta, noi non abbiamo mai usato la parola 'risultati'... Cosa abbiamo usato?  
 888. Laura: Nicola non ha messo le domande che tu avevi chiesto... ha messo le risposte che facevano i numeri ma non era giusto.  
 889. I: Allora: Marco V ha detto 'i risultati', tu hai detto 'le risposte che facevano i numeri', ma noi abbiamo imparato a chiamare quei numeri in un modo diverso. Io sono sicura che Marco V lo sa. Hai detto che 7 è 'il risultato' di cosa?  
 890. Marco V: Di 5 più 2.  
 891. I: Ma non li abbiamo chiamati risultati... 7 e 5+2 cosa sono?  
 892. Riccardo M: È la forma canonica...  
 893. IR: Devi anche dire 'chi' è la forma canonica.  
 894. Riccardo M: 7 è la forma canonica del 7 e 5 è la forma canonica del 5.  
 895. I: Sì, ma perché ha messo 7?  
 896. Riccardo M: Perché è il risultato.  
 897. Nicola F: Perché forse la domanda giusta è che 5+2 non è uguale a 3+2.  
 898. I: Però tu non hai scritto 5+2 non è uguale a 3+2.  
 899. IR: Sono curioso di sapere questo: perché non hai lasciato 5+2≠3+2 e hai ritenuto di mettere al posto di 5+2 7 e al posto di 3+2 5?  
 900. Nicola F: Perché volevo rispondere alla domanda.  
 901. IR: Ah-ah... leggete quello che scrivo (F 116) *Scrive '7 non è uguale a 5' e poi, sotto, '5 più 2 non è uguale a 3 più 2'*) Questa seconda (*indica la seconda*) frase non è chiara?  
 902. *La classe rimane in silenzio. Si decide di concludere la discussione sulla scrittura di Nicola e di tornare alla pagina con tutte le scritte* (F114).  
 903. IR: Mettiamo da parte 7≠5. Secondo voi, tra queste due (*indica (A) e (B)*) quale è quella giusta?  
 904. Alice: 5+2≠3+2.  
 905. IR: Perché?  
 906. Alice: Perché 5 più 2 fa 7 e 7 non è uguale a 3 più 2 perché 3 più 2 fa 5.  
 907. IR: Bene, e allora 5+2 e 3+2 sono le...  
 908. Alice e altri: ... forma non canoniche di 7 e di 5.  
 909. I e IR: Fermiamoci qui. Vi proponiamo la prossima sfida (F 117).



F 117



F 118



F 119

[VR 56 A, 56B, 56C, 56D Fine]<sup>79</sup>

[VR 57A, 57B, 57C, 57D, 57E]

910. IR: Qualcuno ci spiega com'è questa sfida? (F 117)
911. Giorgia: La sfida è: trovare il numero sotto la macchia rossa.
912. *Gli alunni lavorano individualmente. Un esempio di protocollo non riportato alla LIM* (F 118).
913. *Si riportano alla LIM alcuni protocolli con accanto il numero degli autori* (F 119) *e si apre la discussione.*
914. IR: (rivolto ad Elisa, autrice della risposta) Ci spieghi perché hai scritto 5?
915. *Elisa viene chiamata alla LIM. La guarda in silenzio.*
916. I: Cosa dovevi trovare?
917. Elisa: Il numero sotto la macchia rossa.
918. I: Allora leggi quello che c'è scritto.
919. Elisa: 2 più... uguale 3.
920. I: E tu sotto la macchia cosa scrivi?
921. Elisa: 5.
922. IR: E allora qui cosa verrebbe scritto?
923. Elisa: 2 più 5 uguale 3. *IR sposta la macchia e la sostituisce con un 5:  $2+5=3$ .*
924. I: È vero?
925. *Elisa fa i calcoli con le dita e trova che è uguale a 7.*
926. IR: Domanda difficilissima: come si può modificare questa frase (*indica  $2+5=3$* ) perché diventi vera?
927. Laura: Basta togliere il 5 e mettere il numero 1.
928. IR: Io vorrei cambiare non un numero ma un segno.
929. Alice: Basta mettere il segno che non è uguale... (*IR aggiunge il trattino sull'uguale e fa leggere ad alta voce la frase alla classe*).
930. I: Alexandra, Gaia ha scritto '2'. Come fai a far capire a Gaia che 2 non va bene?
931. Alexandra (*alza le mani aperte*): Sulle mani.
932. *Gaia viene invitata alla LIM.*
933. I: Cosa dovevi fare con questa sfida?
934. Gaia: Scrivere il numero sotto la macchia di colore.
935. I: E tu hai detto che è quale numero?
936. Gaia: Il 2.
937. I: E allora prova.
938. Gaia: 2 più 2... non va bene.
939. IR: E allora come scriveresti?
940. *Gaia scrive  $2+2\neq 3$ .*
941. Marco V: Per me va meglio 2 più 1 uguale 3.
942. I: Perché?
943. Marco V: Perché lì si vede tutto quello che secondo me c'è scritto.
944. IR: Che cos'è che vorrebbe dire questo 1?
945. Marco V: Ehm...
946. I: Per Brioshi quale delle due è meglio?
947. Marco V: Per me quella dove c'è scritto  $2+1=3$ .
948. IR: Bene. Ma che cosa diresti se dovessi spiegare meglio che cos'è quell'1?
949. Laura: È una risposta. Si potrebbe mettere intorno, per spiegare un po' meglio, il contorno della macchia, così è come per dire...
950. I: Chi è che ha scritto questo 1 e basta? Celeste? Cosa voleva dire quel tuo 1?
951. Celeste: Che la maestra aveva detto di scrivere solo il risultato.

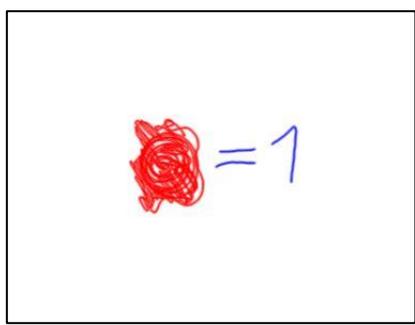
<sup>79</sup> *Nell'episodio della videoregistrazione si cerca di verificare se gli alunni siano in grado di individuare il punto di vista di Nicola, che ha scritto  $7\neq 5$ : l'alunno ha capito che la frase corretta è la seconda, ma ha sostituito alle rappresentazioni non canoniche, che gli appaiono ancora come scritture provvisorie, quelle canoniche, viste come soluzioni di un calcolo. Marco V (886) che parla di 'risultati' e Laura (886) che parla di 'risposte' mettono in luce il nodo di cui stiamo parlando: per molti, pur così giovani, è già dominante la concezione che  $5+2$  e  $3+2$  siano operazioni e 7 e 5 risultati. L'importante, in questa fase della costruzione del balbettio algebrico, è che si sviluppino e convivano entrambi i punti di vista. La competenza relativa al calcolo mentale non solo è necessaria in sé, ma costituisce un mezzo necessario anche per riconoscere equivalenze o meno fra rappresentazioni non canoniche. Difficoltà in calcoli anche semplicissimi inibiscono quindi lo sviluppo di competenze più evolute. Riccardo M esprime la compresenza dei due punti di vista: stimolato dall'insegnante parla di 'forma canonica' (892) ma conclude riproponendo il 'risultato' (896). Nicola F (900) mostra come per lui rispondere alla domanda ("Quale frase è vera?") non significa individuare l'uguaglianza, e quindi riflettere sulla scrittura, ma eseguire calcoli a sinistra e a destra dell'uguale.*

952. I: No, la maestra non ha detto questo. Cos'ha detto la maestra, Giorgia?  
 953. Giorgia: Ha detto che bisognava scrivere nel quaderno il numero sotto la macchia rossa.  
 954. I: (rivolta a Celeste) E allora cos'è che volevi dire con quell'1?  
 955. Celeste: Il risultato.  
 956. Giorgia: Che 1 è il numero che sta sotto la macchia rossa.  
 957. IR scrive la frase che ha detto Giorgia (F 120) e la classe la legge man mano che scrive le parole.  
 958. IR: Benissimo! E adesso guardate: se noi mandassimo questo messaggio a Brioshi adesso vi mostro cosa ci scriverebbe (scrive, F 121). Cosa vuol dire secondo voi?  
 959. Voce: Macchia uguale 1.  
 960. IR: E cioè? Più che macchia...  
 961. Ci sono timidi tentativi di rispondere.  
 962. Gemellino: Il numero sotto la macchia è uguale a 1.

[VR 57A, 57B, 57C, 57D, 57E Fine]<sup>80</sup>



F 120



F 121

<sup>80</sup> In questa 'sfida' si propone per la prima volta l'incognita (il numero sotto la macchia). La metafora viene interpretata con chiarezza da Giorgia (911). La difficoltà della situazione non sta nel trovare il numero nascosto (due terzi della classe lo individuano) ma nello spiegare come si è fatto ad individuarlo. Elisa (914-925) evidenzia una situazione comune in studenti più grandi quando affrontano la soluzione di un'equazione: l'alunno non possiede il controllo semantico della scrittura (non interpreta il numero sotto la macchia come secondo addendo) e la manipola modificandola da quello che è ( $2+*=3$ ) in qualcosa di comprensibile ( $2+3=*$ ) e trova quindi 5 (v. [Lettura partigiana del testo](#)). D'altro canto questo atteggiamento è in parte scontato viste le difficoltà di Elisa nel calcolo mentale (925). La proposta successiva di IR (926) va nuovamente nella direzione di favorire la riflessione su una scrittura in linguaggio matematico; Laura (927) fa una proposta che va nella direzione di inserire un numero che permetta di effettuare il calcolo corretto (opera quindi a livello cognitivo), mentre Alice (929) esprime un pensiero a livello metacognitivo (non mi preoccupa di cambiare i numeri, mi basta esplicitare che non c'è uguaglianza). Anche Gaia, guidata a riflettere sulla sua proposta sbagliata (930-939), conclude proponendo l'inserimento di '≠'. IR (944-955) cerca di condurre gli alunni ad una definizione di '1' del tipo: "1 è il numero sotto la macchia (nascosto, che si deve trovare)" e Giorgia la esprime (956). IR (958) propone, anche qui per la prima volta, la scrittura in linguaggio matematico ( $*=1$ ) che traduce la frase di Giorgia (956). È un ulteriore passo in avanti verso l'avvio di scambi di messaggi con Brioshi.

3 febbraio 2015

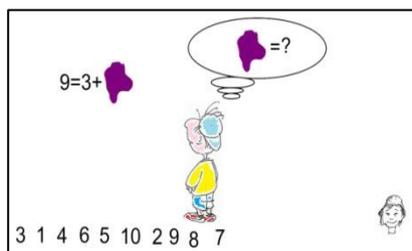
14

Principali obiettivi dell'incontro

- Matematico: risolvere situazioni contenenti scritte equivalenti e una macchia che nasconde un numero.
- Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; affrontare aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi; conoscere e usare termini specifici: tradurre, Brioshi, forma canonica, forma non canonica.

*Gli alunni sono seduti al banco e ognuno ha il suo quaderno.*

*Viene proposta la prima situazione (F 122). Gli alunni ci riflettono su e poi inizia la discussione.*



F 122



F 123

[VR 58]

963. Celeste: Che sotto la macchia viola c'è nascosto il numero 6.

964. IR: E come hai fatto a capirlo?

965. Celeste: Perché 3 ce l'ho già in mente, conto 4, 5 e 6.

966. IR: Bene. Sapresti darmi una spiegazione nella quale ci siano le parole forma canonica e forma non canonica?

967. Celeste: Che 9 è la forma canonica di 9 e  $3+6$  è una forma non canonica del numero 9.

968. IR: Ecco. Però in realtà tu non avevi subito il 6. Qui a destra dell'uguale cosa c'è scritto?

969. Celeste prima dice "6", poi "Macchia". Sembra disorientata. Molti dicono assieme "3 più macchia".

970. IR: Allora mi piacerebbe sapere come fate a passare da '3 più macchia' a ' $3+6$ ' (rivolto a Celeste e alla classe) '3 più macchia' è la forma non canonica di 9?

971. Molte voci dicono 'No'.

972. IR: Ascoltate. Un bimbo potrebbe dire: "Che numero deve esserci sotto la macchia (la indica) affinché 3 più macchia (indica) diventi una forma non canonica di 9? Il numero sotto la macchia deve essere 6. Quindi 3 più macchia diventa... (lo dicono in molti) 3 più 6. E quindi al posto della macchia scrivo 6... Adesso sì che diventa la forma non canonica di 9! Ma fin che è così (indica  $3+macchia$ ) è la forma non canonica di 9? Voci: "Nooo!"

[VR 58 Fine]<sup>81</sup>

973. IR propone un  $4+macchia$  e chiede che numero dovrebbe esserci al posto della macchia se questa fosse la forma non canonica di 9. Quasi tutti rispondono: 5.

974. Viene proposta la situazione (F 123). Anna viene invitata ad interpretare la situazione ma rimane in silenzio.

[VR 59, 60, 61]

975. I: Quanti numeri vedi alla lavagna?

976. Anna: Dieci.

977. I: Siete d'accordo che ci sono dieci numeri alla lavagna?

978. IR: Marco, tu quanti numeri vedi alla lavagna?

979. Marco V: Cinque.

980. I (rivolta ad Anna): Secondo te quali sono i cinque numeri che vede Marco?

981. Anna (con sicurezza):  $6+1$ ,  $7+2$ ,  $0+9$ ,  $8+0$  e  $3+4$ .

982. I: Anna, che numero c'è a sinistra dell'uguale? Anna non risponde. Marco, che numero c'è a sinistra dell'uguale?

983. Marco V: (esegue calcoli con le dita) 9.

984. I: 9?!? Io non vedo nessun 9! Marco, leggi i numeri che hai detto prima.

985. Marco li legge correttamente. Quando arriva a  $7+2$  legge "7 più 2 uguale".

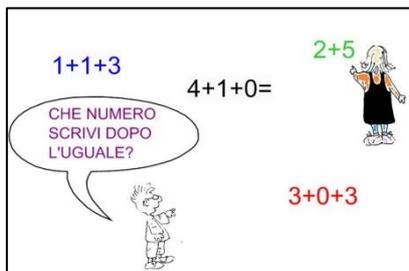
<sup>81</sup> Celeste (963) fornisce la risposta corretta ma la argomenta (695) in modo sbagliato. IR (che sul momento non si accorge dell'errore) sollecita (696) l'uso dei termini 'forma canonica' e 'forma non canonica' per promuovere una lettura che veda  $3+macchia$  come forma non canonica 'aperta' di 9. Celeste (967) accoglie l'invito ma lo applica al problema già risolto: opacizza la macchia e dice  $3+6$ . Negli interventi successivi (968-971) IR vorrebbe far cogliere la differenza fra le scritte  $3+macchia$  e  $3+6$  e far capire che  $3+macchia$  non è, ancora, una forma non canonica di 9 ma è, per così dire, una 'forma di passaggio'. L'indicazione contenuta nel balloon,  $macchia=6$ , traducibile letteralmente in linguaggio naturale come "Il numero sotto la macchia è 6", vorrebbe aiutare in questo senso. IR decide di chiudere provvisoriamente l'argomento fingendosi alunno e organizzando lui l'argomentazione (972).

986. I: L'uguale fa parte del numero?  
 987. Marco fa di no, legge senza l'uguale e poi termina di leggere gli altri numeri.  
 988. Di fronte alle perplessità di alunni che non sanno dire quanti numeri ci siano sulla lavagna, IR evidenzia il fatto che in effetti ci sono sì tanti numeri ma, quando ci sono dei segni fra di essi, sono come delle bacchette magiche che trasformano quei numeri e quei segni in un unico numero, che è la forma non canonica di un altro numero.  
 989. I: Allora, Anna, a sinistra dell'uguale che numero c'è?  
 990. Anna ancora non sa rispondere. Viene chiamata Alice che scrive  $7+2=2+7$  e legge ad alta voce:  
 991. Alice:  $7+2$  è uguale a  $2+7$ . E guarda IR.  
 992. IR: Uguale a  $2+7$ ... Laura, (ha alzato la mano) sei d'accordo con quello che ha fatto Alice?  
 993. Laura: È la stessa cosa, solo che...  
 994. IR: Sì, è la stessa cosa, ma il problema cosa vi chiede? Chiede alla bambina di inventare un numero?  
 995. Laura: La bambina deve dire... deve fare un calcolo.  
 996. IR: Sentite: se un bambino facesse così sareste d'accordo? Sposta  $6+1$  a destra dell'uguale al posto di  $2+7$  e ottiene la frase  $7+2=6+1$ . Così la frase è vera?  
 997. Molti rispondono in coro No! Veronica in particolare è molto decisa.  
 998. I: Dai, vieni a farla diventare vera.  
 999. Veronica viene alla LIM: Faccio non uguale (barra l'uguale) (F 124).  
 1000. IR: E perché fai così? Leggi cosa c'è scritto.  
 1001. Veronica: 7 più 2 non è uguale a 6 più 1. IR la invita a proseguire, e di fronte alle sue incertezze invita Riccardo.  
 1002. Riccardo: Perché  $7+2$  è la forma non canonica di 9, invece  $6+1$  è una forma non canonica del 7.

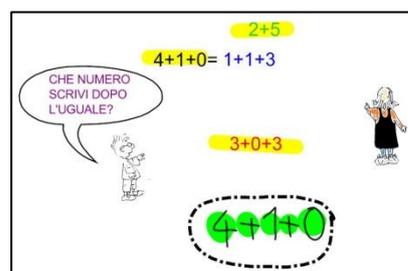
[VR 59, 60, 61 Fine]<sup>82</sup>



F 124

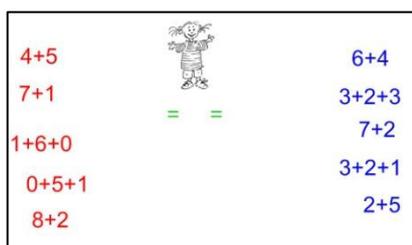


F 125

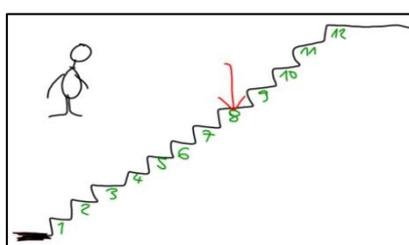


F 126

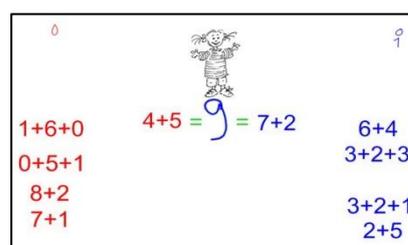
1003. IR propone la pagina successiva (F 125). Si giunge infine a  $4+1+0=1+1+3$ .  
 1004. IR propone un nuovo gioco. (F 127) e la classe riconosce subito La bandierina. Si fanno due squadre e si gioca (F 129). Gli alunni argomentano le loro (spesso difficili) scelte.



F 127



F 128



F 129

1005. Per aiutare gli alunni che presentano ancora difficoltà nel calcolo e si aiutano con le dita in modo disordinato, si ricorre al disegno della scala (F 128): il primo addendo è rappresentato dal gradino di partenza e si contano, a partire da quello, i gradini in più (il secondo addendo).

<sup>82</sup> Le considerazioni principali su questo episodio sono due:

- (a) la situazione rappresentata, che in fase di progettazione sembrava molto espressiva, per molti non sembra esserlo (vedi quello che scrive Alice in 991: non utilizza i numeri proposti alla LIM ma ne inventa uno,  $2+7$ );  
 (b) permangono in molti delle difficoltà intrecciate fra loro sul concetto di rappresentazione:  
 (i) molti (975-982) non 'vedono' ancora gruppi di numeri e di segni come rappresentazioni di numeri ma concepiscono come numeri tutti i numeri visibili; IR (988) parla di questo aspetto ancora una volta;  
 (ii) le forme non canoniche non sono viste come rappresentazioni di numeri, ma come calcoli da eseguire: Marco (983) non legge '7+2' ma attende di dire il risultato '9' (v. anche più avanti 995); poco dopo (985) lo stesso Marco legge '7 più 2 uguale' vedendolo, a mio avviso, come operazione seguita dall'uguale visto in chiave procedurale. Qualcosa però a livello metacognitivo si muove: Veronica (997-1001) usa correttamente il simbolo  $\neq$  esprimendo così un giudizio sulla scrittura in esame.

12 febbraio 2015

15

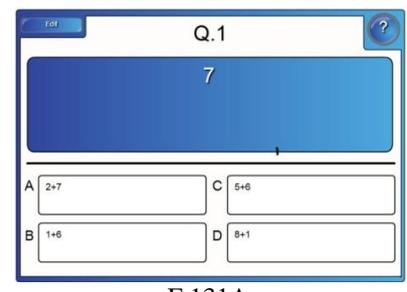
Vengono proposte due attività progettate con l'insegnante 2.0 Serafina Dangelico (IC di Castelfranco Emilia)<sup>83</sup>  
 Principali obiettivi dell'incontro:

- Matematico: Individuare rappresentazioni equivalenti confrontando le forme dei numeri senza effettuare calcoli.
- Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; conoscere e usare i termini forma canonica, forma non canonica.

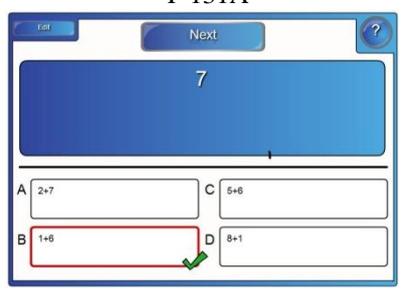


F 130

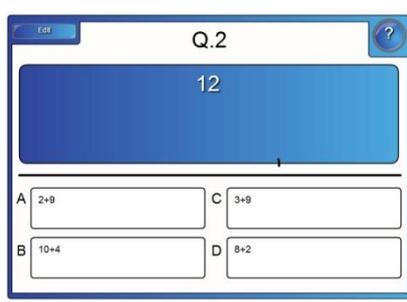
Si va in un'aula diversa dalla precedente, in cui è stata inserita una nuova LIM, e gli alunni si siedono di fronte ad essa.  
 Si presenta la pagina introduttiva (F 130). Si racconta che quello che si farà oggi non è mai stato fatto da nessuno, è una prima mondiale<sup>84</sup>...  
 Si propone il primo gioco. Sopra il Quesito c'è la consegna:



F 131A



F 131B



F 132

[VR 62]

1006. Celeste: (F 131A<sup>85</sup>) Bisogna trovare quella forma non canonica del numero 7 (va alla LIM).
1007. IR: A te l'onore di cominciare. Quando hai trovato la forma non canonica del numero 7 ci vai sopra con il dito. Celeste indica 1+6. Ecco vedete? Adesso compare questa 'V' verde che si chiama 'spunta'. Qui c'è la scritta 'Next' (F 131B) che vuol dire 'successivo'.
1008. Celeste clicca su Next e compare Q2.
1009. Riccardo: (F 132<sup>86</sup>) Devo trovare la forma non canonica del numero 12.
1010. Nella LIM, appena montata, l'opzione 'touch' è lenta e IR fa lavorare i bambini alla tastiera. Riccardo clicca correttamente su 3+9. Si apre automaticamente Q3.

