ottobre 2014 **Microepisodio 1**

Commenti Giancarlo Navarra

Riporto una breve discussione fatta nella classe I della secondaria primo grado.
Gli alunni hanno lavorato singolarmente quindi ho raccolto tutte le traduzione e abbiamo discusso su quali fossero le più appropriate. Ho cercato di condurre la discussione in modo che alla fine potessimo scegliere come gruppo classe la traduzione più adatta.

Traduci dal linguaggio naturale a quello matematico e calcola il risultato[1]:

Moltiplica 10 per il successivo di 12

10×(12+1)=130	**(**Luca, Giulia, Rucsanda, Elia)
10×13=130	(Rayen, Ciro, Davide, Bruno, Federico, Iris)
10×13	(Moad, Emmanuel, Giacomo, Guido, Nicholas, Josuè, Francesco)
10×(12+1)	(John)
10×12+1	(Chiara)
10×12	(Fatima)

1. *L'insegnante chiede al gruppo classe di esaminare le traduzioni per stabilire se è il caso di eliminarne qualcuna.*
2. Bruno: Io eliminerei la traduzione di Fatima 10×12 perché manca il "successivo". Doveva scrivere 10×12+1 come hanno scritto Chiara e John.
3. I: Ma Chiara e John hanno scritto la stessa cosa?
4. Moad: Quella di Chiara non va bene perché non c'è la parentesi e la moltiplicazione ha la precedenza.
5. I: Quindi quella di Chiara la eliminiamo?
6. Classe: Sì.
7. Emmanuel: 10×13=130 va bene perché il successivo di 12 si sa che è il numero dopo 12, non è necessario scrivere 12+1.
8. Giacomo: Eliminiamo anche 10×13 perché manca il risultato e nella consegna c'è scritto "calcola il risultato".
9. I: Siete tutti d'accordo?
10. Classe: Sì.
11. Bruno: Anche in quella di John manca il risultato quindi la possiamo togliere.
12. Insegnante: Perché non segue la consegna…
13. Luca: Secondo me bisogna scrivere 12+1 (fa riferimento alla sua traduzione) perché ti dice "traduci".
14. I: Qual è la differenza tra le scritture 10×13=130 e 10×(12+1)=130?
15. Giacomo: Salti un'operazione e vai direttamente al risultato.
16. I: E secondo voi qual è la più adatta?
17. *Gli alunni sono un po' incerti, non sanno cosa scegliere. Aspettano che l'insegnante dia il suo parere e soprattutto che dica qual è la traduzione giusta.*
18. *Si decide di fare una votazione e la maggioranza sceglie la prima traduzione.*

---

[1] *Non mi è chiara la ragione per la quale l'insegnante non si sia limitata alla traduzione e abbia chiesto anche il risultato. Ai fini della verifica delle competenze linguistiche sarebbe stata sufficiente la prima parte della consegna.*

. .[2]

[2] *L'attività va nella giusta direzione, ma c'è un aspetto di fondo che emerge in modo chiaro: gli studenti non possiedono ancora un quadro di riferimento condiviso che funzioni da bussola per le interpretazioni delle traduzioni e per le scelte su quali siano le traduzioni 'migliori'. Mi spiego analizzando gli interventi ed evidenziando i termini con i quali la classe dovrebbe acquisire gradualmente confidenza (in parentesi i numeri della riga corrispondente):*

