PERCORSI ESPLORATIVI DI AVVIO AL PENSIERO ALGEBRICO ATTRAVERSO PROBLEMI[1]

Navarra Giancarlo
GREM, Dipartimeno di Matematica, Università di Modena, Italia

1. Il quadro teorico

Le premesse dell'attività si collocano nelle difficoltà che gli studenti incontrano quando vengono avviati allo studio dell'algebra e nella consapevolezza che parte di esse traggono origine da una didattica dell'aritmetica che non tiene sufficiente conto dei problemi connessi con il passaggio all'algebra (Kieran, 1992). Molti ricercatori sottolineano come ogni insufficienza in aritmetica finisca per provocare difficoltà in algebra anche in studenti di cicli superiori di studi (Boulton-Lewis, Cooper & Al., 1997). Spesso infatti l'insegnamento dell'aritmetica, rivolto soprattutto al risultato di processi di calcolo, è poco attento al fatto che lo sviluppo di un concetto matematico comporta la necessità dello sviluppo di un concetto relazionale (Wolters, 1995). Da qui l'opportunità di far interagire conoscenze aritmetiche con conoscenze algebriche così da permettere un efficace slittamento fra le due interpretazioni (Rubio, 1990) rivisitando l'aritmetica in contesti algebrici (Malara, 1996), aiutando gli studenti a passare dalla concezione dell'espressione letterale come sequenza di operazioni da eseguire a quella formale-algebrica di tipo polinomiale (Da Rocha Falcão, 1996).

Spesso l'algebra viene considerata come una generalizzazione universale che può essere applicata in modo non problematico a situazioni scolastiche diverse fra loro e assumere quindi la stessa forma in ogni contesto in cui viene applicata. La teoria Vygotskyana suggerisce invece che gli studi degli alunni non possano essere separati dall'influenza esercitata su di loro dal curriculum scolastico, dalla cultura della scuola e dell'ambiente sociale nel quale sono inseriti (Rojano & Sutherland, 1996).

Molti lavori evidenziano come ogni concetto si sviluppi all'interno di specifiche pratiche sociali (Brito Lima & Da Rocha Falcao, 1997; Meira, 1996), sottolineano l'opportunità di una maggior attenzione alle convinzioni degli studenti (Mac Gregor & Stacey, 1996) e ai modi nei quali essi, nei diversi ordini di scuola, rappresentano da soli a se stessi le situazioni problematiche e le risolvono spontaneamente in relazione alla loro sottostante esperienza (Bednarz & Dufour-Janvier, 1994) o elaborano e/o riorganizzano le loro attività di soluzione di problemi algebrici (Cifarelli, 1990).

Allo scopo di favorire il passaggio dall'aritmetica all'algebra sono state esplorate dai ricercatori *metafore culturalmente significative* come la *bilancia a piatti* (Filloy e Rojano, 1984; Vergnaud e Cortes, 1986; Dias Schliemann, Brito Lima, Lins Santiago, 1992, Da Rocha Falcão, 1995), la sua *rappresentazione* (Lima & Falcão,

[1] Versione italiana dell'articolo presentato per la pubblicazione negli Atti del PME (International Group for the Psychology of Mathematics Education) 23, Haifa, 1999.

1997), o il suo modello computerizzato (Aczel, 1998) mettendone in evidenza pregi e limiti.

Lo schema della bilancia a piatti (strumento didattico di uso comune nella scuola italiana) connessa con l'idea familiare di equilibrio, rappresenta lo sforzo di offrire una metafora dell'equivalenza algebrica fra i due termini di una equazione e un supporto per la rappresentazione simbolica, che possa creare i fondamenti semantici per l'introduzione del formalismo algebrico. Sono ben noti i suoi limiti, legati al rischio di costruire stereotipi derivanti dall'enfasi eccessiva data a tale supporto.