<sup>83</sup> L'insegnante è titolare di una CI@sse 2.0, AzioneCoop dell'Emilia Romagna patrocinato dall'USR di Bologna. Il suo progetto riguarda la realizzazione di lezioni per la LIM in ambito matematico nella prospettiva dell'early algebra, anche attraverso l'utilizzo di materiali del Progetto ArAl.

<sup>84</sup> L'attività consiste in 10 quesiti in ognuno dei quali, per ogni rappresentazione proposta, bisogna scegliere, fra quattro possibilità, l'unica rappresentazione equivalente. Se la risposta scelta dall'alunno è quella corretta compaiono una spunta verde e un pulsante con la scritta 'next' che permette di passare al quesito successivo. Le difficoltà, di ordine crescente, verranno illustrate di volta in volta. L'attività si rivela molto stimolante per gli alunni.

<sup>85</sup> Il numero proposto in forma canonica è minore di 10; bisogna scegliere fra rappresentazioni non canoniche.

<sup>86</sup> Il numero proposto in forma canonica è maggiore di 10; bisogna scegliere fra rappresentazioni non canoniche.

F 133

1011. Laura: (F 133<sup>87</sup>) Devo trovare la forma canonica di  $4+5$ . Indica il 9 e tramite il PC passa a Q4.  
[VR 62 Fine]<sup>88</sup>

F 134A

F 134 B

[VR 63]

1012. M: (F 134A<sup>89</sup>) Devo trovare la forma canonica del numero  $12+6$ . Pensa a lungo, conta con le dita, si sentono dei sussurri "Io so", infine tocca la risposta B: 16.  
1013. IR lo chiama alla tastiera, M clicca sul riquadro B e compare la schermata con la crocetta rossa (F 134 B).  
1014. Voce: No, no, non è 12 più 6!  
1015. IR: E allora,  $12+6$  che numero è?  
1016. M indica 17.  
1017. IR: Va bene. Allora vieni a cliccare sul 17.  
1018. M si avvicina alla tastiera con un'espressione dubbiosa e sposta deciso il cursore sul 18. Compare la spunta verde.  
1019. IR: Oh, bene!

[VR 63 Fine]<sup>90</sup>

F 135

[VR 64]

1020. IR: Veronica, spiega il problema (F 135<sup>91</sup>).  
1021. Veronica: Devo trovare la forma non canonica del 4 più 4.  
1022. IR: Cioè, di che numero?  
1023. Veronica: Del numero 8.  
1024. Si sente la voce di Riccardo che dice "4 più 4".  
1025. IR: Sì: devi trovare la forma non canonica della forma non canonica  $4+4$ .  
1026. Veronica pensa a lungo, è indecisa.  
1027. IR: Ragiona a voce alta.  
1028. Veronica: 4 più 4 fa 8 e io devo trovare un'altra forma non canonica dell'8... l'ho trovata.  
1029. IR: Bene. Qual è?  
1030. Veronica indica  $5+3$ . Fa comparire la spunta verde.

[VR 64 Fine]<sup>92</sup>

<sup>87</sup> Il numero proposto in forma non canonica è minore di 10; bisogna scegliere fra rappresentazioni canoniche.

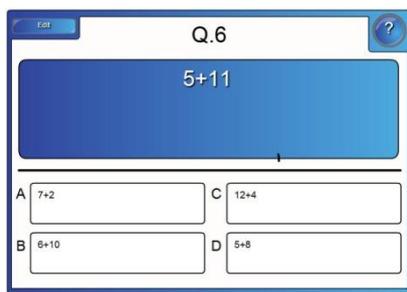
<sup>88</sup> Q1, Q2 e Q3 non hanno presentato difficoltà. Come si vede, gli alunni si sono espressi correttamente usando spontaneamente la terminologia corretta.

<sup>89</sup> Il numero proposto in forma non canonica è maggiore di 10; bisogna scegliere fra rappresentazioni canoniche.

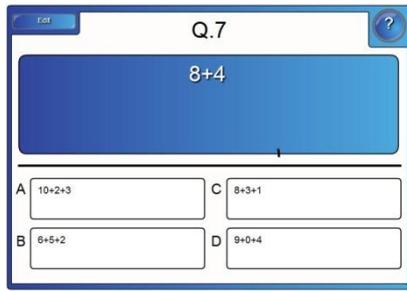
<sup>90</sup> La rappresentazione non canonica di un numero maggiore di 10 induce un ritorno al calcolo: l'alunno rimane disorientato di fronte ad una somma che non controlla e ritiene di non poterci ragionare su se non la conosce in termini di 'risultato'. Riteniamo che il proporre comunque rappresentazioni di numeri 'grandi' aiuti gli alunni a capire che la loro dimensione non influisce sulla comprensibilità della rappresentazione. Successivi interventi di IR (1058, 1095) andranno proprio in questa direzione, favorendo così un approccio leggero alla generalizzazione.

<sup>91</sup> Il numero proposto in forma non canonica è minore di 10; bisogna scegliere fra rappresentazioni non canoniche.

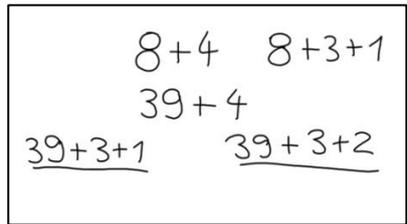
<sup>92</sup> Le difficoltà aumentano: si devono confrontare due rappresentazioni non canoniche e gli alunni tendono a fare calcoli per poter confrontare dei risultati. Alcuni, come Riccardo (1024), mostrano di aver superato questo bisogno.



F 136



F 137



F 138

[VR 65]

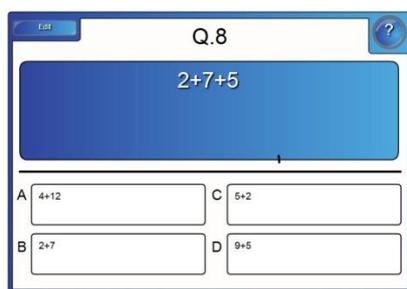
- 1031. Marco: (F 136<sup>93</sup>) Devo trovare la forma non canonica di 5+11.
- 1032. IR: Adesso invece di pensare dentro di te, fai il ragionamento a voce alta.
- 1033. Marco rimane in silenzio.
- 1034. I: Come ti organizzi? Cosa fai? Marco non parla. Veronica, aiutalo tu. Cosa gli conviene fare?
- 1035. Veronica: Deve trovare il numero che fa... no, che è 5+11.
- 1036. I: Qual è la forma canonica di 5+11? Si sente un brusio. Marco si guarda la mano lungo il fianco e conta con le dita, poi alza la mano e grida 16!
- 1037. IR: E allora qui sotto devi trovare una forma non canonica che sia 16.
- 1038. Marco sta per indicare un numero
- 1039. IR: No, prima spiega come fai.
- 1040. Marco: Ehm... La forma canonica di 5+11 è il numero 16...
- 1041. IR (fa i gesti con le mani di continuare): ... e allora devo trovare...
- 1042. Marco: ... un'altra forma non canonica del numero 16. Indica 12+4 e va a segnarla sul pc.

[VR 65 Fine]<sup>94</sup>

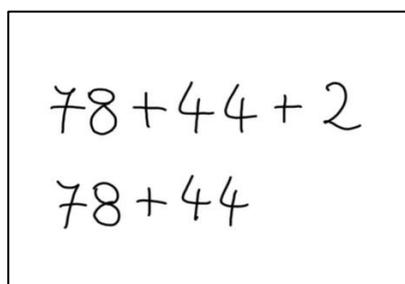
[VR 66, 67, 68]

- 1043. Alice: (F 137<sup>95</sup>) Devo trovare la forma non canonica del numero... comincia a fare calcoli con le dita.
- 1044. IR: No, no! Non occorre che tu faccia calcoli!
- 1045. Alice: ... del numero 8 più 4.
- 1046. IR: Bene. Adesso, per trovarlo, devi aiutarti sì con un po' di calcoli.
- 1047. Alice guarda le quattro possibilità e comincia a muovere le dita.
- 1048. I: Hai trovato la forma canonica di 8 più 4?
- 1049. Alice (calcola con le dita velocemente): 12!
- 1050. IR: E quindi...
- 1051. Alice: ... devo trovare una forma non canonica del 12. Poi con sicurezza indica 10+2+3. Si sente un brusio.
- 1052. IR: 10+2+3 (Va verso il PC seguito da Alice che continua a muovere le dita) Proviamo!
- 1053. Alice: Ho sbagliato (indica 8+3+1, va alla tastiera e compare la spunta verde).
- 1054. I: Provate ora vedere se trovate la forma non canonica del 12 praticamene senza fare calcoli.
- 1055. Riccardo: Io lo so! Si vede che 3+1 è la forma non canonica del 4. Altri confermano che pensavano la stessa cosa.
- 1056. IR: Avete capito? Che cos'è che hanno osservato Riccardo e gli altri? (a Nicola R) Che confronto puoi fare qui?
- 1057. Nicola R: (che non interviene molto spesso, indicando col dito la LIM) Hanno detto che anche se 8+4... è lo stesso 8+3+1, perché l'8 resta sempre uguale e poi 3 metto ancora 1 e viene 4 (in chiusura di ragionamento mostra con le due mani aperte).
- 1058. IR: Ma che bravo! Guardate adesso. Apre una pagina vuota e scrive 39+4 e sotto 39+3+1 e poi 39+3+2 (F 138). Gli alunni fanno grandi meraviglie di fronte a numeri così grandi che molti sono comunque capaci di leggere a voce alta man mano che IR

<sup>93</sup> Il numero proposto in forma non canonica è maggiore di 10; bisogna scegliere fra rappresentazioni non canoniche.  
<sup>94</sup> Riteniamo che molti alunni si trovino nella Zona di Sviluppo Prossimale della teoria Vygotskijana, cioè che abbiano sì ancora bisogno dell'adulto, ma siano già sufficientemente vicini ad un controllo autonomo dei concetti. I problemi proposti sono di livello un po' superiore rispetto alle loro competenze, ma abbastanza semplici da essere comunque alla loro portata. La continua verbalizzazione favorisce l'ingresso di altri compagni nella Zona.  
<sup>95</sup> Il numero proposto in forma non canonica ha due addendi; bisogna scegliere fra rappresentazioni non canoniche con tre addendi.



139



F 140A

scrive. Quando ha terminato: Qual è il numero che è uguale a  $39+4$ ? Moltissime mani si alzano Io! Io! Si chiede a Martina di rispondere. Martina rimane in silenzio.

1059. IR: Occorre fare calcoli?  
 1060. Molti: Nooo! e si sbracciano.  
 1061. IR: Bisogna essere furrri!  
 1062. C'è una baranda. Quasi tutti vogliono parlare.  
 1063. Eleonora: È  $39+3+1$  IR fa ampi gesti di continuare Perché... ? Ti faccio aiutare da Alexandra.  
 1064. Alexandra: Perché  $39$  è da tutte e tre le parti (IR cerchia i  $39$ ) e... il  $3+1$  è uguale alla forma non canonica del numero  $4$  e  $3+2$  è la forma non canonica del numero  $5$ .  
 1065. IR: (batte 5 con Alexandra) E allora il numero che va bene qual è?  
 1066. Alexandra:  $39+3+1$ .  
 1067. I: Bravissima!

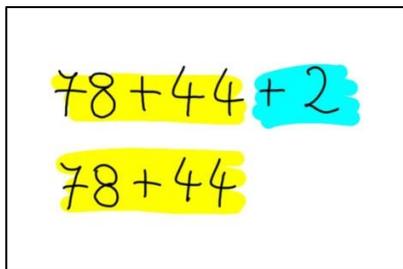
[VR 66, 67, 68 Fine]<sup>96</sup>

[VR 69, 70, 71]

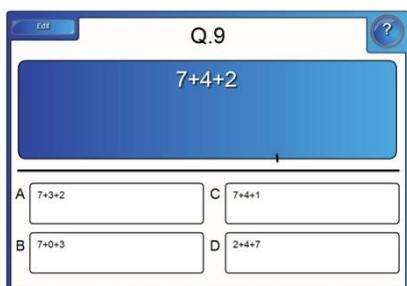
1068. Martina: (F 139<sup>97</sup>) È la forma non canonica del numero... comincia a muovere le dita.  
 1069. IR: No... non fare il calcolo. Martina guarda in silenzio le caselle.  
 1070. I: Martina, può essere  $2+7$ ?  
 1071. Martina: No.  
 1072. I e IR: Perché?  
 1073. Martina: Perché  $2$  più  $7$  fa  $9$ ...  
 1074. I: Senza fare il calcolo. Molti io! Martina rimane in silenzio. Leggi il numero sopra.  
 1075. Martina: 2... Molti si sbracciano.  
 1076. IR: Ma non solo 2! Leggi tutto il numero!  
 1077. Martina:  $2+7+5$ .  
 1078. I: E il C cos'è? Leggi il numero C.  
 1079. Martina:  $2+7$ .  
 1080. I: E allora? Possono essere uguali?  
 1081. Martina: (sente dei No) No...  
 1082. I: Perché? Guardali bene.  
 1083. Martina: Perché questo numero (indica  $2+7+5$ ) è più grande...  
 1084. I: Perché?  
 1085. Veronica: Perché... (si sentono degli Io!)  
 1086. IR: La domanda potrebbe essere: di quanto (indica  $2+7+5$ ) è più grande di questo (indica  $2+7$ )?  
 1087. Martina: Perché in questo numero  $2+7+5$  fa  $14$  e invece  $2+7$  fa  $9$ .  
 1088. IR: (rivolto alla classe) Occorre fare il calcolo, o c'è un modo per cui si riesce a confrontarli senza fare i calcoli?  
 1089. Andrea: Che  $2$  ce l'ho già in mente...  
 1090. IR: Ma tu fai il calcolo, allora.  
 1091. Giorgia: (mentre Giorgia viene alla LIM una voce dice "Ma non serve...") Allora...  $2$  (indica  $2+7+5$ ) c'è anche qua,  $7$  (indica  $2+7$ ) c'è anche qua, quindi  $2+7$  fa  $9$ , e  $2+7$  è la forma non canonica di  $9$ . E invece  $5$  è la forma non canonica di  $5$ .  
 1092. IR: Chi è che saprebbe darci una spiegazione nella quale non ci

<sup>96</sup> Alice (1043-1053), pur trovandosi nella Zona prossimale, mostra comunque la tendenza a pasticciare con i calcoli. Una domanda opportuna dell'insegnante (1054) apre la strada al confronto tra le rappresentazioni e all'opacizzazione delle operazioni, come fanno Riccardo (1055) e altri, e Nicola R con la sua bella argomentazione (1057). Il passaggio a numeri davvero grandi per questa età (1058) può aiutare a capire che il confronto tra le rappresentazioni è possibile anche senza calcoli (v. Commento 90). Alexandra (1064) conferma questa ipotesi. Alcune argomentazioni di questo episodio, già citate, confortano nel ritenere che il continuo invito ad argomentare stia dando i suoi frutti.

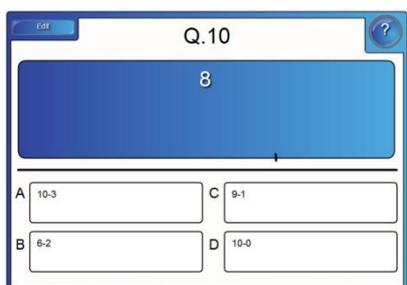
<sup>97</sup> Il numero proposto in forma non canonica ha tre addendi; bisogna scegliere fra rappresentazioni non canoniche con due addendi.



F 140B



F 141



F 142

- sia neanche un calcolo?
1093. Nicola R: Che  $2+7+5$  se li metto tutti insieme viene il numero 14.
1094. IR (a voce bassa): Ma tu mi fai il calcolo...
1095. IR scrive una nuova pagina (F 140A) e chiede gli alunni quale numero sia più grande.
1096. Andrea:  $78+44+2$ .
1097. I: Perché?
1098. Andrea: Perché sotto c'è il  $78+44$  e lì sopra c'è anche un 2.
1099. IR: (rivolto alla classe) Bene! Allora: questa parte qua è uguale (mostra le parti comuni e le evidenzia in giallo) (F 140B) e siccome qui c'è  $+2$  (lo evidenzia in celeste), allora  $78+44+2$  è un po' più grande. (Torna alla pagina precedente) (F 139) La stessa cosa è qui: qual è la parte uguale?
1100. Giorgia:  $2+7$  è uguale, e quindi questo (indica  $2+7+5$ ) è più grande.
1101. I: E di B,  $9+7$ , cosa potete dirci?
1102. Celeste: Che 5 è qua (indica  $9+7+5$ ) e  $2+7$  è la forma non canonica del numero 9 e allora questo (indica  $9+7$ ) è quello giusto.
1103. I e IR: Bravissima!
- [VR 69, 70, 71 Fine]<sup>98</sup>
- [VR 72, 73, 74]
1104. Di fronte a Q9 (F 141<sup>99</sup>) molte voci: Io! Io!
1105. Gianluca viene chiamato alla LIM. Si mette a muovere le dita.
1106. I: Gianluca, non serve contare!
1107. Gianluca rimane in silenzio.
1108. Più alunni individuano  $2+4+7$ . L'argomentazione manca perché non c'è il video.
1109. IR: Ho da farvi un'altra domanda: mi accorgo adesso che fra questi quattro numeri ce ne sono due uguali fra loro che potete scoprire senza fare calcoli.
1110. Alice: I numeri che sono uguali di questi sono  $7+3+2...$  (comincia a muovere le dita).
1111. IR e I: Senza far calcoli!
1112. Alice: ... è uguale a  $7+4+1$ .
1113. IR e I: Come fai capirlo senza far grandi calcoli?
1114. Alice: Perché 7 è da tutte e due le parti e  $3+2$  è uguale a  $4$  e  $4+1...$
1115. Altri si inseriscono: ... perché tutte e due sono forme non canoniche di 5!
- [VR 72, 73, 74 Fine]<sup>100</sup>
- [VR 75, 76]
1116. IR: E adesso una vera sfida! (F 142<sup>101</sup>)
1117. Molti esprimono stupore. Voce: Cos'è la lineetta?
1118. IR: Vediamo chi capisce! Alice alza la mano e si mette a saltellare. C'è molta animazione.
1119. I: Non l'abbiamo ancora mai fatto.
1120. Giorgia: È il meno.
1121. I: E allora come si legge questo numero?

<sup>98</sup> La prima parte dell'episodio (1068-1094), in particolare gli interventi 1068, 1073, 1087, 1089, 1093, evidenzia molto chiaramente i 'rigurgiti operativi' presenti negli alunni, che convivono con l'embrione della competenza che porta a confrontare le rappresentazioni (tutti questi sono caratteri tipici degli alunni collocabili nella Zona prossimale, e comunque fanno parte dello sviluppo del balbettio algebrico). IR, con gli interventi 1086 e 1095 (in cui riprende la strategia dei numeri 'grandi' già utilizzata in 1058) favorisce l'approccio relazionale, e questo permette a Giorgia (1100) e a Celeste (1102) di andare in questa direzione.

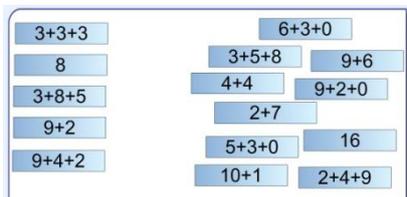
<sup>99</sup> Il numero proposto in forma non canonica ha tre addendi; bisogna scegliere fra rappresentazioni non canoniche con tre addendi.

<sup>100</sup> Si ripetono le interferenze già osservate fra chi ancora calcola e chi analizza le forme dei numeri.

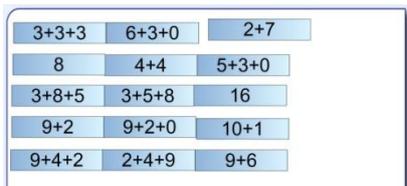
<sup>101</sup> La sottrazione è stata appena sfiorata. Si è pensato di inserire Q10 per 'tastare il polso' alla classe.



F 143



F 144A



F 144B

- 1122. Molti: 10 meno 3!
- 1123. I: E sapete cosa vuol dire meno?
- 1124. Alice: Cos'è il meno... Il meno è un... segno matematico che invece che andare avanti va indietro... (*una voce dice "Toglie"*) toglie il numero che c'è... dopo.
- 1125. I: Allora 10 meno 3? Come fai?
- 1126. Alice: Da 10 tolgo 3...
- 1127. I: Togliamo uno alla volta.
- 1128. Alice (*assieme ad altre voci e muovendo le dita*): Allora 10, meno 1 fa 9, meno 1, 8, meno 1, 7 (*Voci: non va bene!*).
- 1129. Molti indicano 9-1.

[VR 75, 76 Fine]<sup>102</sup>

- 1130. Si visualizza l'ultima schermata del gioco (F 143). Si traducono le frasi e alcuni sanno dire che se avessero risposto correttamente a tutte le domande avrebbero il 100% al posto del 90%.
- 1131. Si passa al secondo gioco e si mostra il suo titolo:



- 1132. La classe interpreta il gioco (F 144A): la prima colonna di numeri a sinistra è fissa mentre le altre caselle, che contengono rappresentazioni equivalenti a qualcuna di quelle a sinistra, si possono spostare allineandole alle prime. Assomiglia al gioco delle Mascherine quando i numeri 'fratelli', stanchi di fare festa, si vanno a riposare sulla stessa panchina (v. pag. 13, Incontro 4).
- 1133. Tutti vogliono intervenire e in breve le tessere vengono spostate al posto giusto (F 145B). Ogni spostamento viene argomentato.