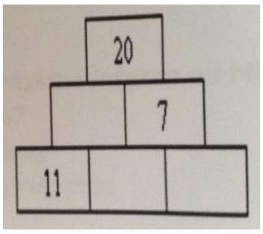
- *Bruno (2) dice che 'manca il successivo'; in realtà manca la rappresentazione del successivo di 12, che l'alunno indica correttamente con '12+1';*
- *In (7) Emmanuel esprime un giudizio di tipo operativo impostato sull'evidenza del calcolo; guidare gli alunni verso una prospettiva pre-algebrica significa invece portarli ad un livello metalinguistico in cui essi possano riflettere sulla 'qualità' della frase trascurando l'aspetto dei calcoli: questo significa che '13' è meno trasparente di '12+1' in quanto la forma non canonica 12+1 rappresenta il processo attraverso il quale si esprime in linguaggio matematico il concetto che 'il numero successivo ad uno dato è lo stesso numero aumentato di una unità'. Questa definizione permette a sua volta di rendere trasparente la definizione di Emmanuel (opaca) in cui dice che 13 è 'dopo il 12' (vale senz'altro la pena di riflettere sulla differenza fra 'successivo' e 'che viene dopo': anche 14 è dopo il 12). Gli alunni dovrebbero quindi essere accompagnati a valorizzare i* significati *della frase matematica che stanno interpretando, allontanando da sé le questioni legate al calcolare, che li tengono legati ad un punto di vista aritmetico.*
- *In (8) Giacomo esprime l'ambiguità già rilevata fra le due parti della consegna ('traduci' e 'calcola'). Se Giacomo venisse dotato degli strumenti opportuni potrebbe esprimersi in questo modo: "*Eliminiamo anche 10×13 perché il 13 non esprime in forma trasparente il significato di successivo di 12*". Giacomo invece considera la scrittura sbagliata semplicemente perché* non c'è il risultato. *L'insegnante (12) avvalora la sua convinzione ribadendo che la scrittura 'non segue la consegna' e dirigendo quindi l'attenzione ancora sul* calcolo del risultato *anziché sull'*interpretazione *della scrittura (cioè della sua struttura).*
- *Bruno (11) sancisce ulteriormente l'ambiguità della consegna: propone di togliere la traduzione più corretta 'perché manca il risultato'. Non mi è chiaro a cosa pensi l'insegnante quando sottolinea (12) 'Perché non segue la consegna… ': se non condivide l'osservazione di Bruno (11) perché non interviene proponendo di analizzarla collettivamente?*
- *Luca (13) fa un intervento ineccepibile ma (almeno così sembra dalla trascrizione) l'insegnante non lo valorizza per il suo esplicito riferimento alla prima parte della consegna (ti dice 'traduci'), e sposta invece l'attenzione su due scritture in cui compaiono sì '13' e '12+1' ma compare anche l'uguale e il risultato (ancora loro!) che condizionano la successiva risposta di Giacomo (15) in cui domina l'attenzione agli aspetti procedurali ('Salti l'operazione' e 'vai direttamente al risultato').*

L'incertezza finale degli alunni (17) è inevitabile, per due ragioni: una locale *(l'ambiguità della consegna) e una* generale *(la classe non dispone di linee guida sul come relazionarsi con le scritture).*
Per muoversi in una chiara prospettiva prealgebrica è necessario affrontare entrambi questi aspetti.

ottobre 2014 **Microepisodio 2**

Commenti Giancarlo Navarra

Stiamo lavorando con le piramidi per le operazioni aritmetiche. Questa è la risoluzione della piramide di un alunno di prima della secondaria primo grado.



1. Moad: Prof, io ho fatto un ragionamento. Devo trovare due numeri che addizionati diano come somma 7. Se uno di questi numeri lo addiziono a 11 ottengo un altro numero che addizionato a 7 dà 20.
2. I: Vuoi provare a scrivere quello che hai detto in linguaggio matematico?
3. *Moad propone:*

?+?=7

4. *Qualcuno lo interrompe perché spiega che così intende due numeri uguali e suggerisce di scrivere A e B. (L'utilizzo delle lettere era già uscito fuori in altre lezioni) (linguaggio matematico).*
5. *Moad si corregge e scrive:*

i. A+B=7 ii. A+11=C iii. C+7=20

6. I: Guarda le relazioni. Da dove partiresti per trovare il valore di A, B e C?
7. *Dopo un po' di titubanza...*
8. Moad: C+7=20. 20-7=C. C=13.
9. I: Bene continua.
10. *Moad risolve le altre relazioni.*
11. I: Cosa c'è di diverso tra la tua risoluzione è quella che mi aveva scritto Iris prima alla lavagna?
12. Intervengono un po' tutti: Moad ha fatto un procedimento, ha usato le lettere, ma è partito da dove era partita Iris.[3]

