

# La ricerca di regolarità per favorire lo sviluppo del pensiero relazionale

Giancarlo Navarra

I.C. 'G.Rodari', S.Giustina (BL) - GREM Modena

*Abstract.* We present the results of experimental activities carried out within four years in various Italian kindergartens and dealing with the research of regularities. Explorations of different kinds of sequences are illustrated through pupils' protocols and classroom scenes setting out to find the module, the structural analogy and the embryo of the 'unknown' and of the 'infinite', moving towards generalization. Aspects linked to verbalization and argumentation (the so-called 'logical babbling' phase) are emphasized.

Regolarità, pensiero relazionale, balbettio, verbalizzazione, generalizzazione

## 1. Introduzione

L'algebra *per tutti*: capire l'algebra è un *dovere* o un *diritto*? Se si ritiene che sia innanzitutto un diritto, allora bisognerebbe che la scuola diventasse un luogo nel quale *ogni* studente potesse raggiungere questo tipo di conoscenza, cioè che la scuola lo mettesse nella condizione di esplorare in modo significativo le sue personali propensioni verso le esperienze intellettuali offerte dall'universo matematico. Potremmo dire, in generale: di migliorare la conoscenza che l'alunno comincia a formare di se stesso. In altre parole: solo se riesco ad avvicinarmi al *senso* di una scelta, riesco a *scegliere* davvero.

È qui che questa premessa trova il suo collegamento con la scuola dell'infanzia. L'embrione del pensiero che si svilupperà nel tempo nella direzione dell'algebra va formato prestissimo, ben prima della scuola superiore, ben prima del momento in cui la tradizione didattica colloca l'avvio all'algebra (verso la fine della scuola media), prima ancora che comincino ad accumularsi le conoscenze aritmetiche. L'embrione va collocato proprio *all'origine*, quando il bambino comincia ad *osservarsi mentre osserva* il mondo, a riflettere sulla sua organizzazione, ad esplorare i suoi significati e le sue regole, le sue somiglianze e le sue diversità, e comincia a trovare il gusto di comunicare ai suoi simili le sue scoperte di animale sociale attraverso il linguaggio. O, meglio: attraverso *i* linguaggi.

Un possibile, ricchissimo ambiente in cui collocare questa *origine* è rappresentato dalla ricerca di regolarità.

## 2. Una questione di economia

La ricerca di regolarità è preziosa per la formazione del pensiero logico in quanto favorisce il passaggio alla *generalizzazione*: far cogliere una situazione di regolarità significa infatti insegnare ad individuare la chiave di lettura della *struttura* considerata.

Vediamo come questi concetti possano trovare ospitalità in attività nella scuola dell'infanzia o nel primo anno della scuola primaria nel corso delle quali si avvii l'esplorazione di insiemi di elementi noti come *successioni*.

Un gruppo di alunni comincia con l'esplorare nella realtà che lo circonda file di elementi disposti in ordine *casuale* (una coda di persone, le macchine ferme al semaforo), e altre (una fila di bambini o di oggetti, una ringhiera, un fregio) costruite secondo un ordine *prestabilito*, conseguente alla scelta di un modulo che si ripete (maschio-femmina, giallo-blu-blu, e così via). Questa attività introduttiva si propone di favorire la concentrazione sulle seconde, e quindi il passaggio dal *caso* alla *regolarità*.

Una volta individuate le file (o righe) *ordinate*, gli alunni ci giocano con la guida dell'insegnante: "Come continuereste questa fila, con un bambino o con una bambina?" "Che cosa aggiungereste qui: un tappo o un bottone? E dopo? Come andreste avanti?" Oppure si prepara una fila di seggioline colorate (disposte secondo un modulo prestabilito) fra le quali ce n'è una coperta con una stoffa. Alcuni alunni, che erano usciti dall'aula, vengono fatti rientrare: "Sapete scoprire il colore della seggiola coperta?".

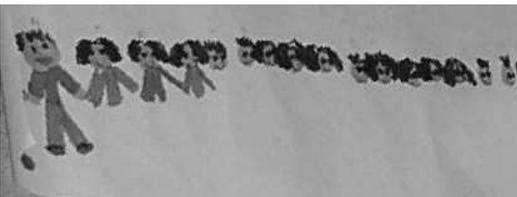
Tutte queste esplorazioni vengono accompagnate da disegni, e qui possono nascere situazioni molto significative dal punto di vista di un avvio ingenuo alla generalizzazione.