<sup>102</sup> All'ingresso nella prima alcuni alunni possiedono un'idea della sottrazione come 'togliere qualcosa a qualcos'altro'. Un'ipotesi da prendere in considerazione potrebbe essere il ricorso da parte dell'insegnante ad un approccio attraverso la [Matematochetta](#) e le perle portate via dalla strega.

19 febbraio 2015

16

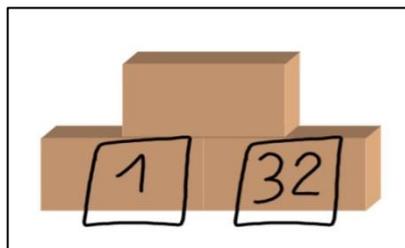
Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

- **Matematico:** nel nuovo ambiente delle [piramidi di numeri](#) favorire l'emergere di: forme canoniche e non canoniche, definizioni procedurali e relazionali attraverso l'incontro col termine 'somma', una definizione relazionale in funzione dei numeri alla base e l'elaborazione della 'legge delle piramidi'.
- **Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; affrontare aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi; tradurre da un linguaggio all'altro riferendosi a Brioshi.

103  
.....

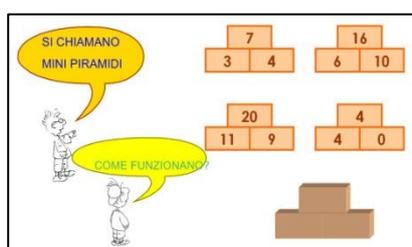


F 145

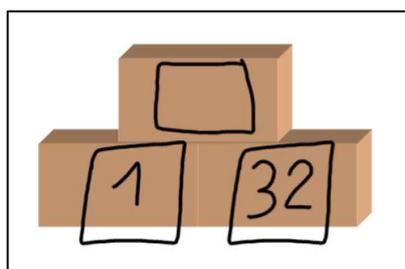


F 146

1134. Viene proposta la prima situazione (F 145).  
 1135. Alcuni alunni con difficoltà di lettura vengono invitati a leggere il fumetto.  
 1136. Si concorda poi sul significato del disegno e sui termini 'minipiramide', 'mini' e 'mattoni'.  
 1137. IR spiega che ai mattoni della base vengono attaccati dei foglietti contenenti ognuno un numero e li disegna (F 146). Per capire cosa si fa nel mattone vuoto propone una seconda pagina (F 147) contenente due personaggi che parlano fra loro e quattro minipiramidi completate. Si inizia facendo leggere i fumetti ad alcuni dei lettori più deboli e la cosa va inevitabilmente per le lunghe. Bisogna quindi capire come 'funzionano'.  
 1138. Gli alunni non riescono ad individuare l'analogia fra le quattro minipiramidi di F 147; IR propone come aiuto l'inserimento di un terzo foglietto vuoto nel mattone in alto (F 148) e spiega che anche in questo bisogna inserire un numero: riflettendo sulle quattro piramidi di F 147 si può trovare il modo per far capire ad un compagno di un'altra classe quale sia la 'regola del gioco'.  
 1139. Inizia la discussione.



F 147



F 148

[VR 77]

1140. Nicola F: Con quante pietre si fa la piramide.  
 1141. IR. Con quante pietre... fai una frase migliore per piacere.  
 1142. Nicola F: Allora: tipo come una... piramide che ha quei numeri, forse... 3 più 7 più 4 pietre.  
 1143. Ok. Sentiamo Veronica.  
 1144. Veronica <V04>: Forse... (lungo silenzio) ho capito che bisogna... fare... il numero che... che c'è sopra, bisogna quelli sotto, gli altri due sotto, bisogna vedere (grido soffocato appena trattenuto: Ho capito!) se formano il numero che c'è sopra.  
 1145. L'insegnante chiede ad alcuni compagni di spiegare quello che hanno capito e di fronte al loro silenzio chiede a Veronica di ripetere la spiegazione.  
 1146. Veronica: (con maggiore sicurezza) Ci so... sopra ci sono i mattoni con un numero e sotto ci sono gli altri due mattoni, e bisogna trovare quei due mattoni sotto con i due numeri, bisogna capire se formano il numero che c'è sopra.

<sup>103</sup> Indichiamo con <...> i piccoli video significativi sottotitolati che iniziamo a ricavare dalle videoregistrazioni.

[VR 77 Fine]<sup>104</sup>

1147. Continua la discussione sulla ricerca della regola della piramide.

[VR 78]

1148. Eleonora: <V05>: Che secondo me questo gioco funziona che dobbiamo segnare il numero minore e quello maggiore.

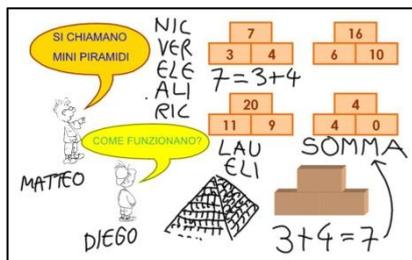
1149. Alice: Che dobbiamo trovare il numero che è uguale a 374 oppure a 440?... (si risponde da sola) No.

1150. Riccardo M: Che i numeri sotto sono la forma non canonica di quello sopra.

1151. Laura: Ehm... che io penso che questo gioco funziona con... che, tipo: lì c'è il 7, e 3 più 4 difatti è uguale a 7, e anche nel secondo c'è il 16, e c'è anche nella forma non canonica che è 6 più 10.

[VR 78 Fine]<sup>105</sup>

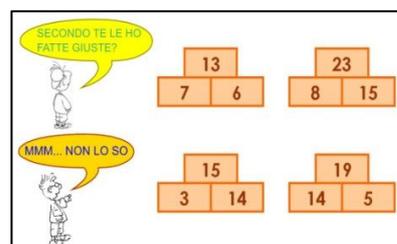
1152. La discussione prosegue.



F 149



F 150



F 151

[VR 79]

1153. IR: Come posso rappresentare per Brioshi questa piramide? (indica quella contenente i numeri 3, 4, 7). Si alzano molte mani.

1154. Veronica D: 3 più 4 uguale 7.

1155. IR: Oppure potremmo anche scrivere che 7... ?

1156. Laura: ... 7 uguale a 3 più 4.

1157. IR: Bene! (Laura in sottofondo: "O 4 più 3") Attenzione che vi insegniamo una cosa nuova: il nome di questo (indica il 7 nella prima minipiramide), che voi sapete che è un risultato, questo qui si chiama (lo scrive in stampatello e gli alunni lo leggono man mano che lo scrive) SOMMA. E allora che cosa è il numero in alto? (Molti Io! Io!)

1158. Riccardo M: È una somma!

1159. IR: Tutta la frase bella!

1160. Martina: Il numero sopra è il 7 e è una somma.

1161. IR: Sì, ma qui (indica le altre minipiramidi) non è il 7, qui c'è 16, qui 20 e qui 4. Allora il numero in alto è...

1162. Voci: Una somma!.

1163. IR: Più parole!

1164. Riccardo M: Il numero in alto è la somma.

1165. I: Di cosa?

1166. Riccardo M: Della forma non canonica.

1167. Voce: Del 3 e del 4.

1168. IR: In generale?

1169. Veronica: Il numero che è sopra è la somma dei numeri che sono sotto.

1170. IR: Brava!!! (Battono cinque) Lo scriviamo.

1171. Si giunge a scrivere, sotto dettatura di Veronica e di altri compagni, la frase di Fig 150.

[VR 79 Fine]<sup>106</sup>

1172. Si propone un'altra situazione problematica (Fig 151) e la si interpreta assieme agli alunni. Molti incontrano difficoltà nella lettura e nell'interpretazione del contenuto dei fumetti.

[VR 80, 81, 82]

1173. IR: Adesso siete voi che dovete spiegare a Diego se le ha fatte giuste o se ne ha sbagliate alcune. (Si alzano delle mani, borbottii, frasi a metà) Sono tutte giuste? Vi ricordate? Questo numero (il numero in alto) è...

1174. Vari: ... la somma dei numeri che stanno sotto.

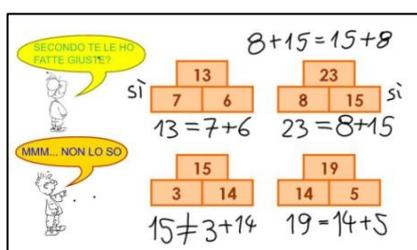
<sup>104</sup> .L'approccio non è semplice. Probabilmente molti alunni hanno ancora difficoltà nei calcoli anche elementari e non riconoscono a colpo d'occhio l'analogia fra le quattro minipiramidi.

<sup>105</sup> .La discussione si affina progressivamente sino alla conclusione di Laura (1151).

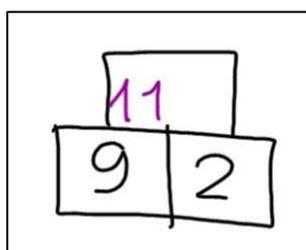
<sup>106</sup> .Gli obiettivi in questa fase sono alti e riguardano lo sviluppo del pensiero relazionale: si inizia proponendo il nuovo termine 'somma' (1157-1158) e poi si guida la classe ad inserire il termine in una frase che lo ponga in relazione con i numeri in basso (1159-1169), come fa Veronica (1169); si trascrive infine la frase con il contributo di tutti (1171).

1175. IR: E allora come si fa per capire se il bambino le ha fatte tutte giuste?  
 1176. *Molti alunni fanno fatica a capire cosa chiede la situazione che proponiamo, ma ci sono anche delle mani alzate.*  
 1177. Eleonora: La prima è giusta, perché 7 più 6 è la forma non canonica di 13.  
 1178. IR: Eleonora, sei brava, sai? Ma qui non c'è scritto '7 più 6' ma 7 e 6.  
 1179. Eleonora: 7 e 6 sono... è uguale a 13.  
 1180. IR: Ok, ok. Adesso provate a dirlo secondo la regola che ha detto prima Veronica.  
 1181. I: (*chiede di mostrare nuovamente la pagina della regola*, Fig 150) Cioè: usando la parola 'somma'.  
 1182. *Si alzano molte mani. Voce "Adesso ho capito!"*.  
 1183. Voce: Il 7 e il 6...  
 1184. Veronica: Non ho detto così!  
 1185. Giorgia: 13 è la somma di 7 e 6.  
 1186. IR: E questa (*indica la seconda minipiramide*) va bene?  
 1187. Alice: Sì! Perché 8 più 15 è...  
 1188. Riccardo: No, dal maggiore a sinistra!  
 1189. IR: Perché? Non è la stessa cosa: 8 più 15 o 15 più 8?  
 1190. Riccardo: Sì, ma cominciare dal più grande è più facile.  
 1191. IR: Più facile sì, ma se io ti dico 8 più 15 o 15 più 8 non è la stessa cosa? Guarda: hai ragione tu se pensi al calcolo, perché è più facile partire da 15. Ma se io ti dico: lascia stare il calcolo e dimmi: posso scrivere così: 8 più 15 uguale a 15 più 8 (F 152)? (*Riccardo annuisce*) Hai capito? Sono due modi diversi di vedere la stessa cosa. (*rivolto ad Alice*) Allora: questo è giusto perché?  
 1192. Alice: Perché 23 è la somma di 8 più 15.  
 1193. IR: E il terzo? Celeste? *Celeste guarda le minipiramidi ma resta silenziosa.*  
 1194. I: Cosa ha chiesto il bambino? (*Celeste legge il fumetto con difficoltà*). Secondo te questa (*la terza*) è giusta o no?  
 1195. Celeste: No, perché 14 più 1 è uguale a 15 ma 14 più 3 è uguale a 17.  
 1196. I: E usando la parola 'somma'?  
 1197. Celeste: 15 non è la somma di 3 più 14.  
 1198. IR: E come lo traduci per Brioshi?  
 1199. Celeste: 15 non è uguale... l'uguale col taglietto... a 3 più 14 (*IR scrive  $15 \neq 3 + 14$ , v. F 152*).  
 1200. *Si completano le altre scritture e si verificano i calcoli. Si chiede a Giorgia di spiegare ad alcuni compagni in difficoltà come fare i calcoli per verificare la correttezza dell'ultima piramide.*  
 1201. Giorgia: Che: voi per capire se è uguale a 19 dovete fare: prima tenervi in mente il 14 (*poi alza le dita una dopo l'altra e ogni volta aggiunge un'unità*) 15, 16, 17, 18, 19. E quindi la piramide è giusta (*completa l'argomentazione dettando la frase per Brioshi*).

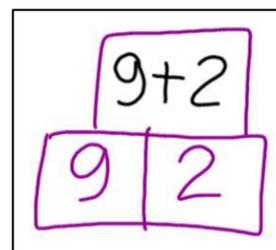
[VR 80, 81, 82 Fine]<sup>107</sup>



F 152



F 153



F 154

1202. *Si prosegue proponendo il completamento di un'altra minipiramide* (F 153).  
 1203. *Emergono definizioni di tipo procedurale: "9 più 2 uguale 11" e vengono sollecitate altre di tipo relazionale.*  
 1204. Veronica: 11 è la somma fra 9 e 2.

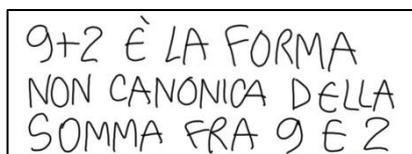
[VR 83]

1205. IR: Come fate a rappresentare il numero nel mattone sopra in maniera tale che Brioshi capisca la regola che ha detto Veronica. Cosa possiamo scrivere qui invece di 11?  
 1206. I: No, non capiscono.

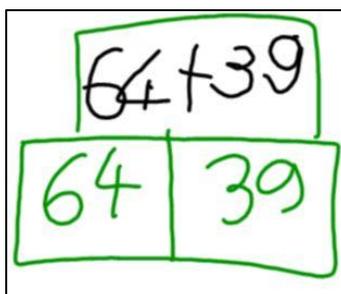
<sup>107</sup>. *Continuano a manifestarsi (1172-1176) le difficoltà nell'individuare le piramidi corrette e quelle sbagliate sino a che Eleonora (1177) individua le relazioni fra i numeri alla base e quello in alto. IR (1178) fa notare che non c'è scritto '7 più 6' e un po' alla volta (1179-1184) emerge quella che ormai è 'la regola di Veronica' (F 150) che viene esplicitata da Giorgia (1185). L'episodio successivo (1187-1191) è molto interessante perché permette di confrontare l'atteggiamento procedurale di Riccardo con quello relazionale espresso da Alice (1192). Il suggerimento generale per gli insegnanti è di appoggiarsi ad ogni anche piccola occasione che permetta di favorire il ragionamento relazionale e scoraggi il calcolare. Lo scambio con Celeste (1193-1199) evidenzia una bella argomentazione (1195) e una corretta traduzione in linguaggio matematico (1199).*

1207. IR: Vediamo.  
 1208. Più alunni alzano la mano.  
 1209. Alice: 9 più 2 (voci "Volevo dirlo anch'io!").  
 1210. I: Ah, brava! Però! Non pensavo che ci sarebbero arrivati.  
 1211. IR: completa la piramide (F 154) E allora questa sì che è... ?  
 1212. Coro: ... la forma non canonica del numero 11!  
 1213. IR: E allora potete anche dire... qui fate una cosa meravigliosa (scrive sotto dettatura corale 9+2 È LA FORMA NON CANONICA)  
 1214. Coro: ... del numero 11.  
 1215. IR: Attenzione: 11 che cos'è?  
 1216. Voci: È la somma!  
 1217. IR: E per l'esattezza 11 è la...  
 1218. Coro: Forma canonica!  
 1219. IR: E allora 9 più 2 è la forma non canonica di cosa?  
 1220. Voci che si accavallano dirette da Veronica: ... della somma di 9 e 2.  
 1221. IR completa la frase (Fig 155) che viene eletta da Alexandra.  
 1222. I: Basta?  
 1223. IR: Ancora uno: il fuoco d'artificio finale! Siete capaci... guardate che questo è veramente difficile, eh... (disegna una nuova minipiramide e scrive in basso 64 e 39). Mi sapete scrivere la somma di questi due numeri qui in alto? (Voci e mani alzate) Subito! Subito! Se avete capito questo (indica F 154)...  
 1224. I: Senza fare il calcolo! Vari si agitano.  
 1225. Riccardo: Adesso calcolo...  
 1226. I: Senza calcoli!  
 1227. Laura: 64+39 (viene invitata a scriverlo, Fig 156).  
 1228. La pagina completa ora è F 157.

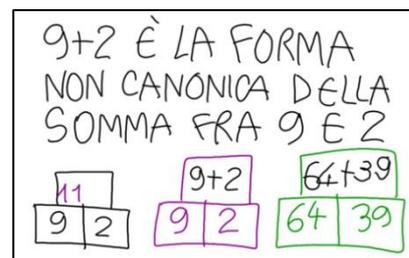
[VR 83 Fine]<sup>108</sup>



F 155



F 156



F 157

<sup>108</sup> L'obiettivo di IR è di verificare se sia possibile arrivare a: (a) scrivere in forma non canonica il numero in alto e (b) definire questo numero utilizzando il concetto di somma. L'insegnante è molto dubbiosa ma, di fronte alla frase di Alice e alle approvazioni dei compagni (1209) deve (piacevolmente) ricredersi. Si giunge alla frase completa (1221) che permette di far evolvere l'embrione della generalizzazione, attraverso il ricorso ai numeri grandi, sino alla conclusione di Laura (1227) (si consiglia la lettura di Cusi, A., Navarra, G.. (2012). L'approccio alla generalizzazione con alunni giovani in ambiente early algebra. Si è cercato di favorire importanti evoluzioni nella costruzione del balbettio algebrico ma è evidente che non c'è la pretesa che la conquista sia stabile e duratura.

26 febbraio 2015

17

Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

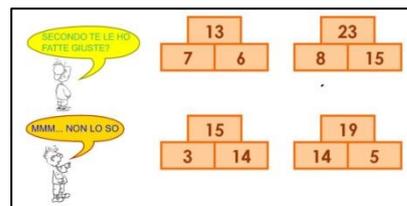
- **Matematico:** attraverso l'ambiente delle piramidi di numeri favorire il consolidamento di: forme canoniche e non canoniche, definizioni procedurali e relazionali attraverso l'utilizzo del termine 'somma'.
- **Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; affrontare aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi; tradurre da un linguaggio all'altro riferendosi a Brioshi.



F 158

REGOLA DELLE MINIPYRAMIDI  
IL NUMERO CHE È SOPRA  
È LA SOMMA DEI DUE  
NUMERI CHE STANNO SOTTO.

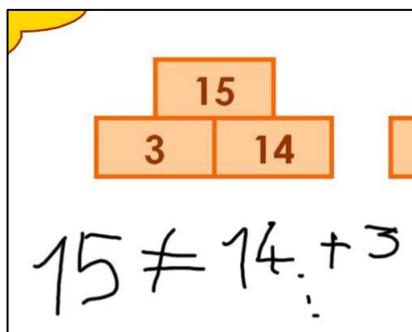
F 159



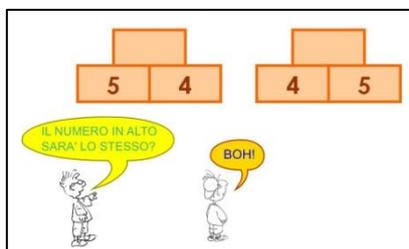
F 160

Si inizia mostrando alcune pagine viste nell'incontro precedente per verificare il livello del ricordo da parte degli alunni. [VR 84, 85, 86]

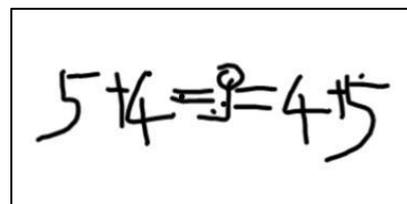
1229. Nicola: Il numero in alto è la somma... dei due numeri che stanno sotto.
1230. IR mostra la 'regola delle minipiramidi individuata da Veronica e altri (1171).(F 159) e la fa leggere ad alta voce ad alcuni alunni che presentano difficoltà nella lettura. Riprende poi la situazione problematica (F 160) già proposta. Gli alunni leggono i testi nei fumetti.
1231. Marco: La prima è giusta.
1232. IR Perché è giusta?
1233. Riccardo: Perché 7 più 6 uguale a 13.
1234. IR: Puoi dirlo anche in un altro modo?
1235. Veronica: Perché 13 è la somma di 7 più 6.
1236. Nicola R: 23 è la somma di 8 più 15.
1237. Alcuni alunni vengono invitati a verificare che 8 più 15 è uguale a 23.
1238. Alexandra: La terza piramide non è giusta perché 15 non è la somma di 14 più 3.
1239. I: Bravissima! Adesso scrivi per Brioshi quello che hai detto in linguaggio matematico.
1240. Alexandra scrive correttamente il messaggio per Brioshi (F 161).



F 161



F 162



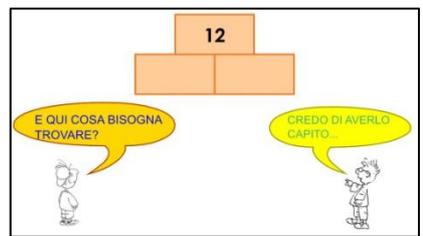
F 163

L'insegnante fa verificare quello che viene detto esplicitando i calcoli mentali.

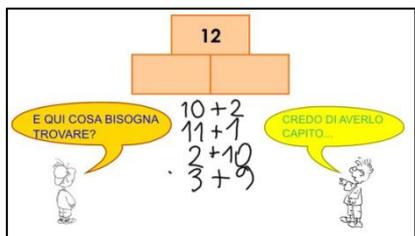
1241. Marco V: Perché 14 ce l'ho già in mente e faccio (si guarda le dita senza alzarle) 15, 16 e 17.
1242. IR presenta una nuova situazione (F 162) e dà agli alunni il tempo di riflettere.
1243. Andrea DP: Che sono uguali, perché 5 più 4, e invece dall'altra parte l'incontrario e allora è lo stesso, è uguale perché 4 più 5.
1244. Riccardo M: Perché 4 è da tutte e due le parti e anche 5.
1245. I: Possiamo dirlo in modo ancora diverso?