---

[3] *L'episodio è molto interessante: la classe ha completato la piramide in modo 'aritmetico' (con tre sottrazioni, come probabilmente ha fatto Iris (12)) mentre Moad (1) ha avuto l'idea di recuperare le lettere per risolverlo in un modo diverso, di sapore algebrico. Il confronto fra la sua strategia e quelle dei compagni potrebbe aprire ad una riflessione sull'*economicità *delle strategie: l'intuizione di Moad va giustamente sviluppata e condivisa, come ha fatto l'insegnante, ma dovrebbe anche emergere con chiarezza che in questo caso, per completare la piramide, non è necessario 'scomodare' l'algebra.*
Chiarita questa premessa, ritengo che comunque la strada di Moad possa diventare lo spunto per uno sviluppo algebrico della risoluzione di questo problema.
Una prima strada, forse la più immediata, è la soluzione del sistema di tre equazioni che, di fatto, Moad ha proposto; è una strada possibile in cui si manipolano le scritture attraverso la solita 'cascata' di sostituzioni ma ce n'è un'altra, per molti aspetti più produttiva.
Essa inizia mettendo provvisoriamente in frigorifero *le scritture di Moad, e favorisce per gli studenti il passaggio dal livello dell'*intuizione locale *a quello dell'applicazione di conquiste, fatte in precedenza dalla classe, proiettate verso la* generalizzazione. *Per praticarla bisogna che l'insegnante abbia guidato la classe nell'esplorazione delle piramidi sino all'individuazione della 'legge' che permette di esprimere il numero nel mattone in alto in una piramide a tre piani in funzione dei tre numeri alla base senza eseguire i calcoli intermedi (si veda* l'Unità 5, Le piramidi di numeri*, pag.42). L'uso di* rappresentazioni non canoniche *dei numeri nei mattoni permette di costruire una* definizione relazionale *del numero nel mattone in alto, che esprime ciò che esso* ***è,*** *e costituisce l'esplicitazione in linguaggio naturale della legge generale cercata:* "Il numero in alto è la somma fra i due numeri laterali e il doppio del numero centrale*".*

Il passaggio successivo è dato dalla traduzione di questa frase in linguaggio aritmetico:

$$20=7+4\times 2+5.$$

Il passaggio conclusivo è dato dalla comprensione che la frase in linguaggio naturale presenta un generale potenziale *attraverso il quale si conquista la sua traduzione in linguaggio algebrico:*

$$n=a+2b+c$$

(dove n è il numero in alto e a, b e c i numeri nei tre mattoni alla base).
Le competenze che nascono da queste conquiste permettono di affrontare il completamento della piramide che la classe sta completando utilizzando le tre frasi proposte da Moad.
Gli alunni cominciano con l'esprimere la 'legge' generale adattandola alla piramide studiata e usando le lettere che Moad ha proposto (è un passaggio non necessario ma che può essere opportuno con alunni giovani per favorire un aggancio semantico con la proposta di Moad all'interno dello sviluppo del balbettio algebrico*):*

$$20=11+2A+B$$

Possono esprimere B in funzione di 7 e A:

$$B=7-A$$

La sostituzione porta a questa scrittura:

$$20=11+2A+7-A$$

Semplici passaggi, che potrebbero costituire un'apertura verso l'approccio alle equazioni tramite la bilancia a piatti, permettono di trovare il valore di A:

$$20=11+A+7 \quad \rightarrow \quad 20-11-7=A \quad \rightarrow \quad 2=A$$

Con l'opportuna sostituzione si trova il valore di B.
Attraverso questa attività si può quindi collocare in una prospettiva più generale l'intuizione di Moad, ribadendo comunque che è un modo elegante ma non necessario per risolvere il problema.
Per approfondire i temi affrontati in questo commento si consiglia la lettura di: Cusi, A, Navarra, G. (2012). L'approccio alla generalizzazione con alunni giovani in ambiente early algebra.