

22 marzo 2013 – Seconda parte

(uso del registratore da IPAD)

Commenti *Valentina Bologna*

Commenti *Donatella Lovison*

Commenti *Giancarlo Navarra*

1. I: Bene, ragazzi, la scorsa volta avevamo concluso la nostra lezione facendo un'indagine sulla forma che c'era piaciuta di più per spiegare che cosa facevano le nostre stelle marine. Oggi però c'è Samuele e chi era ancora assente l'altro giorno?
2. Tutti: Andrea.
3. I: Bene, allora chi vuole spiegare a Samuele e ad Andrea che cosa abbiamo fatto l'altro giorno. Qual era la situazione problematica che abbiamo affrontato.
4. *In diversi alzano la mano*
5. I: Dimmi Alan.
6. Alan: La prof ci aveva spiegato che delle stelle marine stanno su dei coralli, avevano avanzato su altri coralli. Nella domanda ci chiedeva di quanto avanzavano altre due stelle marine che erano su altri due coralli. Le altre ci aveva scritto su quali coralli erano andate, ma le altre dovevamo trovare noi.
7. I: Ha spiegato bene Alan?
8. *Alcuni dicono no.*
9. I: No, chi vuole spiegare un po'...
10. I: Hai capito Samuele?
11. Samuele: Circa.
12. I: Chi vuole spiegare, chi vuole provare a fare un'altra spiegazione rispetto a quella di Alan?
13. *Nessuno si sbilancia.*
14. I: Tommi?
15. Tommi: **Che noi l'altra volta, come ha detto Alan, ci ha letto il testo di un problema di stelle marine.**¹
16. I: Va bene, abbiamo letto il testo di un problema di stelle marine, che cosa diceva questo testo?
17. Tommi: Ogni volta che la fase lunare cambiava, le stelle marine cambiavano corallo.
18. I: Oh, le stelle marine che di solito sono ancorate ad un corallo, prendono e se ne vanno...
19. Tommi: ... su un altro corallo.
20. I: Va bene.
21. Tommi: E allora lei...
22. I: Allora, che cosa ci veniva detto? Ci veniva detto che cosa succedeva per...
23. Tommi: **... per le prime cinque stelle marine**².
24. I: Per le prime cinque. Chi mi dice che cosa succedeva alle prime cinque stelle marine? Dimmi Veronica.
25. Veronica: La prima...
26. I: ... che si chiama?
27. Veronica: **Alessia**.³
28. I: Samuele te le ho disegnate di nuovo alla lavagna perché questo era il disegno che avevamo fatto l'altra volta quando avevamo letto la storia.

¹ *L'insegnante fa molto bene a chiedere ai compagni di intervenire sulla contorta spiegazione di Tommi. Le trascrizioni, che permettono di soffermarsi in modo circostanziato su interventi apparentemente anche di poca importanza, fanno in modo che i commentatori si possano interrogare sul perché i docenti di matematica accettino molto di frequente affermazioni di bassa qualità linguistica da parte degli alunni. Sono convinto che l'invito paziente e costante alla riformulazione di frasi poco chiare sia una strada potente per innalzare questo livello. Allo stesso tempo, però, è opportuno (in realtà lo ritengo necessario) che vengano negoziate con la classe le ragioni di questo atteggiamento dell'insegnante: perché si chiede ad altri di parafrasare la spiegazione di un compagno? Perché non lo spiega l'insegnante stessa (come ha chiesto in un diario di qualche anno fa un alunno di terza media, un po' spazientito per quella che gli sembrava una perdita di tempo)? Emergerebbero l'importanza del controllo individuale sul linguaggio e allo stesso tempo la sua potenza nella costruzione di una conoscenza (e di una coscienza) socialmente condivisa. Sono d'accordo. Aggiungo che sarebbe bene che l'invito a riformulare le frasi fosse rivolto in un primo tempo a chi ha formulato le frasi stesse, perché, se il suo messaggio risulta poco chiaro e non completo, si rischia che i concetti rimangano tali per lui. Dalla parafrasi altrui può forse trovare beneficio dal punto di vista della comprensione ma non del controllo delle conoscenze: se l'alunno non attiverà la capacità di produzione e non avrà tradotto le conoscenze stesse in linguaggio (naturale o specifico disciplinare che sia) non si può sapere se le conoscenze stesse siano state immagazzinate in forma coerente.*

² *In riferimento alle coppie di interventi 18-19 e 22-23 invito l'insegnante e gli altri a rileggere Domande 'a completamento' o 'a risposta obbligatoria' (effetto Topaze).*

³ *In riferimento agli scambi 25-26-27 invito a rileggere Domande 'a botta e risposta'.*

29. Veronica: Alessia va sul terzo corallo.
30. *Mentre ripeto disegno alla lavagna.*
31. I: Allora Alessia andava sul terzo corallo, poi?
32. Veronica: Loretta sul quinto.
33. I: Loretta sul quinto, sì.
34. Veronica: Angelica sul settimo.
35. I: Angelica sul settimo, sì.
36. Veronica: Patrizia sul nono.
37. I: Patrizia sul nono, e poi?
38. Veronica: Elena sull'undicesimo.
39. I: Elena sull'undicesimo. Bene, quali erano le domande? Maria?
40. Maria: Di quante stelle, di quanti coralli si spostavano le stelle.
41. *Brusio della classe.*
42. I: Era questa la domanda?
43. *In diversi dicono di no.*
44. I: Quale era la domanda Angelo?
45. Angelo: Su quale corallo si spostava la stella numero 78.
46. I: **La numero 78.**⁴
47. *Alcuni discutono sul numero, ricordano 87.*
48. I: ... e la numero 459. La domanda era: su quale corallo finirà la stella numero 78 e la stella numero 459? ... Allora, Andrea, adesso che sai il problema. Loro hanno avuto un po' di tempo per pensarci... Avete visto le due domande. Dove andrà la stella che si trova al settantottesimo corallo e la stella che si trova al quattrocentocinquantanovesimo corallo?
49. Andrea: Allora...
50. I: Lasciamo ad Andrea e a Samuele il tempo di riflettere... e poi illustriamo il nostro ragionamento. Allora Andrea che cosa hai da dire?
51. Andrea: Allora il mio calcolo, che credo e spero che sia giusto, credo che bisognerebbe fare 78 più 78 più 1.
52. *Scrivo alla lavagna:* Allora... 78 più 78 più 1.