1246. Marco DP: Che 5 più 4 fa 9, e anche 4 più 5.
1247. Laura: 5 più 4 è la forma non canonica di 9 e anche 4 più 5 è la forma non canonica di 9 perché il 5 è da tutte e due le parti e anche il 4.
1248. Nicola: 9 è la somma di 5 più 4 e anche dall'altra parte 9 è la somma di 4 più 5 perché si sono messi all'incontrario.
1249. IR: Chi saprebbe tradurre in linguaggio matematico per Brioshi quello che ha detto adesso Nicola?
1250. Anna, lentamente ma quasi tutto da sola tranne che per il suggerimento finale di un compagno, scrive  $5+4=9=5+4$  (F 163).
1251. IR mostra un'ultima situazione (F 164) e invita un alunno a descrivere la situazione.
1252. A: In questa minipiramide sopra c'è il 12.
1253. IR: Secondo te cosa dovete trovare?
1254. A: Devo trovare i due numeri che formano la somma... I due numeri sono il 10 e il 2 (IR scrive). L'insegnante chiede perché.
1255. A: Perché 10 più 2 è uguale a 12.
1256. Veronica: Io direi in un altro modo: 12 è la somma di 10 più 2.
1257. Laura: Io voglio dire altri due numeri che formano il 12: 11 più 1.
1258. I e IR stimolano gli alunni a dire cosa stanno facendo.
1259. Marco DP: Stiamo trovando la forma non canonica di 12.
1260. I: Ma ce n'è una sola?
1261. Veronica: Direi le somme... perché ce ne sono tante.
1262. IR: La domanda è: adesso vedete che qui state dicendo i numeri in una maniera disordinata. Siete capaci di dire i numeri in una maniera ordinata? Qui (indica la LIM, F 165) avete detto 10, 11, 2, 3...
1263. Nicola R: 1 più 11.
1264. Gli alunni continuano la ricerca alternando ordine e casualità. Un alunno propone 8 più 4. Si sentono delle proteste.
1265. L'insegnante chiede di ricordare cosa si è fatto in classe per mettere in ordine gli amici del 10. Ci sono delle mani alzate.
1266. Alice: Se ne toglie uno dal 9 e si mette nel 4...
1267. Molti intervengono mostrando di capire che si toglie un'unità a destra e la si aggiunge a sinistra. Per rinforzare il concetto si pongono 12 pennarelli nella mano di una bambina e gradualmente uno viene spostato nell'altra mano. Un alunno argomenta e descrive con l'aiuto di IR e di qualche compagno ogni singolo passaggio.

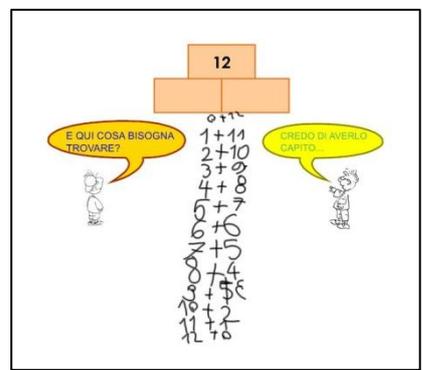
[VR 84, 85, 86 Fine]<sup>109</sup>



F 164



F 165



F 166

<sup>109</sup> In sede di programmazione della lezione l'insegnante ha preferito inserire una pausa di riflessione. La maggior parte dell'incontro è stata dedicata quindi al recupero e al consolidamento di concetti affrontati in precedenza. È interessante notare la varietà delle parafrasi con le quali vengono definiti certi concetti (1243-1248 e 1255-1256). Molti alunni cominciano anche a mostrare una certa confidenza con la traduzione in linguaggio matematico di frasi espresse in precedenza in linguaggio naturale (1238-1240 e 1249-1250). È importante anche l'attività sulla ricerca ordinata degli 'amici del 12' (1252-1267).

5 marzo 2015

18

**Commenti insegnante di classe**

**Commenti Giancarlo Navarra**

Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

- **Matematico:** nell'ambiente delle **piramidi di numeri** favorire l'emergere di: forme canoniche e non canoniche, definizioni procedurali e relazionali attraverso l'uso del termine 'somma'; approfondire il concetto di 'ricerca ordinata'.
- **Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico; affrontare aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi; tradurre da un linguaggio all'altro riferendosi a Brioshi.

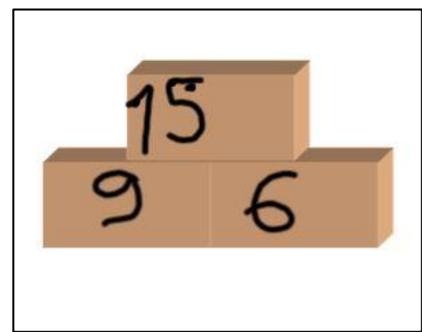
1268. Viene proposta la prima situazione (F 167). Successivamente se ne propongono altre (F 168), ottenibili da una piramide iniziale vuota impostata sull'opzione notebook 'Clonatore infinito', dalla quale si possono ricavare altre minipiramidi.



F 167



F 168



F 169

[VR 87]

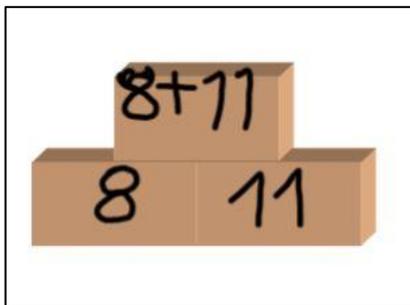
1269. IR scrive in basso 9 e 6 e invita Alexandra a completarla in forma canonica.

1270. Alexandra: **<V12>** Allora: la forma canonica di 9 e 6... che 9 è minore di 10, quindi perché 10 più 6 fa 16, se ne tolgo 1 è 15, perché se tolgo 1 è minore di 16... (scrive 15, F 169) lo abbiamo fatto prima in classe.

1271. IR: Ma che brava! Sei bravissima! E sapresti completare questa piramide con la somma in forma non canonica?

1272. Alexandra riflette a lungo e poi scrive  $8+11$  (F 170).

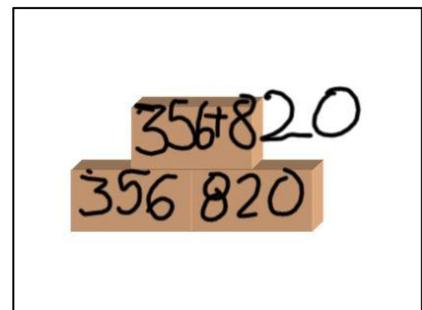
1273. Altre due minipiramidi, con i numeri 57 e 39 e poi con 356 e 820 vengono completate con facilità<sup>111</sup> (F 170, F 171).



F 170



F 171



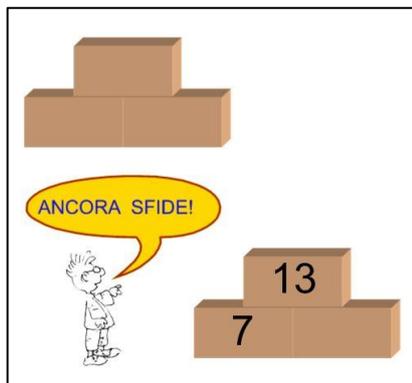
F 172

1274. L'insegnante ha cominciato ad affrontare la sottrazione e desidera verificare come si comporta la classe di

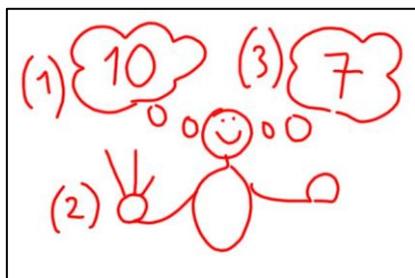
<sup>110</sup> L'alunna pensa prima di parlare, senza la paura del silenzio e del tempo che passa, e cerca le parole per dire il suo pensiero; dopo qualche secondo porge le parole che ha trovato dopo aver cercato di ricordare quelle che esprimono meglio la situazione; la titubanza sta nel dare forma al pensiero e non nella comprensione delle relazioni tra i numeri, che mostra di aver capito in modo sicuro. L'episodio è presentato nel video **<V12>**.

<sup>111</sup> L'utilizzo di numeri grandi o 'grandissimi' favorisce il distacco dal calcolo e il ricorso a rappresentazioni che esprimono un punto di vista relazionale ('Non importa se non so fare i calcoli, perché riesco ad esprimere comunque la somma fra i due numeri in linguaggio matematico'). È un approccio alla generalizzazione.

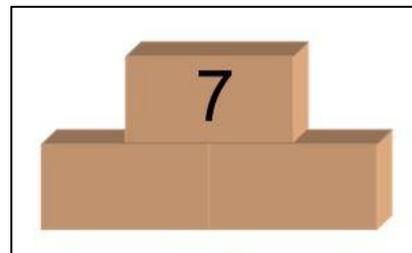
fronte ad una minipiramide diversa dalle precedenti (F 173). Viene proposta quindi la minipiramide di F 173 e si chiede di completarla; sette alunni alzano la mano.



F 173



F 174



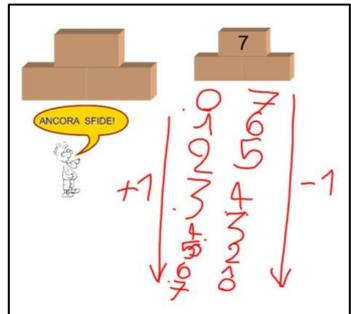
F 175

1275. Marco D: Allora: 13 è uguale a... (*muove velocemente le dita*) 7 più 6.  
 1276. IR: Ci spieghi come hai fatto a capire che è 6?  
 1277. Marco D: Perché ho fatto con le mani... (*alza 7 dita, 5 nella mano sinistra e 2 nella destra*) sette... (*poi alza una alla volta tre dita della mano destra sino a che arriva a 10 e alza altre tre dita della mano sinistra, indicando così il 13. Scrive nel mattone vuoto 6*).  
 1278. IR: C'è qualcuno che l'ha fatto in maniera differente?  
 1279. Laura: Io ho fatto a mente. Io ho fatto 7... e ho fatto 13.  
 1280. IR: Cosa vuol dire 'Ho fatto 13'?  
 1281. Laura: Ho fatto 13 però ho fatto 7.  
 1282. IR: Non capisco ancora cosa vuol dire 'ho fatto'.  
 1283. Laura: Ho fatto con le dita 13 poi ho fatto 7 (*allarga completamente le dieci dita*).  
 1284. IR: Posso chiederti come hai fatto 13 con le dita?  
 1285. Laura: 13 ho fatto... a mente una decina e ho fatto 3. Poi ho fatto 7 con le dita... Ho fatto 13 e ho guardato quante erano... ehm... quante erano le dita che... quante erano le dita.  
 1286. IR: A me piace molto questa spiegazione però...  
 1287. I: ... non si capisce del tutto.  
 1288. IR: È stato bellissimo quando hai detto: 'Ho fatto 13 e ho pensato prima a mente alla decina'. Mi piacerebbe che mi mostrassi con le dita come hai fatto a trovare quel 6.  
 1289. Laura: La decina la sto tenendo a mente... e ho fatto 3 (*alza tre dita; IR accompagna le sue parole costruendo un disegno che esprime le fasi dell'argomentazione, F 174*).  
 1290. IR: E poi?  
 1291. Laura: Poi guardo... poi faccio 7.  
 1292. IR: Allora... tieni a mente il 10 (*scrive 1*), poi fai tre con le dita (*scrive 2*) e fa 13. Bene. E adesso?  
 1293. Laura: Smetto un attimo di pensare alla decina e penso al 7 (*IR disegna il fumetto con il 7*).  
 1294. I: Poi?  
 1295. Laura: E poi lo faccio con le dita...  
 1296. IR: Quali? Perché hai tre dita alzate.  
 1297. Laura: (*si guarda le dita senza saper bene cosa fare*) Delle mani...  
 1298. IR: No, no (*sorride*) Questo l'ho capito. Tu hai tre dita alzate... tienile ferme.  
 1299. I: Adesso a che dita pensi?  
 1300. Laura: Posso prendere questa, questa (*alza le dita aggiungendo 7 e arriva alle mani completamente aperte*).  
 1301. IR: Allora fa 10?  
 1302. Laura: (*pensa un attimo*) No.  
 1303. Si decide di interrompere il lavoro sulla sottrazione.

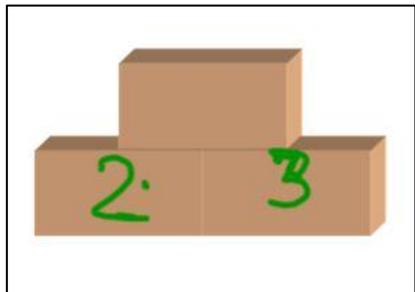
<sup>112</sup> L'episodio evidenzia la difficoltà dell'approccio al concetto di 'togliere un numero ad un altro'. Marco D (1241-1243) organizza il suo pensiero cercando il numero che, aggiunto a 7, dia come risultato 13. Di fatto Marco risolve empiricamente l'equazione  $7+x=13$  continuando a lavorare con l'operazione ormai familiare: l'addizione. Anche Laura, in modo più elaborato, tenta di argomentare come ha ottenuto il 6. Nella prima parte (1245-1250) usa più volte il verbo 'fare' e non è chiaro se alluda al fare col pensiero (1245: "Faccio a mente") o materiale (1249: "Ho fatto con le dita"); probabilmente sono veri entrambi e IR utilizza il disegno (F H) proprio per differenziare i due momenti. Nella seconda parte (1251-1255) Laura termina spiegando finalmente come ha realizzato il 13: tiene a mente la decina

1304. Si propone una situazione che riprende una svolta nell'incontro precedente sulla ricerca ordinata degli 'amici del 7' (F 175).  
 1305. IR: E qui secondo voi cosa bisogna fare?  
 1306. Nicola R: I due numeri che stanno sotto la somma.  
 1307. IR: I due numeri che stanno qui sotto... e secondo te quali potrebbero essere?  
 1308. Nicola R: 6 e 1.  
 1309. IR: Si potrebbe spiegare questa cosa in una maniera più bella?  
 1310. Nicola F: 5 più 2, 2 più 5.  
 1311. IR: Ed è finita qui?  
 1312. Nicola F: Ce ne sono anche altri. 1 più 6, 6 più 1, 5 più 2...  
 1313. IR: Questi numeri come potresti chiamarli? (Molti alzano la mano) L'avete già visto con la maestra per il 10.  
 1314. Alexandra: Gli amici del 7.  
 1315. IR: Certo! E da che numero conviene partire?  
 1316. Nicola F: Dall'1.  
 1317. IR: Ni...  
 1318. Voci: Dallo zero!  
 1319. Nicola comincia a scrivere (qualcuno dice che si può mettere il +) e completa le due colonne (F 176).  
 1320. IR spiega che si parla di 'ricerca ordinata'.  
 1321. Nicola F: Abbiamo fatto usando il metodo di Alberto.  
 1322. I: Chi spiega com'è?  
 1323. Alberto F: (indica le colonne) 0 e 7 e poi... ora è diventato 1 e là ho tolto 1 e l'ho messo dall'altra parte. Ora è diventato 6 perché li ho messi dall'altra parte.  
 1324. IR: Cioè praticamente in questa colonna (indica quella di sinistra)...  
 1325. Alberto F: ... in questa colonna ogni volta... più 1...  
 1326. IR: ... e in questa colonna ogni volta...  
 1327. Coro: Meno 1!  
 1328. Laura: Io ho notato che nelle colonne in uno si va dritti, e in uno si va alla rovescia.  
 1329. Marco: In una colonna si va sempre 'più', e in un'altra colonna si va sempre 'meno'.  
 1330. Alice: Nella prima colonna si aumenta più 1 e nella seconda colonna si diminuisce meno 1.

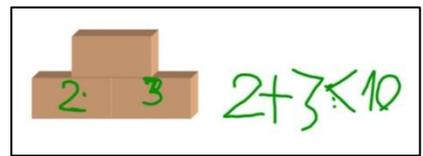
113



F 176



F 177



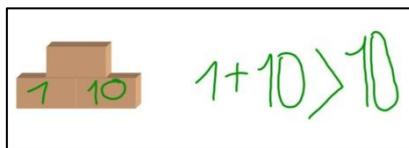
F 178

1331. IR propone un'altra minipiramide vuota; chiama una prima coppia di alunni, Elisa e Alberto; Elisa svolgerà la consegna e Alberto controllerà la correttezza.  
 1332. IR: Adesso nella base di questa minipiramide scrivi due numeri la cui somma qui in alto sia minore di 10.  
 1333. Elisa, superate le incertezze, scrive 2 e 3 (F 177).  
 1334. IR: Alberto, che messaggio manderesti a Brioshi per dirgli che questo che ha scritto Elisa va bene? Prova a dirlo in italiano prima.

e alza tre dita. A questo punto dell'episodio si vuol vedere se, a differenza di Marco, Laura pensa al 'togliere' e (almeno) accenna ad un cadenzato abbassamento di 7 dita sino ad arrivare al 6; invece nella terza parte conclusiva (1256-1268) Laura aggiunge 7 (1266) ma capisce che non va bene (1269). Si potrebbero ipotizzare due strade, da studiare con molta attenzione: (a) prendere lo spunto da Marco (che parte dal sottraendo 7) e affrontare la rappresentazione del numero in alto quando non si conosce uno degli addendi; questo porterebbe gli alunni (che hanno già incontrato la macchia - incontro 13, F 117) ad elaborare una traduzione in linguaggio matematico, ad esempio: 3+macchia=12; (b) prendere lo spunto dalla strategia di Laura (che parte dal minuendo 13) e associare la prosecuzione della sua strategia all'abbassamento di 7 dita.

<sup>113</sup> Lo scopo dell'attività è, come spiega IR (1286), condurre gli alunni alla scoperta che è conveniente attivare delle strategie sono più produttive di altre quando si esplora una situazione problematica. Questo atteggiamento favorisce anche l'individuazione di elementi che variano e altri che rimangono costanti.

1335. Alberto: (dopo un breve silenzio) 2 più 3 sono numeri minori di 10.  
 1336. IR: Bravissimo!  
 1337. I: Eh, non è proprio...  
 1338. IR: Lo so, lo so...  
 1339. Alberto scrive  $2+3$ ; poi, dopo una lunga riflessione,  $<10$  (F 178).  
 [VR 87 Fine]<sup>114</sup>  
 [VR 88]  
 1340. Vengono alla lavagna Nicola e Giorgia.  
 1341. IR: Nicola, adesso scrivi due numeri la cui somma sia maggiore di 10.  
 1342. Nicola scrive a sinistra 1 e a destra 10.  
 1343. IR: È giusto Giorgia? (Giorgia risponde di no). Perché?  
 1344. Giorgia: Perché 1 è minore di 10.  
 1345. IR: È giusto Nicola quello che ha detto Giorgia?  
 1346. Nicola F: Ha detto che 1 è minore di 10 ma quello non importa perché dopo, per tradurlo per Brioshi, si mette in mezzo tra quei due numeri il 'più' e diventa 11.  
 1347. Silenzio perplesso.  
 1348. IR: Chi è che spiega a Giorgia quello che ha detto Nicola?  
 1349. Laura: Che non importa se c'è l'1 che è minore, perché tanto poi Giancarlo ha detto a Nicola di scrivere 10, e quindi poi...  
 1350. I: Giorgia, cos'è che ha chiesto Giancarlo a Nicola?  
 1351. Giorgia: Giancarlo ha detto a Nicola di scrivere due numeri che siano maggiori... (IR le fa di no col dito).  
 1352. I: Cos'è che ha detto Giancarlo? Voci incerte.  
 1353. Nicola F: Due numeri che si mettono insieme che diventano più di 10.  
 1354. IR: E per dirla in maniera più matematica? Due numeri...  
 1355. Molte incertezze.  
 1356. IR: ... la cui somma sia maggiore di 10.  
 1357. Giorgia scrive accanto alla piramide il messaggio per Brioshi (F 179)  
 [VR 88 Fine]<sup>115</sup>



F 179

<sup>114</sup> La situazione proposta intende promuovere (a) il pensiero relazionale, (b) la traduzione dal linguaggio naturale a quello matematico. L'insegnante (1303) vorrebbe intervenire sulla frase di Alberto (1301), che esprime in modo ambiguo la relazione fra i numeri ("2 più 3 sono numeri minori di 10"). Si preferisce proseguire perché ormai l'alunno è vicino alla conclusione. Qualcosa di simile accadrà nell'episodio successivo (1310) e saranno gli stessi alunni (1312 e 1315) a chiarire l'errore dei compagni.

<sup>115</sup> Anche Giorgia (1310) travisa il senso della consegna concentrandosi non sulla rappresentazione che esprime la relazione fra i due numeri alla base ma sul confronto tra di essi ("1 è minore di 10"); ripete un errore simile poco dopo (1317) nonostante le spiegazioni di Nicola F (1312) e di Laura (1315). Come nella situazione precedente, si giunge ancora una volta, attraverso la mediazione del linguaggio naturale (1320-1322), alla traduzione in linguaggio matematico per Brioshi (1323).

12 marzo 2015

19

Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

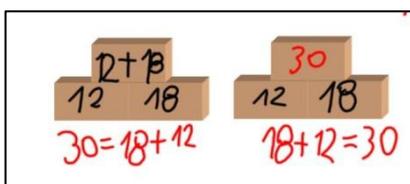
**Matematico:** nell'ambiente delle [piramidi di numeri](#) favorire:

- (a) l'emergere della rappresentazione canonica e non canonica della somma (il numero in alto);
- (b) l'approccio alla rappresentazione della differenza fra il numero in alto e uno dei due numeri in basso;
- (c) l'utilizzo della macchia come metafora dell'incognita.

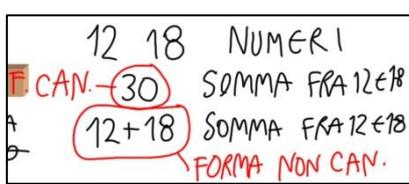
**Linguistico:**

- (a) favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico;
- (b) affrontare aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi;
- (c) tradurre e interpretare messaggi per/da Brioshi.

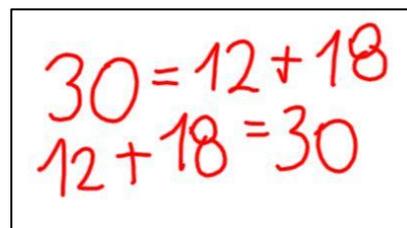
1358. Viene proposta una minipiramide; i numeri alla base sono 12 e 18. Si chiede di scrivere la somma in forma non canonica.