In questo senso troviamo convincenti l'attenzione prestata da Falcão alla trasposizione in termini di *rappresentazione* dal linguaggio naturale nel quale sono espressi i problemi a quello algebrico-formale e alla negoziazione del contratto didattico per la soluzione dei problemi algebrici *"Prima rappresenta, poi* riso*lvi"*. Riteniamo che in tale modo si agisca positivamente sulla tendenza degli alunni a risolvere i problemi verbali usando descrizioni algoritmiche piuttosto che formulare equazioni algebriche (Garancon, Kieran & Boileau, 1990).

Troviamo altrettanto convincente l'importanza data alla *costruzione collettiva delle conoscenze,* e in particolare del concetto di equazione lineare, visto come punto di arrivo di un percorso centrato su schematizzazioni successive di rappresentazioni di situazioni relative all'uso della bilancia, percorso che consente di puntare l'attenzione degli allievi sui principi di equivalenza come "teoremi in atto".

2. L'ipotesi

All'interno di questo quadro di riferimento, in accordo con Freudentahl (Freudentahl, 1974) formuliamo l'ipotesi: (i) che sia opportuno e possibile anticipare alla scuola primaria (10-11 anni) l'approccio all'algebra *a condizione di predisporre un contesto socio-culturale nella classe in cui possano essere esplorati importanti aspetti del campo concettuale dell'algebra;* (ii) che sia necessario avviare quindi un'azione di sensibilizzazione sugli insegnanti su quali siano *le concezioni didattiche più produttive per favorire negli alunni il passaggio dal pensiero aritmetico a quello algebrico.*

3. La metodologia

La ricerca è stata svolta con 180 alunni e 14 insegnanti della scuola primaria e un campione di 24 alunni del primo anno della scuola secondaria e si inserisce in una ricerca più ampia sul rapporto aritmetica - algebra che il nostro gruppo di ricerca (GREM) sta conducendo dal 1992 su studenti dagli 11 ai 16 anni (Malara 1996).

L'attività è stata organizzata a livelli diversi: in rapporto agli insegnanti e in rapporto agli alunni. Gli incontri di programmazione, verifica, formazione si sono alternati all'intervento periodico dei ricercatori nelle classi, con lo scopo di implementare le fasi dell'attività e di mantenere il controllo sulla continuità metodologica.

Sono state sviluppate le seguenti fasi: (1) (2) soluzione di problemi algebrici attraverso l'uso della bilancia; (3) (4) rappresentazione della bilancia ed elaborazione di *equazioni ibride* (nelle quali far coesistere provvisoriamente linguaggio naturale, linguaggio iconico e operatori formali matematici); (5) (6) soluzione di problemi algebrici di maggiore complessità mediante l'impostazione di equazioni di primo grado ad una o due incognite.

4. Le fasi

(1) Viene proposto il seguente problema (ripreso da Falcão):

Elisa ha 5 bustine di francobolli e due francobolli sciolti, e il suo amico Ivan ha tre bustine di francobolli dello stesso tipo e, inoltre, 6 francobolli sciolti. I due ragazzi hanno in tutto lo stesso numero di francobolli. Quanti francobolli ci sono in ogni bustina?

I protocolli vengono commentati collettivamente. Lo scopo è di analizzare le strategie degli alunni di fronte ad un tale problema e verificare quanti visualizzano graficamente la situazione.

(2) Proponiamo delle esperienze con la bilancia (i pesi sono contenitori di sale, riso, farina) corrispondenti ad altrettante equazioni ($x = 200$; $2x = 200$; $x + 50 = 120$; $150 + x = 4x$; $x + 270 = 5x + 60$); si individuano tre princìpi (P0: “Se ci sono pesi uguali nei due piatti della bilancia allora la bilancia è in equilibrio”; P1: “Se togliamo un peso da un piatto dobbiamo togliere lo stesso peso anche dall'altro affinché la bilancia rimanga in equilibrio” (questo condurrà alla legge di *cancellazione*); P2: “Se dividiamo il contenuto di un piatto dobbiamo dividere per lo stesso numero anche il contenuto dell'altro affinché la bilancia rimanga in equilibrio”).