Vediamo tre esempi; due della scuola dell'infanzia e uno di una prima elementare.

Un gruppo di 'grandi' dell'infanzia ha giocato con delle file aventi moduli diversi e i bambini hanno disegnato le varie situazioni. Scegliamo e commentiamo alcune rappresentazioni:



Riccardo disegna la fila dei bambini in modo realistico, ricco di dettagli. Gli interessa rappresentare degli amici; il piano su cui lavora è *affettivo* ed *espressivo*.



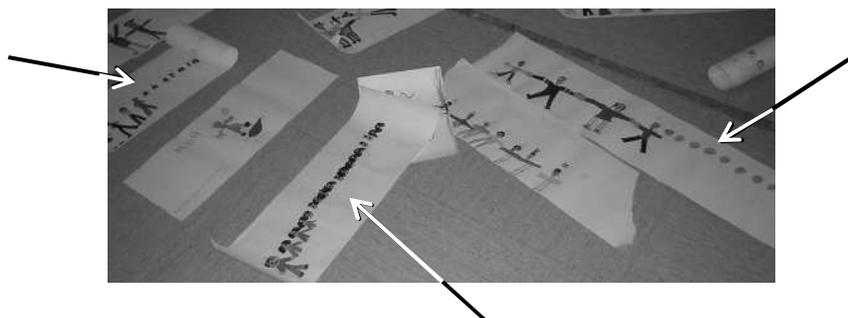
Aurora, dopo il primo disegno completo, riduce progressivamente le parti delle figure sino alla ripetizione delle sole teste.



Vincenzo si è stancato di fare disegni ‘belli’ della successione di modulo ‘maschio-femmina’ e ha pensato di scrivere – del tutto spontaneamente – la sequenza di lettere ‘FM’.

È evidente il passaggio dalla *concretezza* verso l'*astrazione*. I disegni di Aurora e Vincenzo sono più schematici dei precedenti, eliminano il superfluo (Aurora evidenzia in modo molto chiaro la progressiva *rarefazione del segno*). In Aurora si passa all'uso di *simboli iconici* (si può parlare di sineddoche, la parte per il tutto), in Vincenzo le persone sono rappresentate addirittura con dei *simboli letterali*.

Il confronto collettivo dei disegni – spontaneo o indotto dall'insegnante - conduce alla *condivisione delle conoscenze*. Altri bambini fanno propria l'idea e completano le loro rappresentazioni con dei simboli:

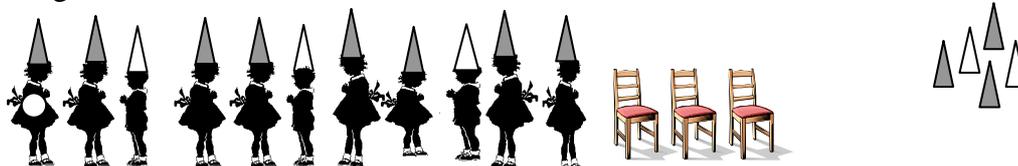


Il sapere costruito collettivamente accresce quella che Brousseau e Centeno chiamano la *memoria didattica* del gruppo.

Il secondo episodio. In una classe di scuola dell'infanzia i bambini sono seduti uno accanto all'altro secondo il modulo AAB; le femmine indossano un cappello blu (grigio) e i maschi uno giallo (bianco). La prima bambina della fila ha un contrassegno. Gli alunni rimasti in piedi devono occupare le sedie vuote rispettando il modulo. Dei cappelli avanzati sono appoggiati su un tavolo.



I bambini si posizionano correttamente ma non ci sono più maschi per proseguire la fila e ci sono ancora sedie vuote.



Erwin si toglie il cappello e lo posa sulla prima sedia vuota dicendo: 'Facciamo finta che qui ci sia un bambino'. Gli altri alunni seguono l'idea e mettono sulle altre sedie vuote alcuni dei cappelli avanzati.