F 180



F 181



F 182

[VR 89]

1359. Gaia scrive correttamente  $12+18$  (F 180).

1360. IR:  $12+18$  è la forma non canonica di cosa?

1361. Giorgia: Di 30.

1362. IR: Tutta la frase!

1363. Giorgia:  $12+18$  è uguale a 30... è la forma non canonica di 30.

1364. IR: Vero. Ma è la forma non canonica di che cosa?

1365. Molti mostrano di ricordare che il termine in alto è la somma. Assieme si costruisce la frase: “ $12+18$  è la forma non canonica della somma fra 12 e 18”.

1366. IR chiede di scrivere la somma in forma canonica. Si alzano molte mani e si completa la seconda piramide (F180).

1367. Collettivamente si mette ordine nei concetti e nei termini (F 181). Si stabilisce e si scrive alla LIM che:

(a) 12 e 18 sono numeri;

(b) 30 è la forma canonica della somma fra 12 e 18;

(c)  $12+18$  è la forma non canonica della somma fra 12 e 18;

(d) siccome si tratta sempre della stessa somma si può scrivere (F 182 e 180):  $30=12+18$ ,  $12+18=30$ ,  $30=18+12$ ,  $18+12=30$ .

1368. Nicola F: Sì! È la stessa somma, solo che sono messi all'incontrario.

[VR 89 Fine]<sup>116</sup>

[VR 90]

1369. IR: Adesso Marco mi disegni nella piramide di sinistra la somma in forma canonica e in quella di destra la somma in forma non canonica.

1370. Marco scrive nella prima piramide  $9+4$  e nella seconda  $9+4$  (F 183). Si sentono molto borbottii. IR invita a fare silenzio e a lasciarlo lavorare. La discussione si aprirà quando lui avrà finito.

1371. Nicola F: È sbagliato perché 9 più 4 non è uguale a 94, è uguale a 13.

1372. IR: Vieni a tradurre per Brioshi le due frasi che hai detto.

1373. Nicola F: (alla LIM, scrive mentre parla) 9 più 4 non è uguale a 94, 9 più 4 è uguale a 13 (F 184).

1374. I (rivolta a Marco): Qual è la regola delle piramidi? (Marco, in difficoltà, tace).

1375. I: Laura, qual è la regola delle minipiramidi?

1376. Laura: Che la regola è che sotto si scrivono dei numeri, in questo caso... e sopra bisogna scrivere la somma... quanto fa 9 più 4.

1377. IR: Allora si può dire che il numero in alto è... ditemi la frase completa.

1378. Veronica: Il numero in alto è la somma dei numeri che stanno sotto... in basso. Altri alunni ripetono la regola.

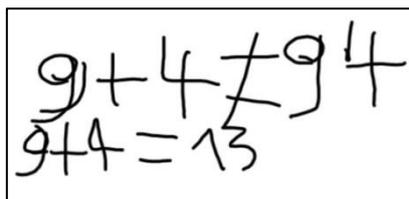
<sup>116</sup> Si curano gli aspetti linguistici: i termini e i loro significati e la costruzione di frasi complete. L'attività in questa fase è prevalentemente impostata sulla riflessione collettiva.

1379. Gianluca: Il numero... che sta sopra... è la... somma...  
 1380. IR: ... di cosa?  
 1381. Gianluca: Di 9 più 4.  
 1382. IR: Stai attento: una volta posso inventarmi 9 più 4, un'altra volta puoi inventarti tu 5 più 6, un'altra volta si inventa lui 10 più 9, e allora possono cambiare quei numeri, ma noi sappiamo che il numero in alto è sempre la somma...  
 1383. Vari: ... dei numeri che stanno in basso.  
 1384. IR: Anche se non sai quali sono, hai capito? *Apri due nuove piramidi e chiedi a Marco di inventarsi lui due numeri nei mattoni alla base e di scrivere le somme rispettivamente in forma canonica e non canonica.*

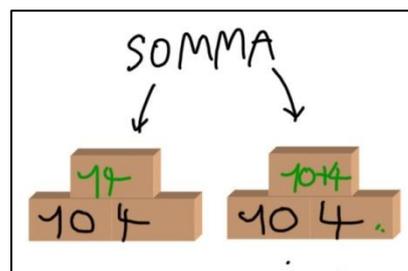
[VR 90 Fine]<sup>117</sup>



F 183



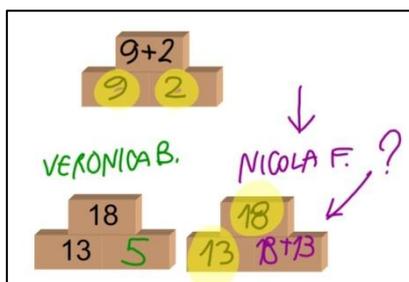
F 184



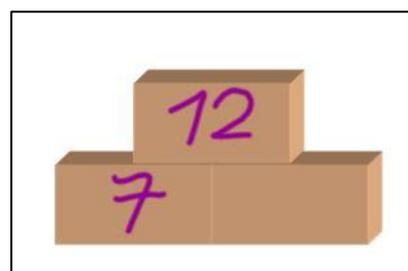
F 185



F 186



F 187



F 188

[VR 91, 92, 93, 94]

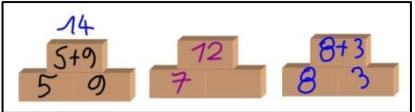
1385. IR propone una nuova situazione (F 186).  
 1386. Veronica B: Qui nel mattoncino c'è il numero 5.  
 1387. IR: Veronica, come hai fatto a trovare che lì c'è il numero 5?  
 1388. Veronica B: Sono partita dal 13 e ho fatto (alza una alla volta le dita) 14, 15, 16, 17, 18.  
 1389. Alexandra: Io lo so in un altro modo (va alla LIM). Io ho fatto uguale a Veronica però ho tenuto a mente il 13 e sono andata avanti di 5.  
 1390. IR: Ma anche Veronica ha fatto così, o sbaglio?  
 1391. Alexandra (rivolta a Veronica): Tu hai fatto con le dita.  
 1392. I: E tu invece?  
 1393. Alexandra: Io ho tenuto a mente il 13 e sono andata avanti di 5. Poi alza le dita esattamente come Veronica. IR e I le fanno notare che hanno fatto allo stesso modo.  
 1394. Marco (sostiene di aver fatto diversamente): Ho tenuto a mente il 13 e ho contato solo con la testa.  
 1395. IR: E quindi è diverso da quello loro?  
 1396. Marco: Sì perché loro hanno fatto con le dita e io no.  
 1397. Nicola F (dice di aver fatto in un altro modo): Allora: io tolgo il 13 e lo metto dalla parte opposta, poi metto il 5 al posto del 13.  
 1398. I: Nicola, qui (indica il mattone vuoto in F 186) non c'è nessun 5. Tu devi trovare che numero ci sta lì. C'è un numero lì?  
 1399. Nicola F: Ah, allora metto 3 più 2 (proteste).

<sup>117</sup> L'episodio mostra l'eterogeneità delle conoscenze degli alunni. C'è, come Marco, chi sbaglia a fare somme molto semplici (1370) e chi invece, come Nicola F) sa argomentare a parole e a tradurre l'argomentazione in linguaggio matematico (1371-1373). Nello scambio 1374-1384 si guida la classe verso il superamento delle situazioni particolari e la costruzione di una definizione generale della legge della piramide.

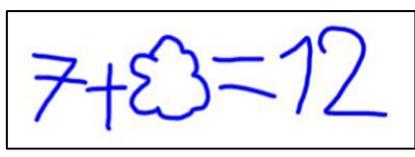
1400. IR: Una sfida per voi: come prima avete scritto qui nel mattone in alto in forma non canonica la somma fra 9 e 4 usando i numeri 9 e 4 (F 187) siete capaci di scrivere cosa c'è nel mattone vuoto usando i numeri 18 e 13? (*Evidenzia in giallo i numeri che nomina*).
1401. Nicola F propone  $18+13$  ma non è molto convinto.
1402. Gli alunni non sanno che pesci pigliare. L'insegnante propone di cambiare strategia.  
 [VR 91, 92, 93, 94 Fine]<sup>118</sup>  
 [VR 95]
1403. I: (F 188) Quello che chiedo io è: scrivete il numero 12, la somma, in forma non canonica.
1404. Voci si accavallano.
1405. IR: Per aiutarvi a capire cosa chiede la maestra (F 189) (*scrive nella piramide di sinistra 5 e 9*) come scrivete la somma in forma non canonica?
1406. Gli alunni propongono  $5+9$ .
1407. IR: Bene. Un altro esempio (F 189) (*scrive nella piramide di destra 8 e 3 e gli alunni propongono  $8+3$* ).
1408. I: E come scrivete in questa piramide (indica quella a sinistra) la somma in forma canonica?
1409. Alunni: 14 (*l'insegnante lo scrive sopra la piramide*).
1410. I: E infatti qui l'ho scritto in forma...
1411. Alunni: ... canonica.
1412. I: E invece voglio scriverlo in forma non canonica. Questo (*indica a sinistra*) dalla forma non canonica ( $5+9$ ) l'ho scritto in forma canonica (14), questo dalla forma canonica voglio scriverlo in forma non canonica. Chi sa come si scrive quel 12 in forma non canonica? (*si alzano molte mani*).
1413. Veronica D scrive sopra la piramide  $11+1$ .
1414. I: Attenta: questa (*indica il 12*) è la somma di quali numeri?
1415. Veronica D: Di quelli che stanno sotto.
1416. I: E sotto che numeri ci sono?
1417. Veronica: 7 e... (*una voce dice 'Zero'*).
1418. I: C'è l'11? C'è l'1? (*Voci dicono no*) Quindi non può essere la forma non canonica 12 (*Molti: Ah! Io lo so! Mani che si alzano*) La regola delle minipiramidi è che il numero che sta sopra è la somma dei numeri che stanno sotto.
1419. Laura va alla LIM, scrive  $7+$  e si ferma. Molti alzano la mano.
1420. Andrea: 5 (*voce: 7 più 5*).
1421. IR: Voi dite 5, ma 5 non c'è mica qua.
1422. Anna M (*una di quelli che si sbracciano*): 7 più macchia.
1423. IR e I: Ma brava! (*Alcuni: Anch'io volevo dirlo!*)
1424. Alexandra (*viene a parlare con IR e I*): È Brioshi che deve scoprirlo! I e IR la invitano a rivolgersi alla classe.
1425. Alexandra: Abbiamo messo la macchia perché è Brioshi che deve capire che numero c'è sotto la macchia. L'insegnante invita Alexandra a scrivere il messaggio per Brioshi affinché possa trovare il numero sotto la macchia.
1426. IR: (*ad Alexandra perplessa sul da farsi*) Cosa vuoi dire a Brioshi? Che 7 più un numero misterioso a cos'è uguale?
1427. Molti: A 12!
1428. IR: Alexandra, scrivi questo a Brioshi in linguaggio matematico.
1429. Alexandra scrive (F 190) e commenta mentre scrive indicando la macchia: Qui sotto c'è il numero misterioso, ed è lui che lo troverà perché se no...
1430. IR: Benissimo. E allora proviamo a vedere una cosa: secondo voi, se questo è il messaggio che mandiamo a Brioshi, Brioshi come potrebbe rispondere? (*Gli alunni sono penserosi*) Diciamolo in italiano.
1431. Alberto: Il numero sotto la macchia è il numero 5. (*IR lo invita a tradurre in linguaggio matematico quello che ha detto, e cioè la risposta di Brioshi*).
1432. Alberto scrive macchia più 5 (F 191).
1433. IR lo invita a tradurre in linguaggio naturale la frase inviata a Brioshi e la risposta.

<sup>118</sup> Questo episodio nasce da una posizione differente dell'insegnante e di IR sull'ipotesi di proporre una minipiramide in cui siano noti la somma e uno dei numeri in basso. In sede di programmazione dell'attività, IR voleva verificare se qualche alunno avrebbe inserito una differenza nel mattone vuoto mentre l'insegnante dubitava che si verificasse questa possibilità. Veronica (1386) propone il risultato e lo giustifica come un'addizione a partire dal 13; Alexandra (1389-1393) e Marco (1394-1396) sostengono di aver fatto diversamente ma hanno seguito la stessa strategia (la differenza che loro vedono sta nell'accompagnare il ragionamento con le dita o soltanto 'con il pensiero'. Dopo qualche altro tentativo IR (1400) prova ad instradare gli alunni verso una rappresentazione in funzione dei due numeri conosciuti (18 e 13) ma è ormai evidente che la classe non è ancora pronta per la rappresentazione di una differenza. Giustamente l'insegnante (1402) propone di modificare la strategia, e il prossimo episodio [VR 95] mostrerà che la decisione si rivelerà molto produttiva.

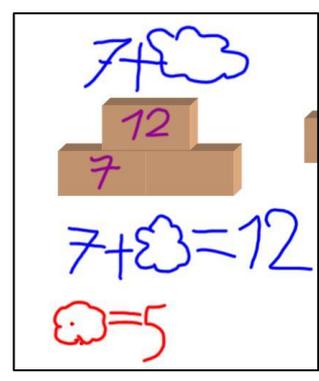
[VR 95 Fine]<sup>119</sup>



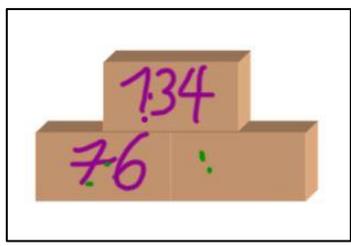
F 189



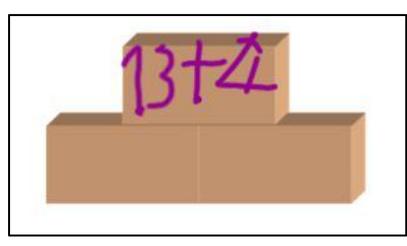
F 190



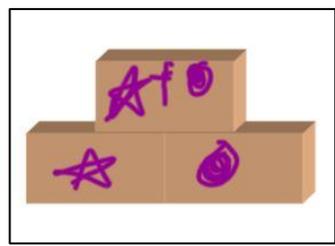
F 191



F 192



F 193

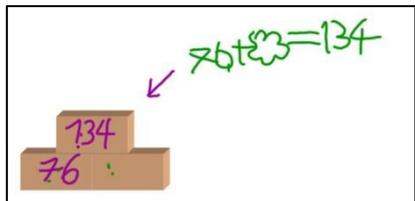


F 194

[VR 96]

- 1434. IR: (propone una nuova piramide) (F 192).
- 1435. I: È come prima: scrivete 134 in forma non canonica.
- 1436. Nicola R scrive 13+4 (F 193).
- 1437. Nicola F: Me ne son venuti due in mente: allora: 130 più 4.
- 1438. I: Ma no, ricordatevi la regola: il numero che sta sopra è la somma dei numeri che stanno sotto. Dove li vedi il 130 e il 4?
- 1439. IR: Aspettate: Ve lo presento in forma di gioco. Come rappresentereste il numero in alto se sotto aveste una stella e un tondo? (F 193). Immaginate che vi dica che qui c'è il numero 'stella' e qui il numero 'tondo'. Come rappresentate la loro somma?
- 1440. Alice completa correttamente la piramide (F 194).
- 1441. Veronica viene alla LIM e scrive correttamente la frase completa da inviare a Brioshi (F 195).

[VR 96 Fine]<sup>120</sup>



F 195

<sup>119</sup> In questo episodio l'insegnante propone di rappresentare in forma non canonica la somma quando sia noto soltanto uno dei due numeri, e favorendo quindi il recupero della 'macchia' incontrato per la prima volta in gennaio, nel 13° incontro (911). Dopo una fase di recupero dei concetti (1405-1411) e una fase di assestamento (1412-1421) Anna (1422) sblocca la situazione. Alexandra, come fa molto spesso, vuole condividere con gli insegnanti le sue riflessioni e spiega ai compagni (1424-1429) la rappresentazione man mano che la costruisce (F 190). La scrittura viene adottata come trampolino verso la costruzione collettiva della possibile risposta di Brioshi (1432). L'episodio si conclude con il percorso inverso: Alberto, che ha tradotto la risposta di Brioshi dal linguaggio naturale al matematico, traduce le scritture dal linguaggio matematico a quello naturale.

<sup>120</sup> In conclusione dell'incontro, un interessante ricorso al linguaggio simbolico per enfatizzare il punto di vista della generalizzazione (1439-1440) (F 194) e l'intervento di Veronica (1441) che conferma di aver capito ciò che è accaduto nell'episodio precedente.

9 aprile 2015

20

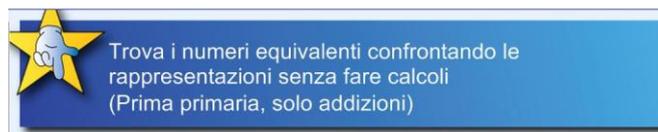
Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

**Matematico:** attraverso un **oggetto 2.0**<sup>121</sup> verificare le competenze della classe nel confrontare rappresentazioni di numeri individuando quelle equivalenti senza fare calcoli.

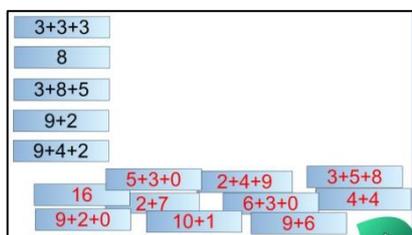
**Linguistico:**

(a) favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico.

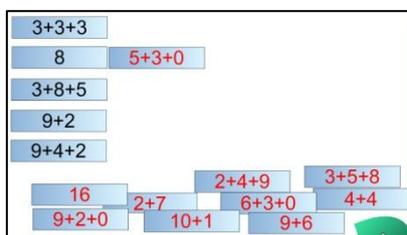
1442. Viene proposto un gioco avente la consegna (F 196). Gli alunni, dopo aver individuato le rappresentazioni equivalenti e aver argomentato le loro scelte, spostano le caselle relative (scritte in rosso) allineandole con le rappresentazioni scritte in nero.



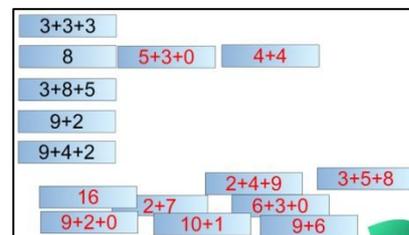
F 196



F 197



F 198



F 199

[VR 97, 98, 99]

1443. IR: Secondo voi cosa bisogna fare? *Mostra l'attività* (F 197). *Molti alzano la mano.*

1444. Veronica B: Dobbiamo mettere... quei numeri... uguali, per esempio là c'è l'8 e bisogna trovare la sua forma non canonica.

1445. IR: Benissimo. Allora vieni Veronica. Sposta un numero col dito e fai quello che hai detto prima.

1446. *Veronica sposta*  $\boxed{5+3+0}$  *con molta fatica (non si capisce perché IR riesca a farlo e lei e altri compagni non ci riescano)* (F 198).

1447. *IR le chiede di giustificare la sua scelta.*

1448. Veronica: Perché 5 più 3 più 0 è la forma non canonica di 8.

1449. Andrea: Voglio fare... mettere 4 più 4 perché è uguale.. è la forma non canonica di 8. (F 199).

1450. Alice: Io metterei 6+3+0 su 3+3+3 perché fanno tutti e due 9.

1451. IR: Invece che 'fanno' puoi spiegare meglio? Di cos'è che ti accorgi?

1452. Alice: Perché 3 più 3 fa 6 e aggiungo un 3 che è già lì.

1453. IR: E invece di dire col 'fa' (*indica uno degli alunni con le mani alzate*) cos'è che diresti tu?

1454. Monica: Che è uguale a 6.

1455. IR: Sì (*rivolto ad Alice*) Hai capito? Se dici 'fa', sei tu che 'fai', mentre invece se dici che lui è uguale a 6, vuol dire che lo è anche se tu non fai niente.

1456. *Alice sposta il numero accanto a*  $\boxed{3+3+3}$  (F 200).

1457. Nicola F: Io voglio fare  $\boxed{9+2+0}$  al  $\boxed{9+2}$ .

1458. I: Perché?

1459. Nicola F: Perché c'è già 9 più 2 ma solo in quello, dall'altra parte c'è il più 0.

1460. I: E quindi?

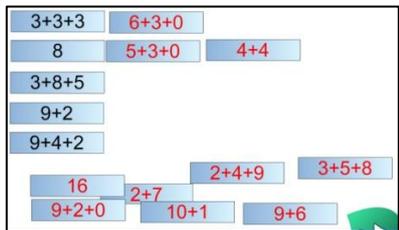
1461. Nicola F: E quindi è uguale a... (*Nicola comincia a calcolare*).

1462. IR: Adesso vi insegno una parola importante. *Introduce il concetto di 'neutro' facendo riferimento ad alcuni esempi del dizionario ("Indossa un vestito di colore neutro", "La partita di calcio si svolge in un campo neutro") e riflettendo sui colori delle automobili, o delle felpe degli alunni, vivaci o 'neutri'.*

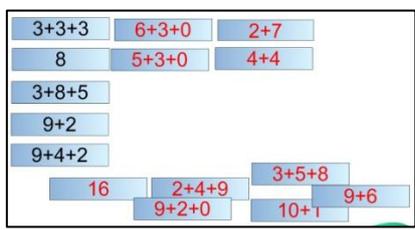
1463. *Martina individua l'uguaglianza fra*  $\boxed{3+3+3}$  *e*  $\boxed{2+7}$  *e sposta la casella relativa* (F 201).

<sup>121</sup> L'oggetto 2.0 è stato progettato e realizzato da Serafina Dangelico (docente di cl@sse 2.0, IC di Castelfranco Emilia, MO) e da Giancarlo Navarra nel corso della collaborazione fra l'istituto e il progetto ArAl. Fa parte di un complesso di prove costituito da oggetti per la LIM (in versione .notebook) e cinque oggetti realizzati con il programma Scratch.