(2) La bilancia viene abbandonata e vengono proposti dei problemi del tipo:

Sul piatto di una bilancia ci sono due confezioni uguali di caramelle, un pacchetto di noccioline e un peso di 40 grammi; sull'altro piatto c'è un peso di 90g, un pacchetto di noccioline identico al precedente e una confezione di caramelle identica alle precedenti. Trova il peso di una confezione di caramelle

Si costruisce collettivamente, attraverso successive semplificazioni, uno <u>schema di bilancia</u>, che viene usato per risolvere problemi corrispondenti ad altrettante equazioni (ad es: $a + x = b$; $2x + y + a = b + y + x$; ecc.). Il nuovo contratto didattico prevede di *rappresentare la situazione prima di risolverla,* con l'utilizzo di <u>figure</u> scelte dagli alunni, che vengono a loro volta semplificate. I problemi si risolvono eliminando *graficamente* delle icone. Ogni volta bisogna indicare di quale icona-incognita si sta cercando il valore. La rappresentazione va riscritta dopo ogni tornata di cancellazioni sino alla rappresentazione finale nel formato “icona = valore”. Lo scopo è di verificare se la rappresentazione della situazione sia una mediazione efficace tra la precedente esperienza concreta e l'inizio di un'attività più formalizzata.

(4) Si ripropone il problema (1); i nuovi protocolli vengono confrontati con i precedenti. L'obiettivo è di verificare se gli alunni siano in grado di individuare la “bilancia” nell'uguaglianza delle due collezioni e di impostare l'equazione e risolverla applicando i princìpi.

(5) Si presentano dei problemi verbali ambientati in contesti completamente diversi. Ogni testo contiene dei disegni che facilitano l'individuazione delle parti che devono essere messe in relazione per impostare l'equazione. Il contratto didattico prevede che: (i) non si tratta di problemi di verifica delle competenze acquisite, (ii) sono ancora “problemi della bilancia”; (iii) non bisogna cercare di risolere il problema ma rappresentare l'equivalenza. Gli alunni devono quindi: 1) individuare le frasi contenenti le informazioni relative ai “contenuti dei piatti”; 2) *rappresentare* la situazione di equilibrio; 3) risolvere l'equazione. **Viene stimolato un progressivo abbandono delle icone e l'assunzione al loro posto di lettere**. Questo passaggio è avvenuto in modi differenziati nelle classi coinvolte e - come diremo nelle conclusioni - ci ha posto nell'ottica di un approfondimento.

(6) Si propone un ultimo set di problemi verbali algebrici Lo scopo è di verificare il livello del controllo e dell'autonomia nella scrittura dell'equazione risolutoria, nella manipolazione dei simboli e nell'applicazione dei princìpi.

5. Analisi dei risultati

Per semplicità espositiva presenteremo l'analisi dei risultati ottenuti con alunni di 10 anni (grade 5) articolata secondo i punti considerati

(1) L'universo delle risposte al problema viene riassunto nella seguente tabella:

<table>
<tr><td colspan="2">Risolve
25,6%</td><td colspan="2">Non risolve
74,4%</td></tr>
<tr><td>non rappresenta
7,6</td><td>rappresenta
18,0%</td><td>rappresenta
28,3%</td><td>non rappresenta
46,0%</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">rappresenta (spontaneamente)
46,3%</td><td></td></tr>
</table>

Dei 78 alunni del campione in esame, il 46,3% rappresenta la situazione graficamente; di questi il 18,0% individua il risultato corretto e il 28,3% no. Dei 58 alunni che non risolvono il problema il 38% usa la rappresentazione, il 62% no.

Concludiamo che, se non è detto che l'alunno che rappresenta la situazione sappia utilizzarla per risolvere il problema, ha però più probabilità di esito favorevole (nel rapporto di1 a 1,5) rispetto a coloro che non la rappresentano (nel rapporto di 1 a 6).

