

# Uno sguardo sulla ricerca in educazione matematica in Italia

di Nicolina A. MALARA

## Le origini

L'Educazione Matematica è una disciplina relativamente giovane la cui nascita può idealmente associarsi all'istituzione del I congresso ICME (Lione, 1966), avvenuta in seno all'ICMI su ispirazione di Hans Freudenthal. Essa oggi può ritenersi costituita come risultante dell'ampio dibattito e degli studi avviatisi nel secondo dopoguerra circa la riforma della scuola, la qualificazione degli studi scientifici ed il rinnovamento dell'insegnamento della matematica.

Nei paesi occidentali il problema del rinnovamento dell'insegnamento della matematica si era posto già dalla fine dell'ottocento, basti pensare allo storico Convegno ICMI svoltosi a Roma nel 1908 - dove si era operato un confronto sui curricoli per l'introduzione di argomenti, oggi fondamentali, quali lo studio di funzioni di variabile reale o elementi di probabilità - ed al dibattito culminato in Italia con l'istituzione del liceo scientifico nel 1923. Fino alla prima metà del novecento nel nostro paese gli studi sono stati essenzialmente di tipo contenutistico, potremmo dire di matematica elementare da un punto di vista superiore, con spiccato interesse per gli aspetti filosofici e del rigore logico della matematica anche se già nei primi del novecento sono apparsi avveniristici studi ad opera di Giovanni Vailati e poi Federigo Enriques in cui si prefigura una concezione dell'insegnamento volta alla scoperta della matematica, che coinvolga coinvolgente gli studenti sul piano speculativo-operativo, dialogica e dinamica, proiettata verso una reale loro crescita culturale, persino comprensiva della valorizzazione dell'errore come mezzo per il raffinamento delle loro concettualizzazioni.

Ma è nel secondo dopoguerra che i problemi di inno-

vazione didattica diventano pressanti; attorno agli anni '60 sull'onda della cosiddetta "Matematica moderna", nella scuola entra l'insiemistica e per la matematica si impongono due visioni che finiscono con l'essere considerate contrapposte: una visione sperimentale, che affonda le sue radici nei processi di matematizzazione del reale; una visione strutturale, funzionale alla messa in opera di collegamenti tra le varie branche della matematica per un loro studio di semplificazione e di strutturazione a livello meta.

In quegli anni vi è un fiorire di studi in gran parte rivolti a nuovi contenuti ed ai programmi di insegnamento, alla formazione di una nuova visione della matematica più concreta ed operativa anche attraverso l'uso di strumenti opportunamente concepiti; a questi si affiancano studi di tipo epistemologico-didattico finalizzati alla chiarificazione concettuale dei nuovi contenuti ed alla loro graduazione per i vari livelli d'insegnamento nonché al reinquadramento e snellimento di quelli preesistenti.

È in quegli stessi anni che si comincia a delineare l'attenzione alla pratica di classe. Come riportato da Bishop A.J., 1992, è proprio al I congresso ICME di Lione che Emma Castelnuovo e Frederique Papy, nella loro conferenza generale, riferiscono di sperimentazioni didattiche da loro svolte con il coinvolgimento attivo degli allievi documentate da produzioni di questi ultimi. Bishop descrive la loro didattica come speculativa e liberale:

«They reported on aspects of creative teaching illuminated by examples of significant contributions from their pupils. Their reports aimed to persuade by means of demonstration. The ideas were intended to be intuitively reasonable, the observed responses from the children to convince, and the methodology of the enquiry was clear, as was the goal of the lib-

eral-progressive improvement of mathematics teaching»<sup>1</sup>.

In quegli anni in Italia l'attenzione ai problemi dell'insegnamento è così forte che nelle università si aprono istituzionalmente gli indirizzi didattici nei vari corsi di laurea nell'intento di dare solida base culturale a coloro che intendono divenire insegnanti.