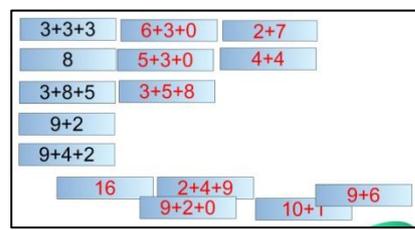
1464. IR: Martina, come ti accorgi che questi due numeri sono lo stesso numero? Potrei dirti: sei sicura? Perché qui (*indica*  $3+3+3$ ) ci sono tre numeri e qui (*indica*  $7+2$ ) ce ne sono solo due. Cos'è che mi rispondi senza fare calcoli? (*Martina non risponde*).
1465. Nicola F: Che va bene quel  $2+7$ , se vuole può fare con tre numeri ma doveva mettere il numero neutro, lo zero.
1466. IR: No no, lei non deve mettere nessun elemento neutro. Potresti dire: questi due numeri sono uguali perché...
1467. Laura: (*viene alla LIM*)  $6+3+0$  e  $2+7$  sono uguali perché il 7 metto 1 in meno al 6, e invece il 2 metto 1 che diventa 3.
1468. IR: E quindi sono tutti e due... amici...
1469. Molti: ... del 9!
1470. IR: E lo 0 cos'è?
1471. Molti: Il numero neutro! L'elemento neutro!
1472. Eleonora: Voglio fare quello del  $3+8+5$ .
1473. IR: Ma non puoi dirla in un'altra maniera, invece che 'voglio fare' o 'quello'? Dillo in un modo che sia più matematico.
1474. Eleonora (*IR muove le mani per incitarla ad esprimersi*): Che  $3+5+8$  ... è uguale... a  $3+8+5$  (*sposta la casella*) (F 202).



F 200



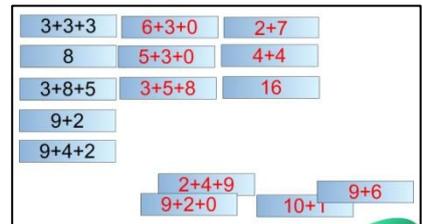
F 201



F 202

1475. Riccardo M. viene invitato alla lavagna. IR: Prima una bella spiegazione e poi te lo faccio spostare. Spiega come fai a capire che 16 è uguale a  $3+8+5$ .
1476. Riccardo M comincia a muovere le dita.
1477. IR: Senza fare calcoli!
1478. Riccardo M, aiutato da IR, dice che 3 più 5 è 8, e 8 più 8 è uguale a 16. Sposta il 16 (F 203).
1479. Viene invitato alla LIM Ayub, un alunno che interviene molto poco, e assieme a lui si spostano le ultime due caselle. Si pongono in evidenza, attraverso un'attività collettiva, le ragioni dell'uguaglianza fra  $9+4+2$  e  $2+4+9$ , grazie al fatto che in entrambi compaiono gli stessi numeri scambiati di posto; si richiama la proprietà commutativa. Si passa poi a confrontare  $2+4+9$  e  $9+6$  mettendo in evidenza il fatto che 9 è presente in entrambe le rappresentazioni e che  $2+4$  è la forma non canonica di 6 (F 204).

VR 97, 98, 99 Fine]<sup>122</sup>



F 203



F 204

<sup>122</sup>. Tutto l'episodio ruota attorno agli interventi dell'insegnante e di IR per favorire un confronto tra rappresentazioni basate sull'osservazione delle relazioni fra i numeri e senza effettuare calcoli. Emergono atteggiamenti operativi degli alunni esplicitati attraverso l'uso del verbo 'fare', espresso anche come 'calcolare' (1449), (1450), (1452), (1461), (1476), seguiti dagli inviti di IR e I (1451), (1453), (1455) a modificare tali atteggiamenti. Questa fase conduce all'introduzione (in modo semplice, evocativo di esperienze concrete) del concetto dello zero come elemento neutro dell'addizione. Laura (1467) esprime, pur con un linguaggio confuso, il concetto importante che se in una coppia di addendi si aumenta l'uno e si diminuisce l'altro dello stesso numero la somma non cambia; si parla a questo proposito degli 'amici del 9' (1468-1469). In (1479) vengono sintetizzati alcuni microepisodi che permettono di richiamare la proprietà commutativa, già introdotta in altri incontri. Tutti i concetti in gioco rientrano nella costruzione del balbettio algebrico, e quindi sono suscettibili di continui richiami e affinamenti.

16 aprile 2015

21

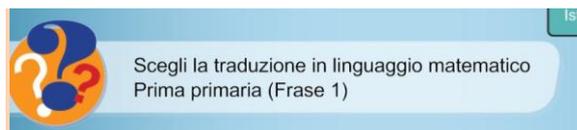
Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

**Matematico:** attraverso un **oggetto 2.0<sup>123</sup>** verificare la competenza nell'individuare rappresentazioni equivalenti di uno stesso numero non attraverso i calcoli ma confrontando rappresentazioni e argomentando le scelte effettuate.

**Linguistico:**

(a) favorire verbalizzazione e argomentazione sia nel linguaggio naturale che in quello matematico.

1480. Viene proposta una nuova attività (F 205). Gli alunni (F 206), dopo aver indicato fra quattro rappresentazioni quella che ritengono equivalente alla frase iniziale e aver argomentato le loro scelte, vi cliccano sopra; se la scelta è corretta la casella ruota alcune volte velocemente su se stessa altrimenti rimane ferma.



F 205



F 206



F 207

[VR 100, 101]

1481. IR: Secondo voi qui cosa potremmo chiedere?

1482. *La classe riflette in silenzio. Un po' alla volta si alza una decina di mani.*

1483. Riccardo M: Dobbiamo trovare la forma non canonica  $12+37$ .

1484. IR: Vediamo di dirlo meglio. Com'è la frase in lingua italiana? Riccardo la legge ad alta voce. Benissimo: allora voi dovete trovare quale delle quattro traduce (enfaticizza con la voce il termine) questa frase.

1485. Dodici alunni alzano la mano. IR dà nuovamente la parola a Riccardo che viene alla LIM.

1486. Riccardo M: Quella giusta è  $12+37$  perché 'aggiungi' (indica 37 nella frase in lingua italiana) vuol dire 'più', 37 c'è anche qua (indica  $12+37$ ) e 12 c'è anche qua (indica ancora  $12+37$ ).

1487. I: Sono tutti d'accordo o qualcuno non lo è?

1488. Tutti dichiarano di essere d'accordo.

1489. IR: Faccio un'altra domanda: come tradurreste in lingua italiana  $37+12$ ?

1490. Alice: 12... è... no. 37... aggiungi 12 (viene invitata a dirlo meglio) A 37 aggiungi 12.

1491. IR: E questa? (indica la terza).

1492. Alberto: A 37... tolgo 12.

1493. IR: Si potrebbe dire in qualche altra maniera?

1494. Andrea: ... aggiunge...

1495. IR: Ma secondo te questo segno (indica il - in  $37-12$ ) vuol dire 'aggiunge'?

1496. Giorgia: 37 meno 12.

1497. IR: Va bene, ma si potrebbe anche dire 'A 37... ' invece che 'togli'?... Visto che dalla classe non arrivano proposte si decide di ritornare alla frase di Riccardo, che viene invitato a toccare la LIM su  $12+37$ . Riccardo tocca e la casella ruota. Si passa alla seconda frase (F 207) e si invita Celeste.

1498. Celeste rimane per un po' silenziosa a guardare la LIM; le si chiede di leggere la frase scritta in italiano.

1499. IR: Celeste, sai cosa vuol dire 'addiziona'? Prova a pensare a delle cose che sai e vedrai che riesci a capire. È una parola che hai già sentito altre volte, sai?

1500. Celeste, e dopo di lei alcuni altri, rimangono in silenzio.

1501. Alice: Vuol dire... è come 'togli'.

1502. I: Aspettate: ieri abbiamo fatto la tabella dell'addizione e della sottrazione. Allora: cos'è l'addizione?

1503. XY: L'addizione è... più 1.

1504. IR: Mmm... sì, ma che cosa è l'addizione?

1505. Laura: Secondo me l'addizione sono delle forme non canoniche che...

<sup>123</sup> V. Commento 121.

1506. IR: Sì, ma l'addizione e la sottrazione cosa sono?  
 1507. *Gli alunni danno varie risposte a caso ('somme', 'sottrazioni') ma mostrano di non capire la domanda.*  
 1508. I: Va bene, allora lo dico io: sono delle operazioni tra numeri... (a IR) È vero che non abbiamo mai parlato proprio di 'operazioni'.  
 1509. *Si interrompe l'attività e si passa alla puntualizzazione del concetto di 'operazione'.*  
 VR 100, 101 Fine]<sup>124</sup>



F 208



F 209



F 210

[VR 102, 103]

1510. IR: (*apre una pagina nuova*) (F 208). Col numero 8 e il numero 3 posso fare delle cose. Posso metterli insieme. Se io aggiungo 3 a 8 faccio una...  
 1511. *Tutti in coro, assieme a IR: O-p-e-r-a-z-i-o-n-e.*  
 1512. IR: In questo caso, se io aggiungo 3 a 8 che operazione faccio?  
 1513. *Gli alunni borbottano qualcosa ma nessuno sa rispondere. Finalmente Alberto dice: Un'addizione.*  
 1514. IR: E quale è il simbolo dell'addizione?  
 1515. Alberto: Il 'più'.  
 1516. IR: (*aggiunge delle cose alla pagina e intanto parla seguito dagli alunni*) (F 209). Allora questa (*indica 8+3*) è un'operazione fra, in questo caso, fra 8 e 3. Ma fra i numeri 8 e 3 posso fare anche un'altra operazione, e cioè...  
 1517. Alexandra: Con il meno.  
 1518. IR: E quindi...  
 1519. Alexandra: ... una sottrazione.  
 1520. IR: (*aggiorna la pagina mentre parla con gli alunni*) (F 210). Attenzione: sono tutte e due delle... (*coro: "Operazioni"*). Aggiunge altri dettagli (F 211). Cosa voglio dire con questo colore giallo?



F 211



F 212



F 213

1521. Voce: Operazioni.  
 1522. IR: Non vuole dire niente 'operazioni'. Chi mi spiega cosa ho fatto evidenziando in giallo?  
 1523. Giorgia: Perché sono tutte e due operazioni.  
 1524. IR: Bene. Ora: se volessi mettere una freccia fatta così (*disegna sulla parte destra una freccia rossa*) dov'è che me la fareste spostare in modo che colleghi due cose di questa lavagna?  
 1525. I: La freccia rossa cosa può significare?  
 1526. IR: Marco, guarda: ti aiuto e faccio qua una freccia verde (*la disegna accanto alla precedente rossa*).  
 1527. Marco: (*spostando la freccia rossa*) Allora, la freccia rossa la sposto qua (*a sinistra, poi sposta correttamente la verde*) (F 212).  
 1528. IR: Allora cosa vogliono dire la freccia rossa e la freccia verde?  
 1529. Marco V: Che questa (*indica*) è una sottrazione e questa (*indica*) è una addizione.  
 1530. IR: E le parti gialle cosa vogliono dire?  
 1531. Marco V: Vuol dire che queste due (*indica*) sono operazioni.

<sup>124</sup>. *L'attività si mostra subito molto ricca e permette di avviare la riflessione non solo sull'unica frase corretta ma anche sulle altre. Riccardo M individua facilmente la traduzione corretta (1483) e argomenta in modo chiaro la sua scelta (1486). IR (1489) propone delle traduzioni inverse, dal linguaggio matematico al naturale; gli alunni (1493-1497) non individuano una variante del verbo 'togliere' come 'sottrarre' o 'diminuire'. La classe (1498-1501) mostra difficoltà nell'attribuire significato al termine 'addizionare' nonostante l'insegnante abbia trattato l'argomento anche il giorno precedente (1502). Emergono difficoltà anche nella comprensione del concetto di 'operazione' (1506-1509).*

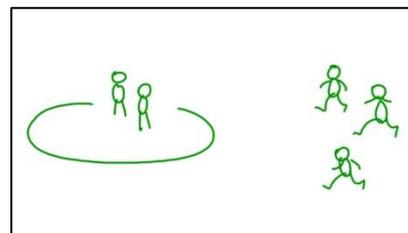
1532. IR: E invece di dire 'queste due', usa delle parole che sono scritte su questa pagina.
1533. Marco V: (dopo una breve esitazione) Ho capito! Che l'addizione (la indica) e la sottrazione (la indica) sono operazioni. (F 212).
1534. IR: Ok? Perché molte volte, quando faccio i disegni alla lavagna, sono convinto che siano chiari a tutti. Ma in questo momento Marco mi ha mostrato che per lui sono chiari, perché ha qui fatto la freccia rossa e qui la verde (le indica, poi si rivolge ad un altro alunno) Perché ho messo il segno verde qui e ho sottolineato in verde qui? (F 212) (l'alunno dice che non lo ha capito; IR chiede ad un'alunna di spiegarglielo).
1535. Alunna: Perché così si capisce che... l'8 e il 3 sono... è un'addizione.
1536. IR: (a Marco V) Sei d'accordo che 8 e 3 sono un'addizione?
1537. Marco V: No, 8 e 3 sono numeri.
1538. I: Marco, e perché sia un'addizione cosa devi fare?
1539. Marco V: Devo metterci il segno più.
1540. IR: Guardate: approfitto della frase che ha detto Marco per dire così (disegna). Cosa ho messo nei cerchi blu?
1541. Marco V e altri: Dei simboli matematici.
1542. IR: Benissimo! E come si chiamano questi simboli matematici nel caso delle operazioni? Lo sapete... si parla di (aiuta gli alunni a dirlo e scrive **SEGNI**) (F 213). Il segno '+' fa capire che si tratta di una... (coro: Addizione) e il segno '-' fa capire che è una... (coro: Sottrazione). Scrive  $3+4$  e chiede cos'è, poi fa lo stesso con  $4+9$ ; alcuni alunni fanno ancora confusione, altri sono bloccati, molti si spazientiscono. IR evidenzia in rosso e verde i termini 'addizione' e 'sottrazione' (F 214).



F 214

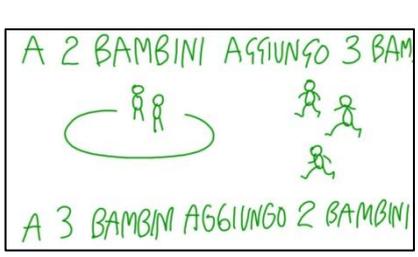


F 215



F 216

1543. Si ritorna all'attività interrotta (F 215 = F 207).
1544. Veronica: È questa (indica la seconda casella).
1545. IR: Sì, ma non basta, spiega.
1546. Veronica: Perché c'è il 26 e anche lì c'è il 26, qui c'è il 58 e anche lì c'è il 58.
1547. IR: Guarda che anche qui (indica le altre caselle) ci sono il 58 e il 26.
1548. Marco: Allora: il più (indica) è un'addizione (IR lo invita a dire che il più è il segno che fa capire che si tratta di un'addizione)...
1549. Veronica tocca la casella con  $26+58$  ma non succede niente. Capisce che la scelta è sbagliata. L'insegnante chiede di trovare la frase corretta.
1550. Andrea D: Quella giusta è 58 più 26.
1551. IR: Perché?
1552. Voce: Perché si gira...
1553. Marco: Perché è un segno dell'addizione.
1554. I: Ma anche l'altra ha il più.
1555. IR: Perché questo è giusto e questo no?
1556. Martina: È giusto  $58+26$  perché il 58 c'è anche qua (indica la frase in italiano) e il 26 c'è anche qua.
1557. I: Ma anche nell'altra ci sono 58 e 26!
1558. I e IR suggeriscono di leggere attentamente la frase.
1559. Giorgia: È giusta secondo me perché c'è scritto che devo aggiungere 26 a 58 e non 58 a 26. Viene invitata a spiegarlo ai compagni e Giorgia ripete la sua spiegazione.
1560. I: E allora qual è il numero che hai prima di tutto?
1561. Giorgia: Il 58. E al 58 ne aggiungo 26.
1562. I: Quindi tu possedevi prima, mettiamo, 58 caramelle, e poi devi aggiungere?...
1563. Giorgia: ... altre 26 caramelle.
1564. Una verifica mostra che i compagni non hanno capito quello che ha detto Giorgia.
1565. IR: (apre una nuova pagina e racconta mentre disegna) In un parco ci sono 2 bambini (li disegna, poi disegna altri tre bambini). (F 216) Chi mi descrive la situazione?
1566. Veronica B: Questi (li indica) sono già dentro il parco e questi (li indica) stanno correndo.
1567. IR: Allora, ditemi: quale frase è giusta secondo voi? (scrive due frasi e gli alunni compitano via via le parole) (F 217). Quale frase descrive la situazione?



F 217



F 218



F 219

1568. L'insegnante fa leggere a voce alta le due frasi. Gli alunni sono molto indecisi.  
 1569. Gaia: A 2 bambini aggiungo 3 bambini.  
 1570. IR: Ma questa che cos'è? Giusta? Sbagliata? Spiegalo bene cominciando per esempio con "Per me". Io ti aiuto con dei gesti.  
 1571. Elisa: Per me... la frase "A 2 bambini aggiungo 3 bambini" è giusta...  
 1572. I: Perché? Spiega come hai fatto a capire che è giusta questa frase. Descrivi il disegno.  
 1573. Elisa: Nel parco ci sono 2 bambini e ne vengono ancora 3.  
 1574. IR: Adesso guarda: Quale di queste due frasi rappresenta le cose che hai detto sinora? *Scrive 2+3 e 3+2.* Quale traduce la tua frase? *Elisa indica la prima e IR batte cinque.* Adesso ci spieghi bene perché.  
 1575. *Elisa assieme a I e a IR analizza la frase 2+3.*  
 1576. IR: Adesso ancora una domanda per Elisa. Se questo è il parco (*disegna un cerchio*) e qui (*indica all'esterno del cerchio*) ci sono dei bambini che arrivano. Facendo dei tondini, sapresti fare il disegno che rappresenti la frasetta 3+2?  
 1577. I: Elisa, quanti sono ora i bambini nel parco?  
 1578. Elisa: Sono 5.  
 1579. I: Non hai capito. Leggi la seconda frase. *Elisa la legge a voce alta.* Ecco: devi disegnare questo. Allora, all'inizio nel parco quanti bambini ci sono?  
 1580. Elisa: (*con molte incertezze*) Nel parco ci sono 3 bambini (*disegna 3 tondini, poi ne disegna altri due fuori*).  
 1581. *IR sposta i tre bambini del primo disegno mimando il loro arrivo al parco (F 219).*  
 1582. I: Prova col 'prima' e col 'dopo'.  
 1583. Elisa: (*aiutata*) Prima ci son tre bambini e se ne aggiungono altri due.  
 1584. *IR evidenzia con vari colori parti del disegno e chiede ad alcuni alunni di associare ad essi i numeri delle due rappresentazioni.* (F 220).



F 220

VR 102, 103 Fine]<sup>125</sup>

<sup>125</sup>. Si affrontano le difficoltà emerse nell'episodio precedente sui concetti di addizione, sottrazione, operazione (1510-1542). La riflessione viene favorita attraverso la costruzione di uno schema il cui significato viene costantemente negoziato con gli alunni nel suo farsi, in tutti i suoi dettagli (F 208 – F 214). Nella seconda parte dell'episodio si riprende l'attività interrotta (1509) e si affrontano gli ostacoli che gli alunni incontrano quando l'ordine in cui sono scritti i numeri in una frase nella lingua italiana è diverso da quello in cui compaiono nella frase equivalente scritta in linguaggio matematico. Tali ostacoli sono ben noti se l'insegnamento della matematica viene affrontato, come nel caso dell'early algebra nel progetto ArAl, come apprendimento di un nuovo linguaggio, e quindi se diventa nodale il confronto fra gli aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi. L'attività è molto interessante e permette di riflettere sulla struttura delle frasi; data l'età degli alunni, si fa ricorso all'esempio dei bambini che sono già nel parco e di quelli che si aggiungono ai primi.

23 aprile 2015

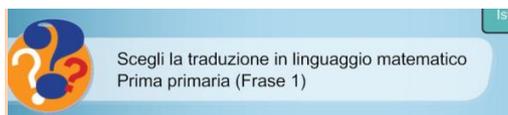
22

Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

**Matematico:** attraverso un **oggetto 2.0**<sup>126</sup> verificare la competenza nell'individuare rappresentazioni di uno stesso numero espresse in linguaggio naturale (in forma procedurale e poi relazionale) e in linguaggio matematico.

**Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione.

1585. Si riprende l'attività interrotta nell'incontro precedente (F 221). Si ripropone il Quesito (F 222).



F 221



F 222



F 223

[VR 104]

1586. Celeste, dopo aver letto ad alta voce, tocca  $58+26$  e la casella gira su se stessa.

1587. IR: Adesso Celeste ci spiega come ha scelto giustamente questa e non ha scelto questa (indica  $26+58$ ).

1588. Celeste rimane in silenzio e IR le chiede se ha capito la richiesta. Celeste la ripete in modo incerto ma sostanzialmente corretto.

1589. IR: Bene. Allora hai capito. Cos'ha capito la tua testolina?

1590. Celeste rimane in silenzio e l'insegnante chiede se qualcuno può aiutarla.

1591. Alberto: Ha scelto quella là perché... addiziona... è come se fosse il più.

1592. IR: Sì, ma il più è sia qui che lì, e Celeste ha scelto questa e non questa. Ricordando che la questione è stata affrontata nell'incontro precedente chiede ad altri alunni di intervenire.

1593. Alice: Perché là c'è scritto addizione e non sottrazione.

1594. Laura: Perché lì c'è scritto 'addiziona' e addiziona è come dire: fai diventare... abbona... (IR la guarda perplessa) fai diventare 26... Secondo me è giusta questa frase perché quando... lì c'è scritto addiziona vuol dire che devi... ehm... devi far diventare 26...

1595. IR: Qualcuno ha una spiegazione meno arzigogolata? E ricordatevi che il più è sia qua che qua (indica le due caselle).

1596. Riccardo M: Perché devi aggiungere 26 a 58, non devi aggiungere 58 a 26.

1597. IR (scrive in rosso 'Aggiungi' - nella pagina in F 222 - sotto 'Addiziona' e disegna due frecce che dalle caselle '26+58' e '58+26' puntano verso 'Addiziona'; poi riprende l'esempio dell'incontro precedente) Secondo te nella frase 'Addiziona 26 a 58' quanti sono i bambini che sono già nel parco, 26 o 58?

1598. Celeste: 26?

1599. Riccardo con calma le dice che sono 58. Si decide di proseguire e si mostra il quesito successivo (F 223) che viene letto a voce alta.