Quindi: un uso della rappresentazione grafica (spontanea o su invito “astratto” dell'insegnante) rischia di non portare ad un esito positivo se l'alunno non possiede il controllo semantico della rappresentazione.

(2) Nei tre problemi iniziali con la bilancia gli alunni intuiscono subito la “soluzione”. Trovano *evidente* che nel primo caso *«x pesa per forza 200 grammi»,* nel secondo *«Si fa 120 meno 50»* e nel terzo *«Bisogna dividere 200 per 2»;* è evidente nel senso che sono evidenti le *operazioni*. Li facciamo riflettere sul *perché* delle operazioni e sulla necessità di mantenere l'equilibrio fra i piatti. Quasi tutti colgono il passaggio dall'aspetto *procedurale* a quello *relazionale* e comprendono che va cancellato o diviso il contenuto di <u>entrambi</u> i piatti.

Le soluzioni proposte da due alunni (relative alla situazione 150 + x = 4x) fanno comprendere la differenza fra i due atteggiamenti:

Thomas (soluzione intuitivo-procedurale di una soluzione trovata): *«Per trovare quanto pesa una scatoletta, io ho fatto in questo modo: se ogni scatoletta pesasse 50g, 50g x 4 fa 200g, peso che c'è sul piatto destro; 150g più 50g fa 200g, quindi il peso di ogni scatoletta è di 50g»*.

Serena (soluzione relazionale): *«Siccome la bilancia è in equilibrio, se togliamo una scatoletta da entrambi i membri la bilancia resta in equilibrio. Quindi se dividiamo i 150g restanti nel primo piatto per le 3 scatolette restanti nell'altro piatto si trova il peso di una scatoletta»*.

(3) Questa parte è molto delicata perché si affronta uno fra gli aspetti più importanti del *gap epistemologico* fra l'aritmetica e l'algebra concernente i contratti espliciti e impliciti soggiacenti le due procedure. L'aritmetica comporta un'*immediata* ricerca della soluzione, l'algebrica, al contrario, *pospone* la ricerca della soluzione e comincia con una trasposizione formale dal dominio del linguaggio naturale ad uno specifico sistema di rappresentazione.

Nel corso dell'attività si fissano due convenzioni: "Cose differenti devono essere rappresentate con simboli differenti"; "Una volta scelto un simbolo per rappresentare una grandezza sconosciuta, esso non può essere usato per rappresentare un'altra grandezza sconosciuta né può essere cambiato".

Gli alunni cominciano ad operare direttamente sui simboli iconici (*«Eliminiamo un tondo per parte» «Il triangolo pesa 20 grammi»)* anche se per molti essi rimangono a lungo come rappresentazioni dell'*oggetto* o del *peso della confezione* (visto come una *qualità dell'oggetto)*.

Nel passaggio dalla bilancia concreta ai problemi verbali il contratto prevede una progressiva *pulizia dei simboli iconici:* inizialmente il disegno "naturalistico" è preferito a quello schematico, perché, come dice un'alunna *«Si capisce meglio se si tratta di un pacchetto di caramelle o di un torrone»*.

Un momento di interessante discussione si ha nel confrontare le rappresentazioni: ○ ○ ○; □○+○+○□. Gli alunni non incontrano particolari a difficoltà a convenire come più pertinente porre il segno "+" anche fra le icone oltre che fra i numeri dal momento che l'icona rappresenta un *numero.*

Analizziamo diverse possibilità di rappresentare provvisoriamente il 1° princìpio:

(i) $15 + 2\circ = 37$	(ii) $15 + 2\circ = 37$	(iii) $\cancel{15} + 2\circ - \cancel{15} = 37 - 15$
$\cancel{15} + 2\circ = \cancel{15} + 22$	$\downarrow$-15 $\quad\downarrow$-15	$2\circ = 22$
$2\circ = 22$	$2\circ = 22$	

Viene adottato un contratto che prevede le scritture (i) (soprattutto) o (ii).