Erwin compie un'operazione 'normale' per un bambino ('facciamo finta che...') che in questo contesto assume però una preziosa valenza verso una potenziale astrazione. Come nel caso precedente, il gruppo funziona come un centro collettivo di informazioni e la conoscenza costruita socialmente viene distribuita fra i suoi componenti.

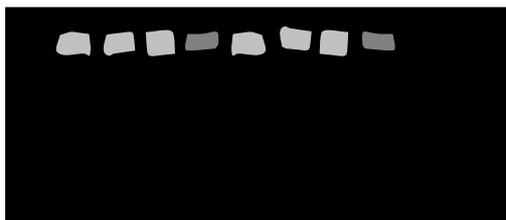
Il terzo episodio si riferisce ad una prima elementare, ma qualcosa di molto simile accade anche durante esperienze analoghe nella scuola dell'infanzia. Riportiamo il diario del particolare momento dell'attività sul quale intendiamo concentrare l'attenzione del lettore.

*Gli alunni tengono gli occhi chiusi.  
L'insegnante colloca sulla cattedra dei cartoncini verdi e grigi formando questa successione con modulo verde-verde-verde-grigio:*

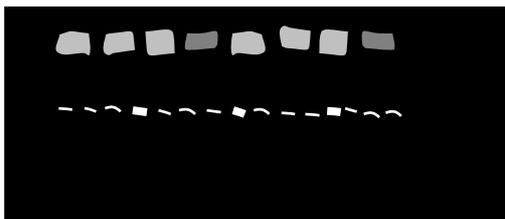


Insegnante «Come possiamo "fotografare" questa situazione alla lavagna? Come facciamo a far vedere il cartoncino grigio e il cartoncino verde?»

Martino «Disegno dei cartellini grigi e verdi» e viene a disegnare alla lavagna la sua proposta:



Flora «Io ho un'idea! Disegno una strisciolina grigia!»  
Stefano (comprende la proposta di Flora) «Sì! Disegniamo una striscia grigia e una striscia verde!»  
Flora e Stefano vengono alla lavagna e segnano una piccola linea con il gesso bianco per il cartoncino grigio e una linea verde per il cartoncino verde. In questo modo compongono sotto la prima una seconda successione:



La proposta di disegnare una strisciolina invece di un rettangolino è molto interessante.

L'alunna che l'ha lanciata afferma con convinta naturalezza che *'È inutile sprecare gesso'*; la situazione, pur diversa, conduce ad un risultato del tutto analogo a quello attribuito alla 'stanchezza' denunciata dall'autore del terzo disegno precedente. Si può parlare in entrambi i casi di un approccio naïf alla *generalizzazione* attraverso un'economia del pensiero e dei gesti. In entrambi i casi gli alunni si distaccano dal contesto e trovano una soluzione che non lo *descrive*, ma lo *interpreta*. Ne interpreta cioè la *struttura*. Vi è ancora, in entrambi i casi, un aggancio semantico con il contesto: femmine e maschi sono sintetizzati con le iniziali F e M e i colori delle striscioline sono ancora verde e grigio (in effetti comunque si è già mosso qualcosa quando Flora e Stefano hanno usato il gesso *bianco* per indicare un cartoncino *grigio*). In quel clima pedagogico che chiamiamo *balbettio logico* (nella primaria si comincia a parlare di *balbettio algebrico*), il passo verso il distacco dal contesto è vicino; si comincerà di lì a poco a capire che la sequenza bianco-bianco-bianco-verde può essere rappresentata anche come BBBV, ma anche come AAAB o LLLM.

In altre parole: la ricchezza della situazione didattica ci pone – siamo nella scuola dell'infanzia e in una prima elementare - di fronte all'embrione di quello che in matematica è conosciuto come *principio di economia* (del quale probabilmente gli alunni non saranno mai resi consapevoli durante il corso dei loro studi), che può aiutare – attraverso l'ingenua idea del *risparmio* - ad abituare gradualmente gli allievi all'idea che la matematica mira a *unificare lo studio di situazioni analoghe in modo da risolverle unitariamente*.