1600. Marco: Quella giusta è 47 meno 35 (preme e la casella gira) perché qui c'è scritto toglì, non è che aggiungi.

1601. IR: Perché non hai scelto questo? (indica 35-47).

1602. I: Leggila a voce alta (Marco legge). Perché non va bene? Dovete saperlo! Perché non può andar bene quella?

1603. IR: Come la tradurresti in italiano?

1604. I: (a IR) No, non lo sa. (agli alunni) C'è un'altra ragione per cui non può essere scelta quella. L'abbiamo vista.

1605. Nicola: Perché là sopra (indica la frase in italiano) è alla rovescia di là (indica 47-35).

1606. Si decide di proseguire modificando la strategia.

VR 104 Fine]<sup>127</sup>



F 224



F 225



F 226

[VR 105, 106, 107, 108]

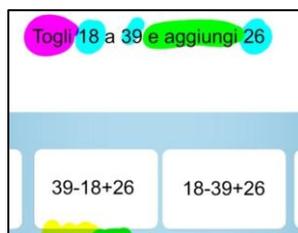
1607. IR propone il confronto fra coppie di numeri (F 224) e la rappresentazione in linguaggio matematico dell'esito del confronto; fra 5+2 e 7 gli alunni propongono  $5+2=7$ ; fra 10 e 15, dopo varie incertezze,  $10 \neq 15$  e poi  $10 < 15$ .
1608. Alexandra legge ad alta voce le tre frasi e, confrontando 47 e 35 propone  $47 > 35$  (F 224).
1609. Martina propone poi  $35 < 47$  (F 224).
1610. IR: Queste due frasi (indica  $47 > 35$  e  $35 < 47$ ) dovrebbero permettervi di rispondere alla domanda dell'insegnante.
1611. I: Perché 47-35 è quella giusta e non può essere 35-47? Alzano la mano tre alunni.
1612. Alice: È giusta 47 meno 35 perché 47 è un numero maggiore di 35...
1613. I: E allora? È la conclusione che manca.
1614. IR (chiama Laura e le dà 6 pennarelli): Cosa cambia fra queste due situazioni? Prima 6 bambini sono al parco (Laura alza la mano perché tutti vedano), poi 2 se ne vanno (Laura sposta 2 pennarelli nell'altra mano). Come rappresenti in linguaggio matematico questa situazione che prima ce ne sono 6 e 2 se ne vanno?
1615. Laura: 6 meno 2...
1616. IR scrive 6-2. (F 225).
1617. I: E adesso fai il contrario: 2 meno 6. Togli 6 bambini dai 2 che sono nel parco.
1618. Laura è interdetta. Con l'aiuto di Veronica mette nella mano che rappresenta il parco solo due pennarelli.
1619. Laura: 6 non se ne possono togliere perché 2 è minore di 6.
1620. I: E allora 35 meno 47?
1621. Laura (e molti altri): Non si può fare!
1622. Riccardo M: ... perché 35 è minore di 47 quindi non si può fare 35 meno 47 (su sollecitazione di IR precisa che l'operazione è la sottrazione)
1623. IR (assieme ad alcuni alunni): La sottrazione non si può eseguire se il primo numero è minore del secondo. Quindi quando si può eseguire? Dite tutta la frase.
1624. Alexandra (tira le fila di un insieme di contributi individuali): La sottrazione si può fare quando il primo numero è maggiore del secondo e il secondo numero è minore.
1625. IR: Immaginiamo un'altra situazione: io entro in classe. Vedo 6 bambini. Posso dire: 2 bambini vengano con me? Molti dicono Sì e Gaia rappresenta a voce la situazione con 6 meno 2.
1626. I: Adesso invece entro in classe e ci sono 2 bambini. Posso dire "Vengano 6 bambini con me?"

<sup>127</sup>. L'episodio (1565-1595) evidenzia le difficoltà da parte degli alunni nell'interpretare correttamente la frase iniziale nella quale i termini sono invertiti rispetto alla traduzione corretta; solo Riccardo (1596) mostra di cogliere la sfumatura. L'argomento è stato già affrontato nell'incontro precedente (1565-1584) attraverso l'esempio dei bambini nel parco, supportato da una rappresentazione iconica (F 216-F 220). Ma l'episodio è interessante anche per un'altra ragione, che tocca uno dei nodi dell'early algebra: la dicotomia rappresentare-risolvere. Quando IR chiede a Marco (1601) perché non ha scelto 35-47, fa riferimento alla categoria del rappresentare: 35-47 non è la traduzione corretta della frase 'Togli 35 a 47' perché, tradotto a sua volta, diverrebbe 'Togli 47 a 35', frase diversa rispetto a quella data. L'insegnante invece fa riferimento alla categoria del risolvere: 35-47 non è possibile (il riferimento implicito è: in  $\mathbb{N}$ ) perché il minuendo è minore del sottraendo. Entrambi i punti di vista sono legittimi; il primo, di natura linguistica, è centrato attorno al tradurre e al confronto tra rappresentazioni in linguaggi differenti, il secondo è di natura procedurale, ed è centrato attorno alla visione della scrittura come operazione e al risultato che essa permette (o non permette, in questo caso) di ottenere. Il primo punto di vista si concentra sulla struttura dell'oggetto matematico, e sulla relazione, in questo caso additiva, fra i suoi enti, espressa attraverso una sottrazione (non esiste una relazione 'sottrattiva'). Proiettandosi verso la generalizzazione, la traduzione della frase 'togli b a c' è 'c-b', indipendentemente dal fatto che sia  $b > c$  o  $b < c$ . Un altro aspetto generale si lega all'intervento di Laura (1594): l'alunna ha delle idee da esprimere ed è chiaramente in crisi nel farlo, giungendo ad un'argomentazione involuta. Il punto importante è però, a mio avviso, che le viene offerta l'opportunità di misurarsi con le difficoltà dell'argomentare e con strumenti ancora poco potenti. Attendere anni successivi, quando gli strumenti linguistici saranno (o dovrebbero essere) più evoluti, avrà la zavorra di una scarsa abitudine all'argomentare e del sapere che l'insegnante finisce per accettare anche i monosillabi pur di procedere con il suo programma.

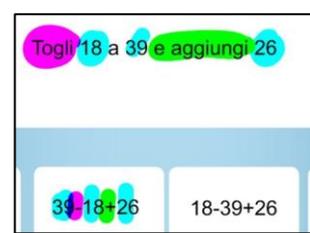
1627. Gaia: No.  
 1628. IR: E che scrittura in linguaggio matematico rappresenterebbe questa situazione che ha detto l'insegnante?  
 1629. Gaia (*rimane interdetta; poi, sollecitata, ma non del tutto convinta*): 2 meno 6.  
 1630. I: Può esistere questa situazione? (*Molti rispondono di no e si ripete la condizione che il primo numero deve essere maggiore del secondo*).  
 1631. IR propone un nuovo quesito (F 226) e Paolo lo legge ad alta voce; poi viene invitato alla LIM a scegliere la traduzione corretta ma non sa quale scegliere.  
 1632. Nicola R clicca su 18-39+26 ma la casella non si mette a girare. Si alzano molte mani e si sentono alcune voci "Non si può fare".  
 1633. Alice: Non si può fare perché 18 è un numero più piccolo di 39, per quello non si può fare.  
 1634. Veronica D viene alla LIM e fa ruotare 39-18+26. Molte voci: "Anch'io volevo fare così!". IR alza Veronica e le chiede di spiegare perché ha scelto quella scrittura.  
 1635. Veronica: Ho scelto 39 meno 18 più 26 perché... devo togliere 39, no, devo togliere 18 da 39, e qui c'è scritto 39 meno 18 e pi aggiungi 26.  
 1636. IR: Adesso guardate quello che faccio e ditemi se capite. Non dico niente. Guardate. *Colora in silenzio parti della frase iniziale in lingua italiana* (F 227).



F 227

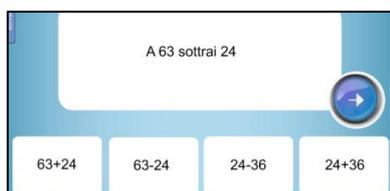


F 228

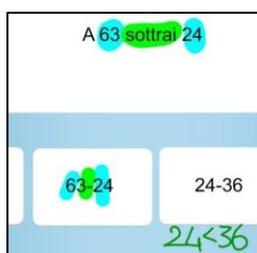


F 229

1637. L'insegnante invita gli alunni a ricordare il significato di oggetti (freccie, macchie) dello stesso colore. Gli alunni ricordano che si riferiscono al concetto di cose 'uguali', che hanno lo stesso significato. Si conclude che le parti in lingua italiana e in linguaggio matematico colorate nello stesso colore dicono la stessa cosa.  
 1638. IR sposta i colori e ne inserisce altri, più dettagliati, chiedendo alla classe di guardare senza parlare (F 229).  
 1639. Giorgia: Con il colore azzurro hai evidenziato i numeri.  
 1640. IR: E le parole evidenziate in viola fanno capire che lì dentro c'è un'operazione. Che operazione è?  
 1641. Martina: Una sottrazione?  
 1642. IR: Dimmi la frase completa.  
 1643. Martina: Le parole segnate in viola fanno capire che è una sottrazione.  
 1644. IR: E le parole che ho evidenziato in verde?  
 1645. Martina: Le parole che hai evidenziato in verde (IR le indica le parole sottolineate) e cioè 'aggiungi' fanno capire che è un'addizione.  
 1646. IR: Bene! Adesso qui sotto (*indica 39-18+26*) mi riporti gli stessi colori e intanto spieghi. *Fa i gesti consueti per invitarla a non interrompersi*.  
 1647. Martina: Coloro di azzurro i numeri, dopo coloro in viola il segno 'meno', dopo coloro il 'più' di verde perché dire 'aggiungi' è come dire 'più'.  
 1648. IR: Questa nuova frase sarebbe per la seconda. Vediamo se lo sapete fare. (F 230).



F 230



F 231



F 232

1649. I: Chi sa cosa vuol dire 'sottrai'? Deriva da una parola che conoscete.  
 1650. Eleonora: Sottrazione (*invitata alla LIM; indica 63-24 che si mette a girare*).  
 1651. I: Perché questa (*indica 24-36*) non è possibile? Eleonora e un'altra alunna non sanno rispondere.  
 1652. Giorgia: Perché 24 è minore di 36 (*viene invitata a scriverlo in linguaggio matematico e fa confusione*).  
 1653. Eleonora scrive correttamente  $24 < 36$ .  
 1654. IR evidenzia in verde e in azzurro alcune parole della frase in lingua italiana.  
 1655. Eleonora: In azzurro hai colorato i numeri e in verde 'sottrai'... (*nello scambio successivo con alcuni alunni*

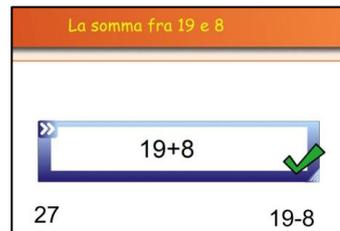
- emergono i termini 'operazione', 'meno', 'togliere' e infine Eleonora evidenzia i termini corrispondenti della frase matematica) (F 231).
1656. IR propone il *Quesito successivo* (pensato per la seconda primaria) (F 232).
1657. Giorgia fa ruotare  $59+47$ .
1658. IR: Domanda: quali puoi escludere subito perché non c'entrano niente? *Giorgia non sa rispondere; Laura si sbraccia.*
1659. Laura: Le due con il meno.
1660. IR: E cioè le due...
1661. Voci: Sottrazioni! IR le evidenzia con delle croci (F 233).



F 233



F 234

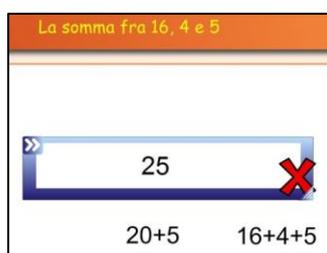


F 235

1662. I: Perché, Gorgia, puoi eliminarle subito?
1663. Giorgia: Perché non sono con il più, e poi qui (*indica la frase iniziale*) c'è scritto 'Aggiungi'.
1664. I: Vediamo se sai spiegare perché la traduzione corretta della frase 'Aggiungi 47 a 59' è  $59+47$  e non  $47+59$ .
1665. Giorgia: È giusta perché c'è scritto 'Aggiungi 47 a 59' e non 'Aggiungi 59 a 47'.
1666. Alexandra: Io volevo dire che è giusta questa perché c'è il numero 59 che è maggiore di 47 e 47 è minore di 59.
1667. I: E allora? Cosa c'è da dire di quello che ha detto Alexandra?
1668. Alice: Però quello là, noi facciamo col meno quel... ragionamento e non col più, perché è diverso col più e il meno, il meno toglie e il più aggiunge.
1669. *Permangono a numerose incertezze e ad interventi contraddittori su quale sia la traduzione corretta.*
1670. I: Potrebbe esistere una situazione in cui ci siano 47 bambini nel parco e poi ne arrivano 59?
1671. *Le risposte sono contraddittorie e non argomentate; la reazione è confusa. I riprende l'esempio dei bambini nel parco; IR e I assieme ad alcuni alunni concludono che 2 più 3 o 3 più 2 sono la stessa cosa, ma 3 meno 2 e 2 meno 3 non lo sono.*
1672. Giorgia: Io so perché non è uguale! Perché 2 meno 3 non si può fare. Perché il primo numero deve essere il maggiore e non il numero minore.
1673. IR propone un gioco nuovo e lo spiega chiarendo il significato dei termini inglesi. Un'alunna legge a voce alta la frase iniziale 'La somma fra 19 e 8' (F 234). Alcuni alzano la mano.
1674. Marco D inserisce  $19+8$  nel riquadro e compare una spunta verde (F 235). Non sa spiegare perché ha scelto questa scrittura.
1675. Laura puntualizza che  $19+8$  è la forma non canonica della somma fra 19 e 8.
1676. IR fa apparire una seconda situazione (F 236).
1677. Alberto viene alla LIM e sposta nell'area 'Drag text here' il 25. Compare una croce rossa (F 236).
1678. Anna B trascina la traduzione corretta (F 237) e ride.
1679. I (ad Alberto): Spiega perché hai messo 25.



F 236



F 237



F 238

1680. Alberto: Perché... (*non sa proseguire*).
1681. Riccardo M: Ha fatto la somma di 16 più 4 più 5... che è uguale a 25.
1682. I: Non è che sia proprio sbagliato (*voce: È la somma*) e infatti lì c'è scritto 'La somma'.
1683. IR: Guardate cosa vi scrivo qua: *scrive molto lentamente e gli alunni leggono in coro parola dopo parola completando da soli le parole 'calcolare' e 'rappresentazione'*: Non vi chiediamo di calcolare ma di scegliere la

| rappresentazione.  
 [VR 105, 106, 107, 108 Fine]<sup>128</sup>



F 239

1684. Suona. Si riprenderà da qui la prossima settimana.

<sup>128</sup>. Nella prima parte di questo lungo episodio (1607-1635) I e IR ricorrono a varie strategie per favorire la comprensione (in un primo momento nell'ottica del risolvere) delle condizioni necessarie affinché (in  $\mathbb{N}$ ) si possa eseguire una sottrazione.

Nella seconda parte (1636-1647), nell'ottica del rappresentare, gli alunni vengono guidati, tramite il supporto cromatico, verso il confronto fra le parti corrispondenti delle due scritture in modo da favorire, attraverso il confronto sintattico (si potrebbe dire grammaticale), il controllo dei significati che esse esprimono.

Lo scambio (1648-1655) permette di rinforzare i concetti visti in precedenza sulla sottrazione e i suoi termini.

In 1656-1672 si approfondisce la riflessione sulle rappresentazioni che si confrontano. L'obiettivo è far capire che, poiché la frase contiene il termine 'Aggiungi', le due sottrazioni si possono automaticamente escludere perché certamente non sono sue traduzioni. Gli interventi di Alexandra (1666) e di altri (1671) inducono I e IR a riproporre l'esempio dei bambini nel parco (1670) sino ad una conclusione certamente ancora molto fragile.

La fase 1673-1683 pone gli alunni di fronte ad un nuovo ostacolo: confrontare delle scritture matematiche con definizioni non più procedurali ma relazionali, cosa che comporta ostacoli concettuali e linguistici. Un microepisodio è di particolare interesse, se lo vediamo in una prospettiva prealgebrica: Alberto (1677), indicando il 25, mostra di essersi concentrato sul prodotto: ha eseguito un calcolo anche se non sa giustificarlo (1681). L'insegnante, che interviene quasi 'in favore' di Alberto (1682), pone in evidenza una delle dualità fondamentali nell'impostazione teorica del Progetto ArAl (l'altra, già evidenziata, è rappresentare-risolvere): la dualità processo-prodotto. La rappresentazione del processo mette in luce le relazioni fra gli enti in gioco, ne costituisce una traduzione in linguaggio matematico, mentre il prodotto è l'atto finale del processo, e spesso la sua sinteticità lascia intendere ben poco del modo in cui esso è stato raggiunto. Un'interpretazione del silenzio di Alberto (1680) potrebbe essere legata proprio a questo: 'Cosa dovrei spiegare? Ho fatto un calcolo'. È importante che, con gradualità, gli alunni capiscano che esistono questi due punti di vista e imparino a distinguerli (IR, 1683, ha questo obiettivo); molto spesso invece essi trovano poco spazio nella didattica tradizionale della matematica, e l'attenzione dei docenti è rivolta soprattutto agli aspetti operativi. Trascurare gli aspetti concettuali legati al processo significa perdere una delle occasioni più significative per favorire lo sviluppo del pensiero algebrico (alla voce Processo-prodotto del Glossario, vedi link poco sopra, c'è un esempio relativo a questa affermazione).

30 aprile 2015

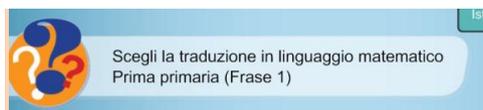
23

Principali obiettivi dell'incontro sul piano:

**Matematico:** attraverso un oggetto 2.0<sup>129</sup> verificare la competenza nell'individuare rappresentazioni di uno stesso numero espresse in linguaggio naturale (in forma procedurale e poi relazionale) e in linguaggio matematico.

**Linguistico:** favorire verbalizzazione e argomentazione.

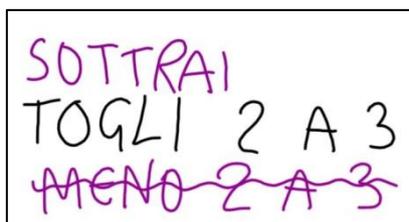
1685. Si ripropongono alcuni quesiti visti nell'incontro precedente (F 240, 241).



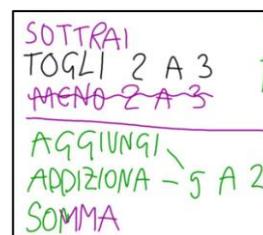
F 240



F 241



F 242



F 243

[VR 109, 110, 111, 112, 113]

1686. Veronica indica la terza scrittura ma la casella rimane immobile. Non sa spiegare la scelta.

1687. IR chiede un'altra parola per dire, in matematica, 'togliere'.

1688. I: Io vi chiedo un'altra parola per dire 'tolgo'; per esempio: 'io tolgo un pennarello'.

1689. Giorgia: Meno.

1690. IR: Ma si può dire 'Io meno un pennarello?!?' (Risate).

1691. Voce: Prendi.

1692. IR: 'Prendi un pennarello'. Sì, non è male, ma una parola che abbia a che fare di più con la matematica? Di fronte al silenzio della classe la dice IR: Sottrai 18 a 30.

1693. I sottolinea il legame fra la parola 'Sottrai' e la parola 'Sottrazione'.

1694. IR (scrive 3-2): Invece di dire 'Togli 2 a 3' cosa posso dire al posto di 'togli'?

1695. Riccardo: Al posto di 'togli' potrei dire 'meno'.

1696. IR: Vediamo se la frase sta in piedi. Scrive e ripete a voce alta 'Meno 2 a 3'. Sorrisi: No! IR taglia la frase con un rigo (F 242).

1697. Giorgia: Sottrai 2 a 3. IR la scrive (F 240).

1698. IR (scrive mentre parla): Uno nuovo: aggiungi 5 a 2. Come posso dirlo anche?

1699. Nicola F: Addiziona (IR lo scrive).

1700. IR: E in un altro modo ancora?

1701. Giorgia: Sottrai?

1702. IR la invita a riflettere prima di parlare e a formulare risposte che non siano in forma di domande. Disegna una minipiramide e chiede chi ricorda come si chiama il numero in alto. Si richiama la Regola della piramide.

1703. Nicola R: Che sotto c'erano dei numeri e sopra c'era la... somma.

1704. IR: Dilla meglio per favore. Non 'c'erano'. Non stai raccontando una fiaba... C'era una volta. Stai raccontando una regola. Allora (indica la figura) la regola comincia con: 'Il numero...'

1705. Elisa: Il numero che sta sopra è la somma dei numeri che stanno sotto.

1706. IR (rivolto ad Elisa): Allora cos'è il numero che sta sopra?

1707. Elisa (incerta): 7?

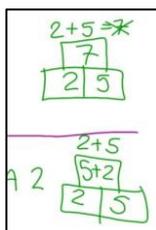
1708. IR: Va bene. È 7. Ma la regola della piramide cosa dice? Elisa la ripete correttamente. Celeste, sapresti rappresentare il numero sopra in modo che sia chiara la regola? Celeste e altri compagni non sanno rispondere.

1709. IR: 7 non fa capire che è la somma dei numeri sotto. Come si fa a dire a Brioshi cos'è il numero in alto?

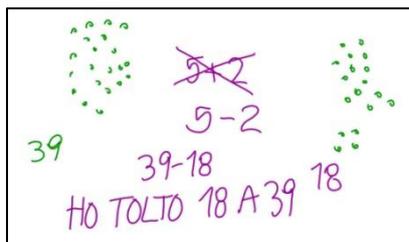
1710. Laura: 2 più 5 uguale 7?

1711. IR: Occorre scrivere anche =7? (lo scrive, disegna un'altra minipiramide e scrive nei mattoni in basso 2 e 5).

<sup>129</sup> V. Commento 121.