Il 2° principio accentua le difficoltà del passaggio dalla rappresentazione additiva alla moltiplicativa. È frequente che si mescolino i princìpi, ad es: *«A sinistra <u>si</u>*

divide per 2 e a destra si tolgono due quadrati». Emergono le difficoltà concernenti l'applicazione del 2° principio in tre diverse rappresentazioni:

- la scrittura additiva comporta l'uso delle parentesi: $(m + m + m) : 3 = 150 : 3$;
- la scrittura $3m : 3 = 150 : 3$ si presta all'interpretazione "tre oggetti";
- la scrittura moltiplicativa $3 \times m : 3 = 150 : 3$ richiede una consapevolezza che nella fase iniziale è difficile far raggiungere agli alunni.

Alla fine si opta per questa scrittura provvisoria:

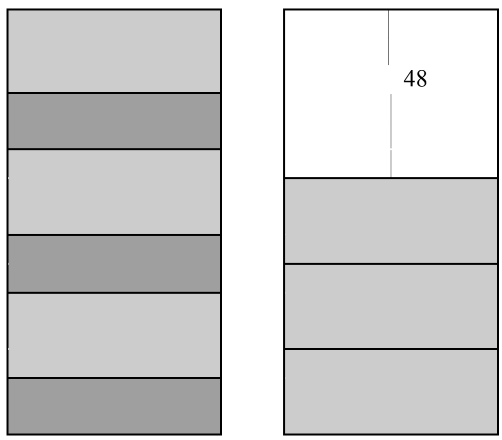
$$\begin{array}{ccc} 3m : 3 & = & 150 : 3 \\ \downarrow{:3} & & \downarrow{:3} \\ m & = & 50 \end{array}$$

(4) Si nota una rilevante differenza nella rappresentazione dell'uguaglianza ($5x + 2 = 6x + 2$) fra gli alunni dell'ultimo anno della scuola primaria (10 anni) e quelli del primo anno della secondaria (11 anni). Le rappresentazioni corrette o in zona prossimale di sviluppo sono il 30% fra i primi e il 90% fra i secondi; di queste ultime, il 28% contiene lettere, il 48% icone e il 24% un linguaggio misto.

(5) Le equazioni corrette all'interno delle classi del campione variano fra il 10% al primo problema all'80% del quarto - quinto problema della serie. Per evidenziare l'evoluzione delle competenze degli alunni (10 anni) analizziamo dei protocolli relativi ad alcuni problemi.

(A) Problema delle torri
(10% di equazioni corrette)

I disegni rappresentano due torri costruite con dei blocchetti di legno di tipo diverso (a colori uguali corrispondono blocchetti uguali). Trova quanto è alto ognuno dei tre blocchetti sottili della torre di sinistra.

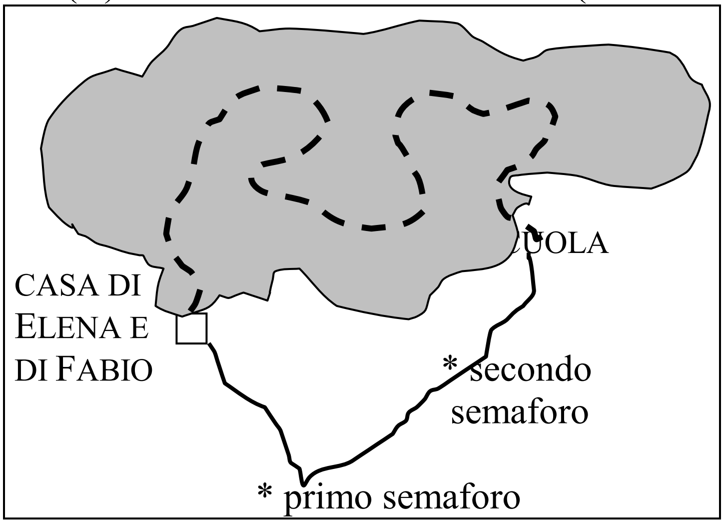


Un esempio di protocollo corretto di un alunno di 10 anni (scritto in colonna):

$3x + 3y = 3y + 48$; $3x = 483x : 3 = 48 : 3$; $x = 16$

In molti casi emerge quella che definiamo *persistenza semantica:* l'icona (o la lettera) porta in sé impropriamente il significato della forma (del nome dell'oggetto) da cui deriva (per esempio "cassetta della frutta" e non "numero dei chilogrammi della frutta contenuta nella cassetta").