Un esempio di ciò viene dalla storia della matematica: l'introduzione delle lettere per rappresentare i dati di un problema ha portato a unificare problemi *appartenenti a contesti distanti fra loro e con valori diversi dei dati* ma

risolubili con il medesimo procedimento, dunque *strutturalmente analoghi*. Si arriva così alla genesi delle espressioni algebriche come *sintesi* del processo risolutivo di ognuno di questi problemi.

### 3. La ricerca di regolarità

Le attività sulla ricerca di regolarità, se condotte sin dalla scuola dell'infanzia, contribuiscono dunque a costruire premesse importanti all'approccio al pensiero pre-algebrico. L'algebra, infatti, tende ad unificare lo studio di situazioni che presentino più o meno evidenti somiglianze, al di là di quegli elementi di *diversità* che possono ostacolare – o addirittura impedire – il riconoscimento della loro matrice comune. Tale riconoscimento avviene creando delle *corrispondenze* tra gli elementi delle situazioni in esame che evidenzino le somiglianze presenti; questo processo è proprio del ragionamento *per analogia*.

Quando si riesce a stabilire un tale genere di corrispondenze fra le situazioni si dice che esse sono *analoghe* o che presentano *la stessa struttura*, o che tra esse intercorre una *analogia strutturale*.

Con il termine *struttura* si intende dunque *la rete di relazioni che uniscono gli elementi di una situazione*. Si può parlare quindi di *lettura relazionale* di una situazione quando l'attenzione è puntata non tanto sugli enti in gioco, quanto sul tipo di relazione che li collega e si riconoscono quindi come analoghe quelle situazioni che aderiscono ad una simile rete comune. Questa prospettiva favorisce, come si è sottolineato nel titolo dell'articolo, lo sviluppo del *pensiero relazionale*.

Per esempio: si supponga che la struttura di una successione sia data dalla ripetizione del modulo 'rosso-rosso-blu', che può essere letta come relazione 'colore – numero di posto': rosso al primo posto, rosso al secondo, blu al terzo e così via. Con attività successive, si esplorano successioni con modulo 'femmina – femmina – maschio' o 'salto – salto – battito di mani', e si trova che tutte e tre le successioni si assomigliano in quanto possiedono la stessa struttura 'AAB', ossia sono caratterizzate da una analogia strutturale. I bambini si divertono a chiamarle successioni *sorelle*. Nella scuola primaria, l'evoluzione dell'attività porterà a scoprire che l'elemento blu (o il maschio, o il battito delle mani) si trova in tutti i posti corrispondenti ai multipli di 3.

Ricerca di regolarità può dare quindi molte informazioni anche all'insegnante della scuola dell'infanzia: consente di capire se gli alunni imparano ad affrontare con metodo e sistematicità le situazioni problematiche, se sanno esprimersi con linguaggio appropriato, se sanno fare previsioni e verificarne la validità.

#### 4. Il balbettio logico

Si è parlato in precedenza di *balbettio logico*. È un adattamento per la scuola dell'infanzia di una metafora elaborata all'interno del progetto ArAl – il *balbettio algebrico* - che accosta le modalità dell'apprendimento del linguaggio algebrico a quelle dell'apprendimento del linguaggio naturale. In sostanza si afferma questo: il bambino, nell'apprendimento del linguaggio, si appropria poco alla volta dei suoi *significati* - e di alcune regole elementari che lo supportano - sviluppandoli gradualmente attraverso *imitazioni, errori, invenzioni, aggiustamenti, gratificazioni*. Quando Aurora, Stefano e gli altri sintetizzano i loro disegni, di fatto inventano nuovi significati in nome di un 'risparmio energetico', di un pensiero che potremmo definire più *ecologico*, alla ricerca di quel magico *essenziale* che permette di passare dal livello della realtà e della sua rappresentazione realistica a quello di una rappresentazione più astratta. Ma nel momento stesso in cui Aurora e i suoi compagni passano dal bambino completo al busto, alla testa, al tondo dipinto di rosa, mostrano di cogliere quella che potremmo chiamare la *bambinità*, che raccoglie in sé un carattere *generale* che permette comunque di riconoscere nei tondi rosa dei compagni. Come appunto, nella sineddoche, la *prora* sta per tutta la nave.