F 244



F 245



F 246

1712. Alice: 5 più 2 (*IR lo scrive nel mattone in alto della seconda minipiramide*) (F 244).  
 1713. IR: Oppure?  
 1714. Eleonora: 5 più 2 uguale a 7.  
 1715. IR: Secondo te se non dici uguale a 7 non capisci che 5 più 2 è la somma? Occorre proprio dire “uguale 7”?  
 1716. Veronica: No, basta 2 più 5 (*IR lo scrive*).  
 1717. IR: E cosa sono 2+5 e 5+2?  
 1718. Giorgia: Sono forme non canoniche di 7.  
 1719. IR: Bene! Allora non occorre scrivere =7 (*barra il 7 con una crocetta*, F-244) perché 5+2 è la forma non canonica della somma. Torniamo al nostro quesito (F 241).  
 1720. Nicola R: 18-39 fa... ehm... 18 meno 39 è uguale a 0.  
 1721. IR: S-sì. Ho capito quello che vuoi dire, ma... Non è tanto che non potete fare perché 18 è più piccolo di 39, ma perché c'è scritto ‘Togli 18 a 39’. *Riemergono le difficoltà legate all'ordine dei due numeri*.  
 1722. *IR disegna 39 pallini poi ne sposta 18. Gli alunni seguono con partecipazione e propongono 39-18. IR continua a disegnare, chiedere, commentare assieme agli alunni* (F 245).  
 1723. Alice: Hai tolto 18 a 39. *IR lo scrive*.  
 1724. *Sono evidenti le difficoltà della classe a fare proprie delle considerazioni*.  
 1725. I: Se io vi dico ‘Togli a Veronica la sedia’, è come dire ‘Togli alla sedia Veronica?’ . *Coro: Nooo*.  
 1726. IR: Se tolgo la sedia a Veronica, sposto la sedia o sposto Veronica? *Voci: La sedia!*  
 1727. *IR e I svolgono attività di rinforzo con delle penne. Alcuni alunni sono ancora interdetti. IR colora sulla LIM parti della frase in lingua italiana e gli alunni indicano le parti corrispondenti nella traduzione in linguaggio matematico* (F 246). *IR indica un colore alla volta e Nicola legge e indica il corrispondente simbolo matematico*.  
 1728. [VR 109, 110, 111, 112, 113 Fine]<sup>130</sup>

<sup>130</sup>. *Nell'incontro si riprendono temi, già affrontati anche nel corso di lezioni precedenti, concernenti gli aspetti linguistici legati all'interpretazione, al confronto e alla traduzione delle scritture in linguaggio sia naturale che matematico. Emergono in modo chiaro i due ‘corni’ del problema: da un lato le competenze linguistiche degli alunni, ancora molto fragili, dall'altro il livello delle prestazioni richieste, indubbiamente impegnativo. Gli alunni, al momento attuale, sembrano essere in grado di muoversi fra di essi solo se sono guidati dall'insegnante. Il livello dell'autonomia è ancora basso. Uno dei problemi principali è rappresentato dalla difficoltà degli alunni di ‘formare gruppo’, e questo gioca a sfavore del miglioramento delle competenze della classe. L'apprendimento nei bambini, scrive Vygotskij, si sviluppa con l'aiuto degli altri, adulti o pari, dotati di un livello di competenza maggiore. In questo senso possono svolgere un ruolo molto importante gli alunni collocabili nella zona di sviluppo prossimale, definita da Vygotskij come la distanza tra il livello di sviluppo attuale di un bambino e il suo livello di sviluppo potenziale, che può essere raggiunto proprio grazie all'aiuto di altre persone. Accade molto spesso infatti, e i video lo rendono evidente, che interventi significativi degli alunni più maturi, che potrebbero favorire sia sul piano matematico che su quello linguistico la costruzione sociale delle conoscenze, non riescono ad essere realmente incisivi. D'altro canto ci troviamo nelle fasi iniziali di quello che abbiamo chiamato balbettio algebrico, e la capacità di riflettere sul linguaggio costituisce una competenza molto elevata.*

*Mi soffermo sullo scambio (1703-1704): la tendenza degli alunni a fare riferimento al momento dell'esperienza concreta (e quindi l'uso del verbo all'imperfetto) li mantiene ancorati al ricordo di ciò ‘che è stato fatto’. L'intervento di IR (1704), con il suo richiamo alla fiaba, vuole stimolare lo spostamento dell'attenzione dal soggetto (Nicola che si sforza di ricordare e di descrivere ciò che è avvenuto, 1703) all'oggetto (la somma) e quindi alla costruzione di una definizione sempre valida in cui il tempo assume la forma verbale del presente indicativo (v. Cusi A., Navarra G. (2012) L'approccio alla generalizzazione con alunni giovani in ambiente early algebra).*

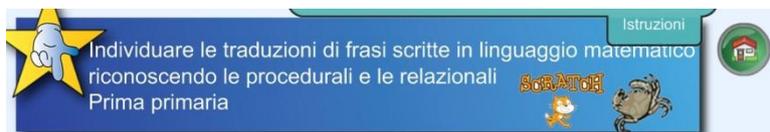
*In classe ho ripreso l'argomento della traduzione verbale di una sottrazione ed è riemersa la difficoltà di far capire il senso della preposizione ‘da’ e della preposizione ‘a’ e il significato della parola ‘sottrarre’. Ho voluto verificare le conoscenze linguistiche nell'esperienza viva e ho chiesto di “sottrarre una sedia a Giorgia”, “sottrarre tre pennarelli a Marco”, “sottrarre lo zaino a Veronica”; questo li ha molto divertiti e non hanno mostrato dubbi su quello che dovevano fare. Penso quindi che posseggano il significato delle preposizioni in questione e del verbo sottrarre. La conoscenza dei numeri invece è ancora in farsi e viene loro richiesta una distinzione fra il numero in sé e il numero come aggettivo numerale, che è quello di cui hanno esperienza comune.*

14 maggio 2015

24

Principali obiettivi dell'incontro sul piano:  
Matematico: attraverso due oggetti 2.0<sup>131</sup> verificare la competenza nell'individuare rappresentazioni di uno stesso numero espresse in linguaggio naturale (in forma procedurale o relazionale) e in linguaggio matematico o viceversa.  
Linguistico: favorire verbalizzazione e argomentazione.

1729. Si ripropone una nuova attività (F 247).



F 247

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7		
7-5		
7+5		

F 248

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Somma fra 5 e 7	
7-5		
7+5		

F 249

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Somma fra 5 e 7	
7-5		
7+5	Sommo 5 a 7	

F 250

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Somma fra 5 e 7	
7-5		
7+5	Sommo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 251

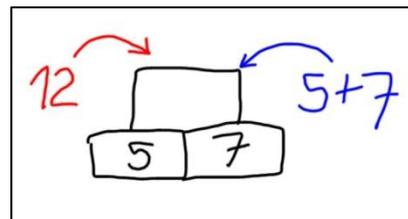
[VR 114, 115, 116, 117, 118]

1730. IR: Chiamiamo una femmina, un maschio, una femmina e così via. Vediamo di capire come funziona il gioco. Spiega che bisogna trascinare il cartellino posto sotto la tabella in una delle caselle che si trovano nelle colonne 'Cosa fai' e 'Cos'è'. (F 248) Poi anticipa che il granchietto in alto è una sorpresa (F 247).
1731. Veronica riconosce che i numeri della prima colonna a sinistra sono forme non canoniche. Poi però non sa come continuare. Alcuni maschi alzano la mano. Viene Nicola F.
1732. Nicola F: (legge il cartellino) 'La somma fra 5 e 7'... si aggiunge con 5+7. Io lo metterei qua (indica la casella corrispondente a 5+7 nella colonna 'Cosa fai' e sposta il cartellino) (F 249).
1733. IR: (rivolto all'insegnante) In effetti potrebbe anche essere 'cosa fai... 'fai la somma'...
1734. Il cartellino successivo è 'Sommo 5 a 7'. Veronica prima lo sposta accanto a 7-5, poi si accorge dell'errore e lo abbassa accanto a 7+5 (F 250).
1735. IR: Secondo voi è giusto? Molti rispondono No. Perché no?
1736. Marco V: Perché... cioè, non è 'Sommo 7 a 5' ma è 'Sommo 5 a 7' quindi è sempre dove c'è 'Somma 5 e 7' (come altri non sembra però molto convinto della sua conclusione).
1737. IR torna all'esempio del parco e indicando 'Sommo 5 a 7' chiede se ci fossero prima 5 o 7 bambini.
1738. Marco V: 5.
1739. Nicola F: Non è giusto quello che dice Marco (va alla LIM e intanto Marco dice "Ah, sì, è vero, adesso mi sono accorto") Non c'è fra 5 e 7 ma 5 a 7, quindi aggiungo 5 a 7, quindi prima c'era il 7.
1740. R e IR riprendono il significato di 'aggiungere a' applicandolo a bambini che si aggiungono ad altri, a penne, all'acqua che si aggiunge a quella che c'è nella pentola.
1741. Gaia (legge il nuovo cartellino): Somma fra 7 e 5. Riflette e posiziona correttamente il cartellino (F 251).

<sup>131</sup> V. Commento 121.

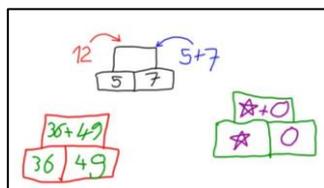
Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Somma fra 5 e 7 Al 5 aggiungo il 7	
7-5		
7+5	Sommo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 252

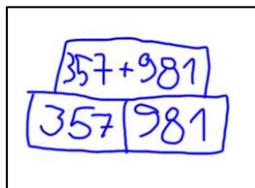


F 253

1742. IR batte 5 e le chiede di spiegare come ha fatto a capire. Gaia non sa spiegare.  
 1743. Riccardo: (legge) 'A 5 aggiungo il 7'. Riflette e posiziona il cartellino correttamente (F 252).  
 1744. IR: Siete tutti d'accordo?  
 1745. Laura: No. Per me va messo nella colonna del 'Cos'è'.  
 1746. IR: Perché?  
 1747. Laura: Perché faccio la frase: Cos'è? Al 5 aggiungo il 7.  
 1748. I: Se io ti chiedo: Cosa fai? e tu mi rispondi: Al 5 aggiungo il 7, è 'cos'è?' o 'Cosa fai?'. Laura non risponde. Cos'è 5+7? non è giusto rispondere 'la somma fra 5 e 7?'  
 1749. IR chiede alla classe cos'è una somma.  
 1750. Alice: È il risultato, nel senso che te fai 2 più 1 e la somma è 3.  
 1751. Si ricorda assieme agli alunni che  $2+1$  è la forma non canonica della somma. Si disegna una minipiramide, si scrivono le rappresentazioni canoniche e non canoniche della somma in colori diversi (F 253) e IR sposta assieme agli alunni una volta l'una e una volta l'altra nel mattone in alto.  
 1752. IR: E allora se faccio una piramide e scrivo nei mattoni in basso 36 e 49 cosa posso scrivere in alto?  
 1753. Molti:  $36+49$ !  
 1754. IR: E cos'è  $36+49$ ?  
 1755. Quasi tutti: La forma non canonica della somma fra 36 e 49!  
 1756. IR: E allora se scrivo in un'altra piramide (la disegna) stella e cerchio cosa scrivo in alto?  
 1757. Tutti: Stella più cerchio! (F 254)  
 1758. IR: E cos'è luna più cerchio?  
 1759. Tutti: La forma non canonica della somma fra luna e cerchio!



F 254



F 255

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Al 5 aggiungo il 7	Somma fra 5 e 7
7-5		
7+5	Sommo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 256

1760. IR ricapitola assieme agli alunni come riconoscere dal segno se si tratta di un'addizione o di una sottrazione e come si chiamano i rispettivi risultati. Realizza poi assieme agli alunni, e in particolare assieme a Nicola R, la somma fra 357 e 981 (F 255). Poi chiede cos'è  $357+981$ .  
 1761. Martina: È la forma non canonica della somma fra 357 e 981.  
 1762. IR: Ma allora quando dici questo, dici 'Cosa fai' o 'Che cos'è?'  
 1763. Martina: Che cos'è.  
 1764. IR torna alla situazione che ha generato la digressione e gli alunni fanno spostare 'Somma fra 5 e 7' nella colonna 'Cos'è' (F 256).  
 1765. Alexandra (legge a voce alta): Sottraggo al 7 il 5. Poi rimane in silenzio senza saper scegliere.  
 1766. I: Ascolta, Alexandra, puoi farlo con le dita?  
 1767. Alexandra: Sì.  
 1768. I: Ma allora è un 'Cosa è' o un 'Cosa fai' se puoi farlo con le dita?  
 1769. Alexandra risponde 'Cosa fai' e trascina il cartellino al posto giusto (F 257).  
 1770. Marco: (legge) Aggiungo 5 a 7. Trascina il cartellino prima nella casella corrispondente a  $7+5$ , si ferma un istante poi continua fino a  $5+7$  (F 258).  
 1771. Molti sono ancora incerti sul significato di 'aggiungi'. IR dice che probabilmente sono ingannati dal fatto che nelle due frasi ' $5+7$ ' e 'Aggiungi 5 a 7' il 5 occupa la prima posizione e 7 la seconda'.

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Al 5 aggiungo il 7	Somma fra 5 e 7
7-5	Sottraggo al 7 il 5	
7+5	Sommo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 257

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Aggiungo 5 a 7 Al 5 aggiungo il 7	Somma fra 5 e 7
7-5	Sottraggo al 7 il 5	
7+5	Sommo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 258

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Al 5 aggiungo il 7	Somma fra 5 e 7
7-5	Sottraggo al 7 il 5	
7+5	Sommo 5 a 7 Aggiungo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 259

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Al 5 aggiungo il 7	Somma fra 5 e 7
7-5	Sottraggo al 7 il 5	Differenza fra 7 e 5
7+5	Sommo 5 a 7 Aggiungo 5 a 7	Somma fra 7 e 5
	Addiziono 5 e 7 Tolgo 5 a 7	

F 260

1772. Marco V: No! Dipende dalla scritta! *IR dice Certo! Una voce dice 'Sono scritti al contrario!'*
1773. *Alexandra sposta il cartellino 'Aggiungi 5 a 7' nella posizione corretta (F 259).*
1774. IR: Perché lo sposti qui?
1775. *Alexandra: Aggiungi 5 a 7 vuol dire che ce ne sono 7 e poi ne arrivano altri 5. IR batte 5. Molti alzano la mano per venire alla LIM.*
1776. *Alberto riconosce che il cartellino successivo 'Differenza fra 7 e 5' è un 'Cos'è'.*
1777. IR: Bravissimo. E la differenza si riferisce a che operazione?
1778. *Alberto risponde che è la sottrazione e colloca correttamente il cartellino (F 260).*
1779. Celeste: (*legge*) Tolgo 5 a 7. *Quando deve scegliere dice 'Cos'è'.*
1780. IR: Bene. Allora è un 'tolgo'. Cos'è, un pesce? *Celeste sorride. Tu hai mai visto un tolgo? Una volta con la Cosetta abbiamo pescato un tolgo.*
1781. I: Celeste, ascolta: 'togliere', lo puoi fare con le mani? *Celeste risponde di sì. Poi sposta il cartellino nella colonna del 'Cos'è' ma è indecisa e guarda IR. Poi sposta il cartellino nella posizione corretta (F 261).*
1782. IR: Allora Celeste, quando vai a casa di' alla mamma che Cosetta e Giancarlo hanno mangiato un tolgo fritto (*i bambini ridono; tutti alzano le mani per venire*).
1783. Marco V: (*legge*) Addiziono 5 e 7. *Dice correttamente che è un 'Cosa faccio' e trascina il cartellino (F 262).*
1784. IR: Ti ringrazio perché non ci hai fatto mangiare un addiziono (*risate*).

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Al 5 aggiungo il 7	Somma fra 5 e 7
7-5	Sottraggo al 7 il 5 Tolgo 5 a 7	Differenza fra 7 e 5
7+5	Sommo 5 a 7 Aggiungo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 261

Linguaggio matematico	Cosa fai	Cos'è
5+7	Al 5 aggiungo il 7 Addiziono 5 e 7	Somma fra 5 e 7
7-5	Sottraggo al 7 il 5 Tolgo 5 a 7	Differenza fra 7 e 5
7+5	Sommo 5 a 7 Aggiungo 5 a 7	Somma fra 7 e 5

F 262

[VR 114, 115, 116, 117, F 118 Fine]<sup>132</sup>

<sup>132</sup>. *L'episodio (1730-1785) mette in evidenza alcuni punti cruciali di natura prettamente linguistica che sarebbe molto produttivo affrontare con l'insegnante di italiano:*

- *la differenza fra le frasi 'Cosa fai' e 'Cos'è' deve essere chiarita molto bene prima di iniziare l'attività. Per l'adulto essa è evidente, ma l'esperienza (almeno con questa classe) mostrerebbe che non lo è per alunni di questa età, ancora poco abituati alla riflessione sul linguaggio. Un esempio: Laura (1745) propone di spostare il cartellino 'A 5 aggiungo 7' nella colonna 'Cos'è?'. Alla richiesta di IR (1746) di spiegare perché lo farebbe lei risponde (1747): "Perché faccio la frase: Cos'è? Al 5 aggiungo il 7". La riflessione a posteriori sul microepisodio evidenzia la difficoltà di interpretare il retropensiero dell'alunna: un'ipotesi potrebbe essere che il 'cos'è' per lei sia non il contenuto del cartellino ma il cartellino stesso. Mi fermo qui perché non ho altre*

Si passa all'ultima attività, progettata in ambiente Scratch, collegata a quella fatta sinora. La consegna spiega:

Quiz matematico proposto secondo l'ottica dell' Early Algebra adatto a una classe prima Primaria. Si tratta di un percorso didattico che l'insegnante può svolgere come lezione interattiva. Per avviare il quiz basta cliccare sulla bandierina verde: si dovrà rispondere alla domanda posta dal personaggio scegliendo l'opzione corretta tra le tre proposte. Si consiglia al docente di far motivare la scelta prima di far cliccare l'opzione individuata come giusta; si invita a favorire l'argomentazione anche sulle frasi non corrette.



F 263



F 264



F 265

[VR 119]

1785. IR invita Eleonora e spiega l'attività.

1786. Eleonora (legge): '15 più 7. Cosa fai?' (F 263)<sup>133</sup> Dopo un lungo silenzio sceglie la A. IR l'aiuta a riflettere ancora ed Eleonora indica la B, scrive la lettera nel riquadro in basso e accanto al granchietto compare il fumetto 'Corretto!'.

1787. Gianluca, nel quesito successivo '17-3 Cosa fai?' (F 264) con molta fatica sceglie la B. In un nuovo fumetto compare la scritta 'Pensaci bene'<sup>134</sup>.

1788. Marco DP legge '8+10 Cosa fai?' (F 265), e indica correttamente 'Addiziono 8 e 10'.

risposte plausibili. Giustamente l'insegnante in tre occasioni (1748, 1766, 1781) si appoggia alla concretezza del calcolo con le dita, che rende evidente l'aspetto operativo insito nel verbo 'fare'.

- Frasi come 'Sommo 5 a 7' o 'A 5 aggiungo 7' sono difficili da capire. A livello pratico i bambini conoscono il significato del verbo 'aggiungere' se si tratta di 'aggiungere qualcosa a qualcos'altro', ma quando passano al livello matematico le cose si complicano. La frase '7+5' può essere parafrasata in lingua italiana disponendo in modi opposti i numeri (questo aspetto è intuito da un alunno in 1772): 'A 7 aggiungi 5' o 'Aggiungi 5 al 7' e questo crea difficoltà interpretative che IR cerca di mettere in evidenza (1771). A maggior ragione quindi attività linguistiche come queste, che spostano l'attenzione dal risolvere all'interpretare sono preziose per la costruzione delle competenze matematiche.
- Le argomentazioni di alunni che mostrano di superare le difficoltà illustrate nel punto precedente andrebbero valorizzate a livello sociale; possono essere in forma di:
  - scambio fra pari. Per esempio, nel caso di 'Sommo 5 a 7':  
 Marco (1736): Perché non è 'Sommo 7 a 5' ma è 'Sommo 5 a 7'.  
 Nicola F (1739): Non è giusto quello che dice Marco. Non c'è fra 5 e 7 ma 5 a 7, quindi aggiungo 5 a 7, quindi prima c'era il 7.
  - intervento singolo. Per esempio, nel caso di 'Aggiungi 5 a 7':  
 Marco V (1772): Dipende dalla scritta.  
 Voce (1772): Sono scritti al contrario.  
 Alexandra (1775): Aggiungi 5 a 7 vuol dire che ce ne sono 7 e poi ne arrivano altri 5.
- Il microepisodio 1748-1759 mostra come sia opportuno/necessario tornare più volte sui concetti di forma canonica e non canonica per fare in modo che essi entrino a far parte in modo significativo di un bagaglio culturale di base degli alunni gestibile da parte loro in modo davvero autonomo. Questo aspetto è importante per costruire un approccio, anche in forma ludica, alla generalizzazione (1756-1759).
- È opportuno riflettere sui significati di termini, e sulle loro reciproche relazioni, apparentemente intercambiabili come addizione-più-somma e sottrazione-meno-differenza (vedi per esempio Laura (1789): "Differenza vuol dire meno").
- Si è rivelato 'potente' lo scherzo del 'pesce tolgo' o del 'mangiare un addiziono'. Potrebbe essere riusato con alunni piccoli.

<sup>133</sup> C'è un errore in A: la frase corretta è 'Sottraggo al 15 il 7'.

<sup>134</sup> L'oggetto Scratch ha bisogno di qualche aggiustamento. Nella versione attuale esso non permette, in caso di errore, di riesaminare il problema ma fa passare automaticamente al quesito successivo.

1789. Laura: legge '9-5 Cosa fai?' (F 266). Differenza vuol dire meno. È la A. *Si riflette se la frase di Laura è vera. Si va piuttosto veloci perché sta per suonare e altri vogliono venire alla LIM.*

1790. Alex legge '13+6 Cos'è?' Sceglie la A.

[VR 118 Fine]<sup>135</sup>



F 266



F 267

*Si decide di preparare una prova di verifica.*

<sup>135</sup> Per ragioni di tempo non è stato possibile dare il giusto spazio a questa attività; per quel poco che si è visto, soprattutto per il fatto di essere collegata alla precedente, si rivela come uno strumento molto utile per stimolare riflessioni sui linguaggi naturale e matematico e sui punti di vista procedurale ('Cosa fai?') e relazionale ('Cos'è').