(D) Elena e Fabio vanno a scuola (mediamente 60 % di equazioni corrette)



Elena e Fabio per andare a scuola seguono due strade diverse che hanno però la stessa lunghezza di 450 metri.
Elena va a piedi attraverso il parco.
Fabio invece, che usa la bicicletta, oltrepassa due semafori e poi ha ancora 100 metri da percorrere.
I due primi tratti della strada di Fabio sono uguali.
Quanto misura ognuno di essi?

I protocolli evidenziano l'acquisizione di una diffusa autonomia. Questo è un esempio i protocollo corretto

$s + s + 100 = 450$; $s + s + \cancel{100} = \cancel{100} + 350$; $s + s = 350$; $2s : 2 = 350 : 2$; $s = 175$

La maggiore abitudine all'uso dei simboli non accompagnata da una pari consapevolezza dei significati, porta ad errori 'classici' di tipo sintattico e procedurale. Alcuni esempi:

$100 + 2x = 450$ *[equazione corretta]*
$100 : 3 = 450 : 3$ *[sparizione dell'incognita]*
$25 = 115$ *[calcoli sbagliati]*
$25 + 45$ *[calcolo incomprensibile]*

$L + 2L = 450$ *[non riconosce un dato; uso improprio della lettera]*
$3L = 450$ *[passaggio corretto]*
$3L : 3 = 450 : 3$ *[passaggio corretto]*
$L = 3$ *[calcoli sbagliati]*

$B + 100 = 450$ *[individua l'incognita una sola volta]*
$B + 100 = 350 + 100$ *[passaggio corretto]*
$B = 350$ *[passaggio corretto]*

(7) Problema dei fossili (66 % di equazioni corrette)

Due gruppi di studenti, separatamente l'uno dall'altro, sono impegnati a cercare dei fossili fra le rocce di un fiume. Il secondo gruppo è più sfortunato perché trova esattamente la metà dei fossili trovati dal primo.
Dopo qualche ora i due gruppi si riuniscono e mettono in comune i fossili che hanno trovato. Complessivamente hanno raccolto 36 fossili.
<u>Quanti sono quelli trovati dal gruppo più sfortunato?</u>

L'incognita spesso viene collocata a destra e qualche volta cambia di posto nel corso della soluzione dell'equazione. I protocolli (tutti di alunni di 10 anni) mostrano un netto miglioramento nel controllo del linguaggio simbolico e - in generale - una grande varietà di impostazioni. Alcuni esempi:

(a) equazioni e risoluzioni corrette

$A + A + A = 36$	$2f + f = 36$	$36 = 3F$
$3A = 36$	$f + f + f = 36$	*(continuata con aiuto)*
$3A : 3 = 36 : 3$	$3f : 3 = 36 : 3$	
$A = 12$	$f = 12$	

$F + F : 2 = 36$	$36 = F + B$	$1/2F + F = 36$
ricomincia	$36 = 2F + F$	*(continuata con aiuto)*
$1/2F + 1/2F + 1/2F = 36$	$3F = 36$	
$3/2F = 36$	$3F : 3 = 36 : 3$	
$3/2F : 3 = 36 : 3$	$F = 12$	
$F = 12$		

(b) risposte scorrette (34%)

$36 = f + b$	$36 = 3/2$	$f + f = 36$
$18 + 12 = 12 + 1b$	$36 = 3/2$	$2f = 36$
$18 = 1b$	$36 : 3 = 3/2 : 3$	
	$12 = 1/2$	