| |
|-----------|
| $78+78+1$ |
|-----------|

53. I: Come hai pensato questo calcolo?
54. Andrea: Ehm, cioè un pochino difficile...
55. I: Te l'hanno suggerito?
56. Andrea: Sì.
57. Ryan: Te l'ha suggerito Richy, dai!
58. I: Te l'ha suggerito Richy?
59. Andrea: No, perché... allora...
60. Ryan: Te l'ha suggerito Richy...
61. Andrea: Mh... allora...
62. Ryan: Sì certo... dai. confessa!
63. *Invocano la confessione di Andrea.*
64. I: Stiamo registrando, non credo che siano interessanti queste confessioni pubbliche. Ad ogni modo, che ragionamento ci ha portato a dire che la stella che si trova in posizione 78 andrà a finire in posizione...? Andrea?
65. Andrea: Quindi 157.
66. I: In posizione 157.
67. I: Come siamo arrivati a dire che proprio era così?
68. Andrea: Spiegando... non so come spiegarlo. *Non è molto convinto.*
69. I: Allora, chi spiega ad Andrea, dimmi Richy?

⁴ *L'esperienza mi porta ad essere sempre più convinto della relazione strettissima fra qualità della comunicazione fra alunni e docente e acquisizione consapevole di competenze in ambito matematico. Come scriviamo in [Quali sono gli interventi più produttivi nella discussione in classe?](#) "Gli interventi più produttivi sono certamente quelli di tipo [metacognitivo](#) in cui l'insegnante favorisce la riflessione individuale e collettiva ponendo gli alunni nelle condizioni di comprendere il significato del compito proposto, dell'obiettivo da raggiungere e dei possibili passi da compiere. Se l'insegnante costruisce la discussione in modo direttivo gli alunni non argomentano davvero, ma si limitano a rispondere alle domande lasciandosi guidare passivamente verso l'obiettivo che egli si era proposto di raggiungere".*

70. Richy: Abbiamo visto allora che Alessia, essendo al primo posto, va al terzo. Poi Elena essendo al quinto posto non va al settimo ma all'undicesimo posto, quindi siamo arrivati a una ipotesi che il numero di partenza di Elena... veniva raddoppiato...
71. I: Veniva raddoppiato, hai detto giusto, Richy continua, e poi si aggiungeva uno.
72. Richy: ... veniva raddoppiato e poi si aggiungeva uno. Difatti Elena dal quinto posto è arrivata a 11. Dieci più uno.
73. I: Ok, Samuele hai capito?
74. Samuele: Sì.
75. I: Adesso che abbiamo capito questa cosa, allora se io sono la stella marina che si trova al 101-esimo posto su quale corallo, Alan, andrò a finire?
76. Alan: Al 203-esimo.
77. *Scrivo alla lavagna.* Fino al 203- esimo. Che operazione hai fatto?
78. Alan: Ho fatto 101 più 101 più 1.
79. Ryan: Ma non avevamo detto che si può fare anche 101 più 102? Come avevo detto io l'altra volta?
80. *Interviene anche Alan andando sopra la voce a Ryan.*
81. Alan: O se no si può fare 101 più 102.
82. I: Oppure si può fare? Sharon? Ne avevamo messe tre di possibilità?
83. Sharon: 101 per due più uno.
84. I: Va bene... di queste tre possibilità, Samuele, eravamo arrivati fino a qui, e poi avevamo fatto un sondaggio per vedere chi votava la scrittura, a chi piaceva di più la scrittura "posizione più posizione più uno", o chi votava per la scrittura "posizione più la posizione successiva" oppure chi votava per la scrittura "posizione per due più uno"... allora aveva vinto?
85. Ryan: La mia!
86. Ryan: Io con dieci stelle, Veronica con nove e lei prof con una.
87. *Ryan intende per stelle le crocette fatte alla lavagna per segnare la preferenza.*
88. I: Eh sì. Io ero stata l'unica che aveva scelto "posizione per due più uno". Sono un po' triste per questo. Dimmi Veronica...
89. Veronica: Ma, anch'io però farei quella, perché comunque anche 101 più 101 più 1 è come scrivere 101 per 2 più 1.
90. I: Veronica dice però alla fine che io scriva... e *scrivo alla lavagna:*

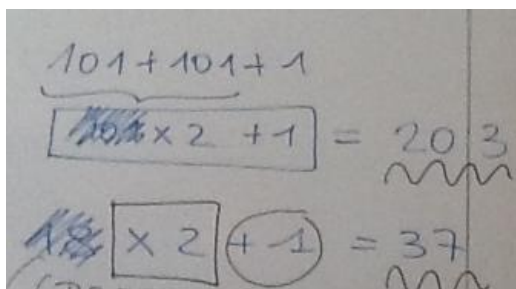
| |
|-------------|
| $101+101+1$ |
|-------------|

91. I: Questa scrittura qui non è nient'altro che 101 per 2 più 1. Giusto?
92. *Asseriscono.*
93. I: **Bene**⁵.
94. Angelo: Anche quella di Ryan è la stessa cosa solo che aggiungi 102.
95. *Ryan conferma.*
96. I: Però io trovo che questa scrittura qui sia poco chiara perché?... Secondo voi?
97. Stefano: Perché se uno non sa la definizione non capisce niente!
98. I: **Bravissimo!**⁶ Perché se uno non sa la definizione non capisce qual è la regola. Se io non so la definizione e guardo questo. Facciamo un altro esempio. Se io sono alla diciottesima posizione e quindi...
99. *In coro rispondono che la stella arriva a 37.*