### Innovazioni istituzionali e investimenti sulla ricerca

Gli anni '70-'80, di grande democratizzazione nel paese, si caratterizzano per le innovazioni istituzionali e gli investimenti sul versante della ricerca. Entrano in vigore nuovi programmi per la scuola media (1979), per la scuola elementare (1985), per il biennio delle superiori (1986). Tali programmi si differenziano profondamente dai precedenti, propongono una visione della matematica intrecciata alle scienze con una forte apertura verso gli aspetti linguistici e di rappresentazione; i contenuti non sono più scanditi annualmente e per singoli argomenti ma sono tematici ed organizzati per cicli scolari. Molti i contenuti nuovi, si introducono: a) gli insiemi e i rudimenti di algebra delle proposizioni (connettivi logici, tavole di verità e quantificatori); b) elementi di probabilità e statistica, con enfasi sull'approccio frequentista alla probabilità introdotta come misura dell'incerto, sui diversi tipi di rappresentazioni grafiche di dati statistici e sulle distribuzioni di frequenze; c) le trasformazioni geometriche in una visione composita della geometria, nel quadro del "programma di Erlangen" di Felix Klein. Per la geometria si punta ad una conciliazione tra la visione euclidea come prima descrizione del mondo fisico e quella assiomatico-deduttiva attraverso l'enucleazione progressiva di assiomi in un sistema teorico di cui si danno interpretazioni e modelli diversi. In aritmetica si introducono i vari sistemi numerici dando enfasi alle loro proprietà strutturali, si propone un bilanciamento del suo tradizionale approccio algoritmico aprendo allo studio di essa da un punto di vista relazionale, anche per favorire il passaggio all'algebra; di quest'ultima si privilegia il linguaggio visto come strumento funzionale alla

generalizzazione e alla matematizzazione del reale; anche la geometria analitica non viene più solo presentata come modello algebrico della geometria ma anche come strumento di modellizzazione di fenomeni, di rappresentazione e risoluzione di problemi. In questi nuovi programmi si prefigura una visione nobile dell'insegnante: quella di "agente culturale", con la responsabilità di promuovere un atteggiamento speculativo negli studenti e di apprezzamento per la conoscenza, e insieme di "agente decisionale", con responsabilità di scelta circa i temi da proporre nella classe e circa le modalità e i tempi per la loro implementazione nelle classi.

Per promuovere la formazione di questa più elevata professionalità nei docenti, vi sono grandi investimenti verso l'università sia del Consiglio Nazionale delle Ricerche sia del Ministero della Pubblica Istruzione, cosa che porta alla costituzione dei nuclei di ricerca didattica, all'avvio dei primi progetti di ricerca in collaborazione con qualificati insegnanti in servizio, all'assegnazione di borse di studio per il avvio alla ricerca didattica di neo-laureati. Socialmente si assiste ad un grande fermento, le scuole si rivitalizzano aprendosi all'attività pomeridiana dove gli insegnanti si riuniscono in gruppi di studio per la progettazione, la realizzazione ed il monitoraggio di piani didattici comuni per un intero ciclo. Anche i libri di testo si rinnovano vistosamente, divengono ricchi di rappresentazioni matematiche a supporto dei temi trattati e di illustrazioni accessorie prese dalla natura, dall'arte e dall'architettura, dalla tecnologia. Il linguaggio degli insiemi diviene pervasivo, molte delle attività operative per gli studenti sono di indagine e puntano alla "scoperta matematica".

In quegli anni, sul versante della ricerca, ci si occupa di problemi della trasposizione didattica dei nuovi programmi ministeriali nell'ottica sopra descritta, proponendo una "didattica per problemi", di valorizzazione dei processi di pensiero degli studenti.

Le ricerche sperimentali via via si moltiplicano, in esse si guarda agli aspetti psico-pedagogici e alle difficoltà di apprendimento implicati dalle innovazioni. Con l'esplosione dell'home computer (primi anni '80) e l'inserimento dell'informatica nella didattica della matematica, questo entra in modo attivo

1. «[Le relatrici] riportano su aspetti di un insegnamento creativo illuminato da esempi di significativi contributi dei loro allievi. Le loro relazioni hanno lo scopo di persuadere attraverso il mostrare. Le idee si propongono come intuitivamente ragionevoli, le risposte dei bambini come convincenti, e la metodologia di indagine è chiara, così come l'obiettivo del progressivo e liberale miglioramento dell'insegnamento della matematica.», Bishop A. J., 1992, pp. 710-723.

nell'attività di classe e si rivela prezioso, oggettivando le procedure, nello spostare l'attenzione dai risultati ai processi che li determinano e nel ridimensionare il/i risultato(i). Molte ricerche riguardano esperienze di studio di intreccio tra l'apprendimento di un linguaggio di programmazione (BASIC o LOGO) e l'esplorazione di dati contenuti matematici, altre esplorano l'utilizzo dei fogli elettronici in specifiche attività matematiche.