L'astrazione è dunque la porta verso la generalizzazione. Verso la comprensione che con un gruppo di lettere (per esempio ABCC) si possono indicare infinite successioni sorelle (formate da persone, oggetti, parole, suoni, movimenti), aventi la medesima struttura.

In un secondo tempo, giunto all'età scolare, il bambino verrà progressivamente condotto alla riflessione sugli aspetti *grammaticali* e *sintattici* della lingua e alla loro organizzazione in un insieme coerente. Ma ciò che vogliamo sottolineare ora è: *la scoperta del significato precede quella delle regole*. Un esempio può chiarire l'importanza di questa affermazione.

Se si chiede a più persone di fare l'analisi sintattica della seguente frase (il lettore faccia la prova prima di continuare):

“michele serra la serra”

si ottengono due diverse risposte perché *due* sono le interpretazioni possibili: una vede il giornalista Michele Serra impegnato nell'abbracciare con trasporto la donna amata, l'altra vede un tale Michele che chiude l'ambiente in cui alleva le sue piante. Due sono quindi le analisi sintattiche:

|                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| Michele Serra (soggetto)  | Michele (soggetto)             |
| serra (predicato verbale) | serra (predicato verbale)      |
| la (complemento oggetto)  | la serra (complemento oggetto) |

La conclusione è che *l'analisi sintattica segua necessariamente l'interpretazione, cioè l'attribuzione del significato*. Le implicazioni di questa affermazione sono molto rilevanti.

La metafora del balbettio si contrappone alla didattica tradizionale dell'algebra nella quale si comincia invece *privilegiando lo studio delle regole* (il lettore pensi al suo probabile vissuto scolastico liceale) come se la manipolazione dei simboli potesse essere indipendente dalla comprensione dei loro *significati*.

L'ipotesi è invece che si debba costruire il pensiero (l'abito mentale) algebrico *in lenta, lentissima progressione*, parallelamente all'aritmetica, partendo dai suoi *significati*, attraverso la costruzione di un ambiente che stimoli l'elaborazione autonoma, sperimentale, continuamente ridefinita, di un nuovo linguaggio nel quale le *regole* possano trovare la loro collocazione altrettanto gradualmente. La condizione è che questo avvenga attraverso situazioni ricche di sviluppi sul piano matematico (come la ricerca di regolarità di cui ci stiamo occupando) e all'interno di un *contratto didattico tollerante* verso inevitabili momenti iniziali sintatticamente 'promiscui' frutto di tentativi inevitabilmente 'sporchi' degli alunni, in analogia con quanto avviene con la costruzione del linguaggio naturale.

Tutto ciò trova la sua anticipazione nel *balbettio logico* e induce l'opportunità di offrire al bambino della scuola dell'infanzia un ambiente che stimoli la sua capacità di *produrre ragionamenti*. Di ascoltare, attraverso la guida degli insegnanti che chiedono costantemente di motivare le sue scelte, se stesso e i compagni che costruiscono riflessioni.

È opportuno quindi che il docente (anche quello dell'infanzia) 'si faccia le antenne' per cogliere le anche sottili differenze nelle verbalizzazioni, che possono rivelare il livello del balbettio logico della classe e dei singoli e le varie forme della sua evoluzione. Le difficoltà sono inevitabili, perché l'acquisizione del controllo del balbettio è frammentaria, contraddittoria, instabile. Le conquiste evaporano in continuazione. Ma sono proprio le situazioni che stimolano la riflessione, e la pratica costante della verbalizzazione, che favoriscono l'affinarsi della sensibilità dell'insegnante in questa direzione e il crescente stabilizzarsi delle scoperte attraverso il consolidarsi di una memoria didattica socialmente condivisa.

## **Bibliografia**

Navarra G. (2003). Treni e vagoni, castelli e magie,. Sintesi di una sperimentazione sulla ricerca di regolarità in scuole materne e prime elementari nell'ambito del progetto ArAl. *Atti degli Incontri con la matematica n.17*. Pitagora Editrice: Bologna. 105-112.

Navarra G., Zamboni M.T. (2006). *Qual è il colore della sedia? Successioni, moduli, analogie strutturali: verso l'embrione della generalizzazione*, Collana ArAl, Unità 10. Pitagora Editrice: Bologna.