⁵ *Mi sembra che l'adesione silenziosa della classe (92) mantenga aperto un nodo (forse il nodo) della questione: Ryan (86) ricorda che nella lezione precedente l'insegnante, con la sua proposta ($78 \times 2 + 1$), era finita in netta minoranza (una sola stella). Questo significava che la classe non riconosceva ad essa la legittimità quasi ovvia, scontata che invece l'insegnante le attribuiva. Potremmo dire che il livello del [balbettio algebrico](#) della classe rendeva comprensibile la scrittura additiva $78+78+1$ ma non quella mista $78 \times 2 + 1$, contenente il riferimento ad una rappresentazione moltiplicativa, più evoluta. Non veniva riconosciuta quindi l'equivalenza $78+78+1=78 \times 2 + 1$. Siccome ora non è accaduto nulla di significativo che favorisca una riflessione più approfondita su questo aspetto, credo che vi sia stata una adesione formale e non sostanziale alla conclusione dell'insegnante (91). In altre parole, non vi è stata una reale [assunzione di responsabilità](#) da parte degli alunni nel processo di costruzione delle loro conoscenze, e questo potrebbe avere ricadute pesanti (spesso opache, poco evidenti) sul controllo dei significati.*

⁶ *Suggerisco spesso agli insegnanti di accompagnare i complimenti con richieste di riformulazione della frase, invece che, come in questo caso (98), concluderla. Suggerisco di rileggere [Domande 'perché' non sorrette dal 'come'](#), che presenta notevoli affinità con situazioni di questo tipo. Inoltre non mi è chiaro cosa intendano in questo caso insegnante e alunni con il termine 'definizione'. Chi avrebbe dovuto darla? Il docente? O avrebbero dovuto elaborarla gli alunni? Si dà per scontato che sia chiaro a tutti di cosa si parla (101); perché non si chiede agli alunni stessi di dare questa definizione? Non sarebbe stato opportuno chiederla a Stefano che la nomina per primo (accanto a 'Bravissimo?').*

100. I: Se io non so la definizione, questa scrittura qui (*e indico* $101+102$) è poco chiara, mentre **questa**⁷, dal punto di vista delle operazioni che devo fare è più trasparente.... Se guardiamo una e l'altra dove troviamo l'indicazione che ci dà la regola?... In questa nostra scrittura c'è qualcosa che cambiamo sempre e qualcosa che non cambiamo sempre.... **Mi potete dire, Emanuele, quali sono i pezzi che cambiamo sempre e i pezzi che non cambiamo mai?**⁸
101. Emanuele: I pezzi che cambiamo sono il più uno.
102. I: Il più uno lo cambiamo? Perché dici che lo cambiamo?
103. Emanuele: Perché nell'altro metodo di operazione non c'era.
104. Elisa: Che cambia solo il 101.
105. I: Oh, allora, qua sopra cambia solo il 101, e sotto che cosa cambia?
106. Elisa: Il 18.
107. I: E cosa mi rimane fisso, Maria?
108. Maria: Mi rimane fisso il per due.
109. I: E mi rimane fisso?
110. *Alcuni rispondono insieme il più uno.*
111. I: Che cosa volevi dirmi Richy?
112. Richy: Ma secondo me, potrebbe, no, ho sbagliato, volevo dire, invece di fare due più uno per tre, ma non viene...
113. I: Poi che cosa ancora cambia?
114. *Rispondono* **Il risultato**⁹.



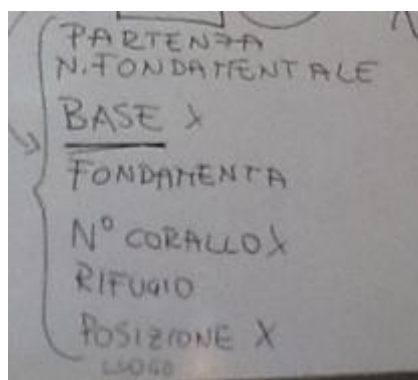
115. I: Allora ci facciamo la serpentina sotto. Oh... la mia domanda che vi faccio. Che cosa rappresenta questo termine che sta qui e che cambia e quello che sta dopo l'uguale e che cambia?... Giorgia? Il numero 101, come il numero 18, come il numero 78, che cosa mi rappresentano?
116. Giorgia: Secondo me, rappresentano, non so se è giusto, rappresentano la base.
117. I: Come la chiami?
118. Giorgia: La base.
119. I: Giorgia la chiama la base. Allora, altre ipotesi, altre proposte. Sarah come la chiameresti tu?
120. Sarah: Non saprei.
121. I: Ryan?
122. Ryan: Le fondamenta...
123. *Alcuni esprimono perplessità.*
124. I: Le fondamenta? Una stella marina sta su un corallo e tu dici che si chiama fondamenta?
125. Ryan: Sì.
126. I: **Io scrivo, perché sei libero di esprimere la tua opinione...**¹⁰

⁷ Immagino sia $101 \times 2 + 1$.

⁸ In questa attività è fondamentale il ricorso alla tabella, che permette agli alunni di scoprire, attraverso il confronto tra scritture ben visibili e ben ordinate, le parti variabili e quelle costanti, e quindi di avvicinarsi alla conquista della scrittura generale. È per questa ragione che nell'[Unità 12](#) illustriamo in modo molto ampio l'uso di questo strumento (accanto a quello della [rappresentazione sagittale](#)).

⁹ Un termine come 'risultato' messo lì dovrebbe sollecitare le antenne dell'insegnante, perché probabilmente significa che lei ritiene che tutti si muovano in un contesto concettuale algebrico, mentre invece gli alunni (o almeno una parte consistente di essi) si muove in un contesto aritmetico. Cosa intendono con 'risultato'? Dove vedono il 'risultato'? La tabella anche in questo caso aiuta perché evidenzia in modo molto chiaro i [processi](#) rendendo trasparenti, e quindi un po' alla volta 'comprensibili', le relazioni tra le due variabili, e cioè come si rappresentano i numeri delle case su cui si spostano le stelle in funzione dei numeri delle case di partenza. Tutti questi aspetti possono essere messi in evidenza attraverso la tabella e favoriscono in modo decisivo la didattica. Invito a riflettere sulla voce [micro-situazioni e micro-decisioni](#).