6. Conclusioni

Uno dei nodi attorno ai quali si sviluppa la ricerca è costituito dal delicato passaggio dai simboli iconici a quelli letterali come *sintesi* delle varie icone precedentemente utilizzate dagli allievi. Si è notato sin'ora che, al momento della scelta della rappresentazione, la maggioranza degli alunni ha optato spontaneamente per l'uso di icone, che sono state progressivamente “depurate” sino a divenire figure più o meno geometriche. Nelle due classi nelle quali gli alunni hanno adottato sin dall'inizio, altrettanto spontaneamente, l'uso delle lettere, questo è dipeso dall'attività didattica svolta in precedenza dalle insegnanti, che aveva favorito attraverso varie strade (aritmetica e/o geometrica) l'uso di simboli letterali.

Mentre l'uso delle icone risulta spontaneo, il passaggio dall'icona alla lettera deve essere stimolato dall'insegnante, ed è quindi *sovrastrutturale* rispetto alle conoscenze dell'alunno. Non sono comunque emerse differenze significative nelle difficoltà dell'uso delle une o delle altre. In ogni caso, il passaggio dall'icona alla lettera è legato alla comprensione del significato del simbolo, cioè che si tratta comunque della rappresentazione di una *quantità.* Si può dire, in prima battuta, che se tale comprensione è avvenuta con l'icona, il passaggio alla lettera è relativamente indolore; in caso contrario, esso non sembra favorirlo.

In una prospettiva didattica, con gli alunni di 10 anni sembra più “naturale” - e quindi opportuno - un uso iniziale delle icone più prolungato, mentre con quelli di 11 anni il passaggio può essere velocizzato. Ma anche questa ipotesi dovrà essere verificata nel prosieguo della ricerca.

Bibliografia

Aczel J., 1998, Learning algebraic strategies using a computerised..., *Proc. PME 22,* v.2, 1-8.
Bednarz N., Dufour-Janvier, 1994, The emergence and development... , *Proc. PME 18,* 2, 64-71.
Boulton-Lewis G.M. & al., 1997, The transition from arithmetic to... , *Proc. PME 21,* 2, 89-96.
Brito Lima A., Falcâo J., 1997, Early development of algebraic... , *Proc. PME 21,* 2, 201-209.
Cifarelli V., 1990, The development of conceptual structure as a... , *Proc. PME 14,* 2, 19-26.
Da Rocha Falcâo J.T., 1995, World problems operational invariants in... , *Proc. PME 19,* 2 , 66-73.
Da Rocha Falcâo J.T., 1996, Clinical Analysis of difficulties in... , *Proc. PME 20,* 2, 257-263.
Dias Schliemann & al., 1993, Understanding equivalences through..., *Proc. PME 17,* 2, 298-305.
Freudenthal H., 1974, Soviet Research on Teaching Algebra ..., *Educ. Stud. Math.* n. 5, 391-412
Garancon M., Kieran K., 1990, Introducing algebra: a functional..., *Proc. PME 14,* 2, 51-58.
Kieran K., 1992, The Learning and Teaching of School Algebra, in Grouws D.A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, NY, 390-419
Mac Gregor M., 1991, *Making Sense of Algebra: ...,* Deakin Univ., Geelong, Victoria, Australia
Mac Gregor M., Stacey K., 1996, Learning to formulate equations... , *Proc. PME 20,* 3, 289-296.
Malara N., 1996, Il pensiero algebrico: come promuoverlo..., *L'Educazione Matematica*, 1, 80-99
Meira L., 1996, Students' early algebraic activity: sense making and... , *Proc. PME 20,* 2, 257-263.
Rojano T., 1996, Sutherland R., Ways of solving algebra problems:..., *Proc. PME 20,* 3, 377-384.
Rubio G., 1990, Algebra word problems: a numerical approach for... , *Proc. PME 14,* 2, 125-132.