¹⁰ Non saprei nemmeno io bene cosa rispondere...



127. I: Come io sono libera di esprimere le mie perplessità, sul fatto che sia pertinente... Allora Angelo?
128. Angelo: Numero del corallo.
129. I: Numero del corallo. Abbiamo numerato i coralli?
130. Angelo *ci pensa...* Direi di sì.
131. Sharon: Rifugio.
132. I: Ah, rifugio.
133. I: Allora, dimmi Elisa.
134. Elisa: Posizione.
135. I: Oh, Elisa dice la posizione. Poi altre proposte.
136. Stefano: La casa.
137. I: La casa, poi?
138. Veronica: Numero fondamentale.
139. I: Mh, numero fondamentale, scriviamo anche questo. Dimmi Richy...
140. Richy: Partenza.
141. Ryan: Pronti, partenza e VIA!
142. I: Bene. Allora Tommi, di quelli che abbiamo scritto secondo te ce n'è uno che descrive meglio quello che vogliamo dire di questo numero che cambia?
143. Tommi: Secondo me, è 'base'.
144. I: Tommi opta per base. Veronica?
145. Veronica: Anch'io per base.
146. I: Samuele?
147. Samuele: Anch'io.
148. I: Arlena?
149. Arlena: Anch'io.
150. Ryan: Ma no, meglio posizione.
151. I: Oh, Ryan dice posizione... Manuel?
152. Manuel: Posizione.
153. I: Sharon?
154. Sharon: Rifugio.
155. I: Bon, va bene, ho capito.
156. Tommi: Base ne ha quattro.
157. I: Samuele, dice che è indeciso tra base e...
158. Samuele: ... base e numero del corallo.
159. I: Alan?
160. Alan: Io sono incerto tra partenza e base, perché anche nei giochi con la base arrivi ad altri punti, con partenza invece dici che arrivi a quel punto solo che non dicono se qualche altro corallo è andato in qualche altro punto.
161. I: Sì... Dimmi Emanuele.
162. Emanuele: Io vorrei dire una cosa sul numero corallo. Ma se noi avessimo un altro problema che non è sul numero dei coralli non andrebbe bene.
163. I: Ah!
164. *Qualcuno commenta...*
165. I: Guardate che quello che sta dicendo Emanuele è molto, molto vero.
166. *Alcune voci confermano quello che ha detto Emanuele.*
167. Angelo: Prof?
168. I: Dimmi, Angelo.
169. Angelo: Ma noi stiamo parlando del testo.

170. I: Ma noi lo stiamo cercando di... si dice di... di generalizzare¹¹.
171. Angelo: Allora dobbiamo dire numero oggetto.
172. I: Se non va bene numero corallo che cosa va meglio di numero corallo?
173. Angelo: Numero oggetto.
174. I: Posizione o base? Dimmi Luca.
175. Luca: Base.
176. I: Allora diciamo che siete optati¹² tutti per base.
177. Richy: Meglio partenza.
178. Ryan: Ma no, ma base no.
179. I: Ryan spiegaci perché base no.
180. Ryan: Base non mi sembra la parola più adatta.
181. I: Allora convinci...
182. Ryan: ... perché è una posizione.
183. I: Devi convincerci.
184. Ryan: Meglio posizione, la posizione da tipo...
185. I: È una posizione. Perché è in una posizione ben particolare. Posizione da solo basta secondo te?
186. Ryan: No, posizione del numero... numero di posizione.
187. *Alcuni parlano sopra quello che dice (non si capisce bene cosa dicano).*
188. Angelo: Io quando ho scritto numero pensavo che stavamo parlando del testo.
189. I: Certo che stavamo parlando del testo.¹³
190. Angelo: Allora va bene.
191. I: Certo, va bene, però lui dice una cosa giusta, perché sta già guardando oltre.¹⁴
192. Alan: Prof, luogo.
193. I: Eh?
194. Alan: Luogo.
195. I: Alan dice luogo.
196. Ryan: Ah avevo capito uovo...
197. *Si mettono a ridere.*

¹¹ Confesso di non essere molto d'accordo sulla conduzione dell'attività da un punto di vista socio-linguistico, per ragioni che ora riassumo. (i) Gli alunni non argomentano mai, ma si limitano a dire poche parole (spesso una sola) come risposte 'di chiusura' alle domande dell'insegnante. (ii) Da 117 in poi l'insegnante pone una questione terminologica ma non è chiaro quale sia il suo obiettivo, tant'è vero che gli alunni si mantengono in una zona ibrida, a cavallo fra quella che possiamo chiamare la 'semantica della situazione', riferita alle 'case' e agli spostamenti - base (118), fundamenta (122), rifugio (131), casa (136) - e qualcosa di più vicino alla 'semantica della matematica' - numero del corallo (128), posizione (134), numero fondamentale (138), partenza (140). Segue un dibattito sterile sulla scelta del termine, sino a quando l'insegnante (che sembra spazientita) propone la rivoluzione copernicana tirando in ballo il generalizzare (170). L'insegnante non dovrebbe accettare (più che accettare, indurre con il suo atteggiamento) frammenti così piccoli di discorso. Il rischio è che, alla fine, la conoscenza venga costruita sì collettivamente, ma senza una reale condivisione, perché ogni alunno aggiunge solo piccole porzioni di sapere locale ad un insieme che, di fatto, non controlla nella sua unitarietà (vedi per esempio anche lo scambio 242-254). Spesso (questo è un'osservazione generale), nel corso di quelle che vengono ritenute delle 'discussioni', l'insegnante favorisce la quantità degli interventi (prospettiva 'democratica') a scapito della qualità del sapere costruito collettivamente (prospettiva 'culturale'). Lo si rileva in moltissimi diari: la 'discussione' è una prolungata sequenza di affermazioni, spesso autonome fra loro, che hanno come unico referente il docente. È un susseguirsi, appunto, di miniosservazioni locali e non si esplicita una visione generale delle relazioni tra i vari concetti via via espressi. La classe non trae grandi benefici da questo tipo di interventi. Si consiglia un'organizzazione delle discussioni che limiti la dispersività degli interventi, e si componga di argomentazioni il più possibile esaurienti. Concordo pienamente. Aggiungo solo che con 'piccoli frammenti di discorso' e con piccole aggiunte di 'sapere locale' il singolo alunno non si impossessa di conoscenze unitarie da depositare nell'[enciclopedia o memoria enciclopedica](#) e da utilizzare nel [processo inferenziale](#) che si attiva in nuovi contesti e per generare nuove conoscenze. Di pari passo senza uno sviluppo dell'argomentazione individuale non progredisce nemmeno la competenza linguistica nei linguaggi sia naturale che specifico della disciplina.

¹² Strana scelta dell'ausiliare per questo verbo che di solito si costruisce con 'avere'.

¹³ Non so cosa intendesse dire Angelo con la relazione fra 'testo' e 'posizione'. Per la seconda volta Angelo parla di 'testo' ma confesso che non ho capito il suo pensiero.

¹⁴ Cosa capisce la classe con questa frase dal tono così ieratico? 'Oltre' cosa? Probabilmente ben pochi alunni ci hanno fatto caso, ma ritengo che sarebbe in generale molto importante costruire un [contratto didattico](#) che favorisca una reale condivisione anche degli aspetti del pensiero più raffinati, in modo che anche altri (se non tutti) possano guardare oltre. In altre parole, rendere l'intervento di Angelo (188) 'socialmente utile'. Infatti, trovo che sarebbe stato utilissimo soffermarsi sul pensiero di Angelo per chiarirlo e alla fine dividerlo.

198. Tommi: Ma prof allora facciamo direttamente Pronti, Partenza e Via...
199. I: io vi rileggo il testo e forse dal testo riusciamo a darci un aiuto.
200. *Rileggo il testo.*
201. Tommi: Prof mi è venuta l'illuminazione.
202. I: Dimmi?
203. Tommi: Numero corallo originario
204. I: Oh, numero corallo originario (*e scrivo*).
205. Stefano: Eh, ma se...
206. I: Numero corallo (*mentre scrivo*) originario.
207. I: Cosa dice il testo Samuele?
208. Samuele: No, ma io volevo dire sulla cosa che ha detto Emanuele, del numero corallo, ma se fosse un altro testo potrebbe essere un'altra cosa, come numero di...
209. I: ... numero di casa per esempio.¹⁵
210. Samuele: Sì, esatto, certo.
211. Stefano: Io voto posizione. Il problema dice posizione.
212. I: Allora, Stefano dice posizione, il problema dice posizione. La mia domanda è...
213. *Mi fanno osservare che nell'elenco non c'è scritto posizione.*
214. I: Io riscrivo perché vi chiedo, posizione... e posizione sia... Vorrei che mi seguiste nel ragionamento *indico i numeri* Questo numero qua è posizione, giusto? Dobbiamo dare un nome anche al numero finale.
215. *Dicono di sì.*
216. I: Come lo chiamiamo?
217. Stefano: Posizione finale.
218. I: Allora questo qui lo chiamiamo posizione finale.
219. *Mentre scrivo fanno diverse proposte per l'altro numero: posizione primaria, posizione originaria.*
220. I: Se siamo tutti d'accordo che questo qui lo chiamiamo **posizione finale**¹⁶?
221. *Rispondono di sì.*
222. I: Bene.
223. Ryan: Posizione ottimale.
224. I: Questa posizione che si riferisce a 18, 101, eccetera la lasciamo scritta solo posizione?
225. *Alcuni dicono "posizione di partenza" altri "posizione iniziale".*
226. I: Giorgia l'ha detto molto piano, ma l'ho sentito perfettamente. Giorgia propone posizione iniziale o posizione di... chi ha detto di partenza, Stefano?
227. Stefano: Partenza. Io.
228. I: ... o posizione di partenza. Oh, ecco, dimmi Alan.
229. Alan: Anche posizione primaria.
230. I: Oh, anche posizione primaria. Bene! Allora adesso io vorrei che con questi termini che abbiamo trovato... abbiamo trovato come si chiama il primo numero che cambia e poi abbiamo deciso come si chiama **questo secondo numero che cambia**¹⁷, ora vorrei che mi diceste in parole, cioè in linguaggio normale, mi esprimeste la nostra relazione usando le due terminologie. *Rivolta a Bridget* Non hai ancora parlato niente oggi.
231. Bridget: ... ehmmm...
232. I: Allora? Qualche idea di come...? Dimmi Richy.
233. Richy: Allora... **io direi posizione iniziale**¹⁸.
234. *Mentre parla viene interrotto.*
235. I: Lasciate parlare Richy. intanto pensate tutti.
236. Richy: Per due più uno uguale alla posizione finale.
237. I: Tu parli così alla mamma? Mamma, posizione iniziale per due più uno più sette per tre meno uno?

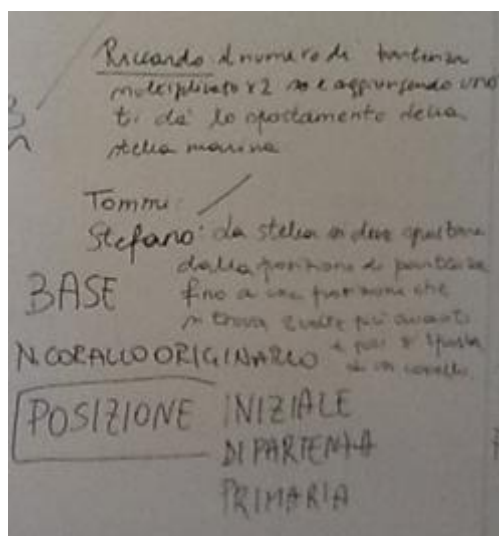
¹⁵ Perché l'insegnante conclude la frase di Samuele? Perché non se ne sta in disparte lasciando che sia lui a terminare ciò che sta dicendo?

¹⁶ Sarebbe stato meglio arrivare a 'numero della posizione iniziale', 'numero della posizione finale'. L'esperienza (e anche la letteratura) mostrano come per molti studenti alle prime armi con l'algebra la 'posizione' sia una cosa fisica – dove sta il corallo, dove sta la stella – e non un numero. Ancora una volta consiglio l'uso della tabella (mediato con la classe, non imposto).

¹⁷ Mi interesserebbe molto conoscere il supporto grafico o iconico che fa da base a questi scambi.

¹⁸ Il continuo ripresentarsi della questione terminologica – 'numero di casa' (209), 'posizione' (211), 'posizione finale' (220, adottato apparentemente da tutti, ma in realtà scelto dall'insegnante), e poi 'ottimale' (223), 'di partenza' (226), 'primaria' (229), 'iniziale' (233) – mi lascia perplesso. Ci deve essere sì un momento di negoziazione seguito dalla condivisione di un termine ma poi le bocce si devono fermare, altrimenti c'è sempre un'altalena tra aspetti matematici e aspetti terminologici, e questo genera confusione. Trovo produttivo in casi come questo chiarire con la classe il concetto di convenzione, frutto di una necessaria condivisione.

238. Richy: Ma no...
239. I: Io ho detto di dirlo in un linguaggio...
240. Stefano: ... non matematico...
241. I: ... che tu mi traduci questa...
242. Richy: Allora numero, allora numero di partenza moltiplicato per due più uno ti dà...
243. I: Allora...
244. Stefano: Prof, prof!
245. Tommi: ... lo spostamento...
246. I: Allora Riccardo propone il numero di partenza...
247. *Intanto scrivo alla lavagna.*
248. I: Ma hai detto numero di partenza che avevamo deciso posizione iniziale...
249. Richy: No, allora posizione iniziale...
250. I: Ah no lo scrivo, ormai l'hai detto... il numero di partenza moltiplicato per due...
251. Richy: ... e sommato, no, ...aggiungendo uno...
252. I: ... e aggiungendo uno ti dà lo spostamento...
253. RichY: ... della stella marina dal suo corallo.
254. I: ... della stella marina dal suo corallo. **Va bene¹⁹**. Poi? Altre proposte. Tommi?
255. Tommi: Allora...
256. I: Tu pensa che devi dire questa cosa a tua mamma che non sa niente di quello che abbiamo fatto qua dentro.
257. Tommi: ... posizione iniziale per due aggiungendo uno.
258. *Lo criticano in diversi.*
259. I: Mah, ti pare che avrebbe capito quello che abbiamo fatto? Allora, vorrei... sentiamo il tentativo di Stefano.
260. *Tommi vuole intervenire di nuovo.*
261. I: Tommi ci riprovi o non scrivo niente?... Stefano.
262. Stefano: La stella si deve spostare dalla posizione di partenza
263. *Intanto scrivo alla lavagna²⁰:*

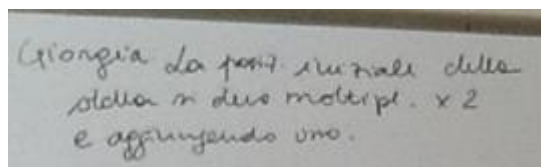


264. I: La stella si deve spostare dalla posizione di partenza.
265. Stefano: ... fino a una posizione...
266. I: ... fino a una posizione...
267. Stefano: ... che si trova due volte più avanti.
268. I: Che si trova due volte più avanti.
269. Stefano: ... e poi si deve spostare di un corallo.
270. I: E poi si sposta di un corallo. Secondo voi è chiara la definizione che ha dato Stefano? Veronica?
271. Veronica: Secondo me è chiara solo che due volte più avanti sembra dire due posizioni più avanti.
272. I: **Allora Veronica dice è chiara però dire 'due volte più avanti' è dire due coralli più avanti.²¹**

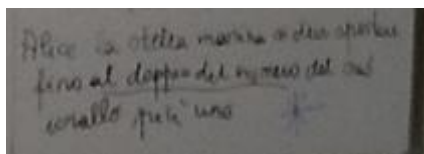
¹⁹ A proposito dello scambio 242-254 vedi commento al rigo 170.

²⁰ Ottima la costruzione collettiva di questo e di altri testi; come ho già scritto, però, suggerisco di negoziare con gli alunni una maggiore assunzione di responsabilità da parte loro in questa costruzione. Un alunno deve sapere che se inizia una spiegazione deve completarla; sarà poi la classe che deciderà assieme a lui qualità, coerenza, completezza, chiarezza del suo contributo.

273. Stefano: E non riesco a trovare un altro modo.
 274. I: Eh, non è facile certo.
 275. Richy: Due volte più avanti del suo numero²².
 276. I: Oh, Richy dice due volte più avanti del suo numero. Oh, però prima volevo sentire, prima di affinare...
 277. Richy: No, ma numero di partenza due volte avanti...
 278. I: Ah, aspetta... Giorgia? Cosa avresti detto?
 279. Stefano: Ah, forse ho trovato.
 280. I: Giorgia, cosa volevi dire?
 281. Giorgia: La posizione iniziale della stella.
 282. I: La posizione iniziale della stella.²³
 283. *Inizio a scrivere alla lavagna.*
 284. Giorgia: si deve moltiplicare per due²⁴
 285. I: si deve moltiplicare per due
 286. Giorgia: e aggiungendo uno
 287. I: e aggiungendo uno.



288. I: Oh, allora vi è chiara questa?... Elisa? Questa può andar bene?
 289. Elisa: Manca dove arriva.
 290. I: Manca dove arriva. Samu come cambieresti?²⁵ Come cambieresti?... Alice come metteresti tu?... Elisa dice che manca dove arriva. Mi provi a dire tu, Alice, la tua definizione, come diresti?
 291. Alice: Ehm. La stella marina si deve spostare...
 292. I: Si deve spostare...
 293. Alice: ... fino al doppio del numero del suo corallo...
 294. I: ... fino al doppio del numero del suo corallo...
 295. Alice: ... e più uno. Cioè aggiungendo uno.
 296. *Intanto scrivo alla lavagna*



297. I: Più uno.

²¹ Condivido quando l'insegnante fa da 'eco' alle affermazioni degli alunni. Ma, sempre nella prospettiva di favorire l'argomentazione ed evitare lo spezzettamento degli interventi e la dipendenza dall'insegnante, qui si sarebbe potuto chiedere a Veronica di proporre lei una variante e quindi scriverla accanto alla precedente, in modo che la classe potesse valutare le due proposte.

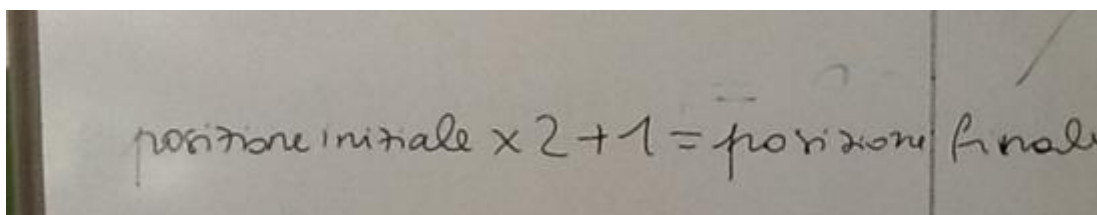
²² Anche qui sarebbe stato il caso di chiedere a Richy di chiarire il suo pensiero formulando una frase completa: cos'è "due volte più avanti del suo numero"? Costruire – pur con fatica – una frase che 'stia in piedi', favorisce la costruzione sociale della conoscenza. Suggesto la rilettura di [Rappresentazioni interne ed esterne e costruzione sociale della conoscenza](#).

²³ L'insegnante dovrebbe non accettare pezzi di frase che da soli non stanno in piedi, ma invitare gli alunni a farsi carico della loro completezza autonomamente, come da contratto condiviso.

²⁴ Mi sembra che ci sia un continuo oscillamento lessicale tra 'posizione' e 'numero della posizione'. Per avvicinarsi alla precisione del linguaggio specifico sarebbe stato utile arrivare prima (vedi nota di Navarra alla riga 220) ad inserire nell'argomentazione il concetto di 'numero'. Questo avrebbe inoltre favorito un passaggio ulteriore verso l'astrazione (la 'posizione' è concreta, il 'numero' è astratto) e avrebbe portato ad evitare errori di coerenza nel testo scritto che l'insegnante, con apprezzabile strategia didattica, sta costruendo: una posizione, infatti, non può essere moltiplicata! Il numero corrispondente, a mio parere, non può passare in secondo piano ed essere considerato meno importante della posizione, come sembra si stia facendo in questa fase dell'argomentazione. *Concordo.*

²⁵ Mi collego al commento precedente. Capisco l'intenzione dell'insegnante di far partecipare gli alunni, ma suggerirei di evitare che un alunno pensi di potersela cavare con un pezzettino di frase. Qui sarebbe stato il caso di chiedere ad Elisa di completare il suo pensiero, invece che passare a Samu. Tendenzialmente bisognerebbe evitare i patchwork argomentativi.

298. Richy: Ma non era del doppio del numero della stella marina? Perché del corallo?
299. I: **No, del suo corallo²⁶**. Alice ha voluto tornare a mettere in evidenza le caratteristiche della storia, quindi ha riparlato di stella marina e di corallo e quindi senza usare i termini generici che avevamo trovato... Va bene. Qual è la cosa che va bene nella sua definizione?
300. Stefano: Ha usato il doppio.
301. I: **Ha usato il doppio che in linguaggio naturale traduce il per due²⁷**.
302. Richy: Prof?
303. I: Dimmi Richy.
304. Richy: Prima che Veronica aveva detto che andava tanto bene per due volte più avanti... *lo interrompono*... che non andava bene... avevo pensato anche che la stella marina si sposta il doppio di se stessa.
305. I: Eh, il doppio di stessa... diventa...
306. Richy: ... è un po' strana...
307. I: C'era qualcuno che voleva ancora dire qualcosa, mh, Veronica? Alan? No? Va bene. Allora questo punto qual è quella che vi piace di più?
308. *Rispondono quella di Alice.*
309. I: Quella di Alice. Ok, allora diamo per buona...
310. Ryan: ... quella di Tommaso che non ha detto nulla...
311. *Si mettono a ridere.*
312. I: Da qui immaginiamo che vogliamo mandare la regola che abbiamo trovato a un alunno che sta in un'altra classe per dirgli come deve spostare le sue stelle marine. Se vogliamo mandargli la regola e vogliamo utilizzare un linguaggio matematico, quale sarà la regola? Sarah, prova a dirmi tu la regola.
313. *Sarah rimane in silenzio.*
314. I: Avete capito la richiesta che ho fatto?
315. *Alcuni dicono di sì.*
316. I: Stefano prova a spiegare la mia richiesta.
317. Stefano: Allora la stella marina si deve spostare per due volte dal suo numero di partenza più uno e arriva alla sua posizione finale.
318. I: ... e arriva alla sua posizione finale. Allora io devo trovare un modo per scrivere in linguaggio matematico questa cosa... Alan.
319. Alan: La posizione iniziale deve essere moltiplicata per due volte e poi aggiungendo uno si trova la posizione finale.
320. I: Il tuo però è ancora linguaggio naturale. Io vorrei che questa cosa qui tu me la traducessi in linguaggio matematico.
321. Stefano: Io forse ho capito.
322. I: Allora vedo solo due mani alzate. Prima Veronica e poi... poi Richy, Stefano... prima Stefano.
323. Stefano: Posizione iniziale per due più uno uguale posizione finale.
324. I: Allora io scrivo come mi hai detto tu... posizione iniziale per due più uno uguale posizione finale.

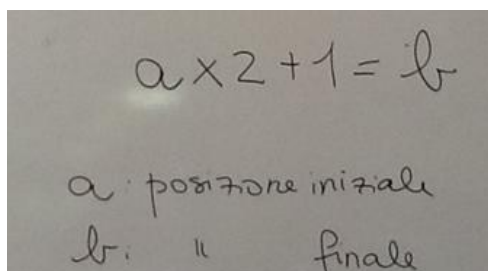


325. I: Allora vi piace così com'è scritto?
326. *Sono incerti.*
327. I: È matematico così scritto?
328. Angelo: Metà sì e metà no.
329. Tommi: Cinquanta e cinquanta.
330. I: Metà sì e metà no... perché Bridget?

²⁶ *Si sarebbe potuto chiedere a qualcuno di rispondere a Richy. Avrebbero potuto essere anche più alunni, e l'insegnante avrebbe potuto lasciare che si arrangiassero fra loro. Il famoso rapporto tra pari è (lo si vede da moltissimi diari) alquanto trascurato nella prassi didattica. Chiamiamo questo ruolo 'smistatore di traffico argomentativo'.*

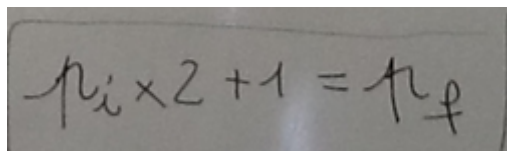
²⁷ *Stefano poteva essere invitato a spiegarsi in modo più completo. La frase così com'è – che peraltro viene accettata dall'insegnante – non è d'aiuto né a Stefano, né ai compagni e nemmeno all'insegnante, che sente il bisogno di concluderla. Ma perché lei e non l'alunno? Mi sembra di poter dire che tutto l'andamento linguistico e cognitivo del diario ha questo ritmo spezzettato che a volte viene 'concluso' o precisato dall'insegnante, per cui non resta che ribadire quanto affermato nella nota alla riga 170.*

331. Bridget: No, io volevo dire un'altra cosa.
 332. I: Ah, dimmi un altro modo.
 333. Bridget: Non vorrei sbagliare.
 334. I: Non ti preoccupare, non ti do voto. È l'unica lezione senza voto questa.²⁸
 335. Bridget: Posizione iniziale alla seconda più uno...
 336. I: Vabbé, neanche non ascolto... andiamo avanti.²⁹
 337. *Rispondono a Bridget.*
 338. Richy: In questo caso fai 78 per 78 e non 78 più 78.
 339. I: Non devi fare 'per' devi fare 'più'... per due non per se stesso... Allora, Veronica?
 340. Veronica: Numero a per due più uno è uguale a numero b.
 341. I: Oh, Veronica dice a per due più uno è uguale a b.



$a \times 2 + 1 = b$
 a: posizione iniziale
 b: " finale

342. I: Chi è a?
 343. *Rispondono in coro* La posizione iniziale!
 344. I: a è la posizione iniziale.
 345. I: Chi è b?
 346. *Rispondono* La posizione finale.
 347. I: Vi sembra abbastanza matematica questa scrittura?
 348. Richy: Volevo dire la stessa cosa solo con altre lettere.
 349. I: Allora: Richy voleva dire la stessa cosa con altre lettere. Va bene, dimmi Richy.
 350. Richy: Pensavo pF, cioè p...
 351. I: Posizione iniziale per due più uno è uguale a pF, cioè posizione finale³⁰.



$p_i \times 2 + 1 = p_f$

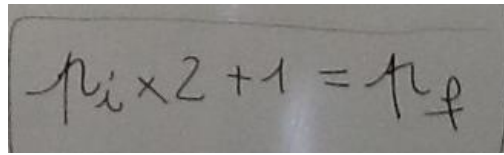
352. Angelo: Ma non è cambiato niente.
 353. Stefano: Cosa sono pF e pI?
 354. I: Invece di scrivere a ha scritto pI e invece di scrivere b ha scritto pF.
 355. Alan: Prof.
 356. I: Dimmi Alan.
 357. Alan: Che a per due più uno è uguale a b è più geometrico.
 358. I: È più geometrico perché ti ricorda i nomi dei segmenti?
 359. *Nel frattempo suona il campanello e la lezione deve concludersi.*
 360. Alan: Sì, mentre pF e pI...
 361. I: ... è più legato alla situazione dei coralli. Maria quale sceglieresti tu, da mandare al nostro amico della classe accanto?
 362. Maria: La seconda.
 363. *In coro rispondono tutti* la seconda.
 364. I: Siamo tutti d'accordo a scegliere la seconda?
 365. *Un coro di sì.*
 366. Stefano: Bravo Richy.
 367. Richy: Allora, ma anche se sceglievamo la prima era la stessa cosa.

²⁸ Perché?

²⁹ Capisco che quanto detto da Bridget possa essere deviante rispetto all'obiettivo della lezione, tuttavia avrei chiesto agli alunni di spiegare a Bridget cosa non andava nella sua affermazione, senza stigmatizzarla. Gli alunni lo hanno fatto spontaneamente, ma sembra quasi per stigmatizzare ulteriormente l'errore e farsi apprezzare dall'insegnante. Non mi pare che l'insegnante abbia adottato una strategia includente nei confronti di Bridget! Mi piacerebbe sapere cosa abbia appreso Bridget alla fine della lezione. Forse è rimasta per strada.

³⁰ Perché l'insegnante non lo fa dire a Richy? Già.

368. I: Certo, era esattamente la stessa cosa.
369. Stefano: Cambiano solo le parole.
370. I: Cambiano solo le lettere, sì... Bene, Bravi, ragazzi.


$$n_i \times 2 + 1 = n_f$$