Da un punto di vista metodologico, nelle attività sperimentali si apre alla discussione matematica dando attenzione all'interazione tra studenti e tra insegnante ed allievi, si promuovono la formulazione di ipotesi, la verbalizzazione scritta degli allievi, la correzione incrociata. Appaiono ricerche centrate sull'osservazione degli apprendimenti degli allievi nel lungo termine. I dati che si raccolgono sono prevalentemente di tipo qualitativo per documentare comportamenti produttivi degli studenti o viceversa loro difficoltà e dare indicazioni effettive sul carattere e l'efficacia del processo di insegnamento-apprendimento adottato.

### Una comunità di insegnanti-ricercatori

La comunità dei ricercatori ed insegnanti coinvolti nei vari progetti di ricerca si struttura attraverso la partecipazione a varie iniziative comunitarie, quali gli annuali convegni "Internuclei", dedicati ad uno specifico tema tradizionalmente concordato di anno in anno, e ancor più attraverso il 'SEMINARIO NAZIONALE'<sup>2</sup>, istituito nell'intento di promuovere studi collettivi, approfonditi e di largo respiro, per favorire l'inserimento italiano nel contesto internazionale. Parecchi sono i ricercatori che partecipano attivamente ai convegni CIEAEM, PME, ICME e iniziano a pubblicare sulle riviste internazionali. Per promuovere all'estero la conoscenza degli studi italiani in occasione dei congressi ICME si redigono pubblicazioni di documentazione degli studi realizzati (si vedano Barra M. e altri, a cura di, 1992; Malara N.A. e altri, a cura di, 1996; Malara N.A. e altri, a cura di, 2000).

Gli studi via via divengono più complessi affrontando lo studio di processi di insegnamento-apprendimento con l'osservazione congiunta di più variabili nelle loro mutue relazioni. Alcuni di tali studi si

distinguono anche per l'elaborazione di specifiche metodologie didattiche centrate sull'uso di documenti dalla storia delle scienze (es. il gioco 'voci-echi' in Boero P. e altri, 1997), o per la messa a punto di modelli teorici dei processi didattici relativi a specifiche aree della matematica (es. il modello di didattica dell'algebra come gioco di interpretazioni tra mondi risolutivi diversi in Arzarello F. e altri, 1994) o ancora di nuovi costrutti concepiti per la rappresentazione di specifici fenomeni didattici (es. il balbettio algebrico in Malara N.A., Navarra G., 2001a e 2001b); approfondimenti sull'evoluzione della ricerca in questo trentennio si trovano in Arzarello F. e Bartolini Bussi M., 1998 e in Malara N.A., 2002.

Con l'evolversi degli studi, la pluriennale attiva e stretta collaborazione tra i ricercatori universitari e gli insegnanti afferenti ai vari nuclei di ricerca fa sì che questi ultimi acquistino una avanzata professionalità sul versante della ricerca e vengano a definire una figura peculiare e distintiva della ricerca italiana nel panorama internazionale: quella dell'insegnante-ricercatore (Malara N.A., Zan R., 2002).

I risultati di questi studi confluiscono in gran parte nel progetto "Matematica 2001-2003-2004"<sup>3</sup> messo a punto in seno ad un protocollo d'intesa tra l'Unione Matematica Italiana e l'allora Ministero della Pubblica Istruzione.

Dagli anni 2000 gli studi che si sviluppano, pur avendo come denominatore comune l'analisi e la modellizzazione di processi di insegnamento-apprendimento, si proiettano verso nuovi orizzonti per loro particolari specificità quali la complessità, la trasversalità o ampiezza delle tematiche affrontate, la particolarità delle metodologie adottate, la vastità delle sperimentazioni o per le teorizzazioni prodotte. Le tematiche affrontate riguardano aree disciplinari importanti che si sviluppano in tempi lunghi, come la didattica dell'algebra o la dimostrazione. Vi sono anche nuovi ed interessanti studi che promuovono un approccio laboratoriale alla matematica mediante l'uso di strumenti manipolabili e 'trasparenti' come le macchine matematiche (Bartolini M.G., Maschietto M. 2006) o l'utilizzo intelligente, a volte sofisticato, di software specifici quali il "Cabri Geometre" per il problem solving e la dimostrazione in ambito geometrico (Mariotti M.A., 2005) o l'"AlNuSet" come ponte tra l'aritmetica e l'algebra

2. Per approfondimenti sul ruolo del Seminario Nazionale in relazione agli indirizzi di ricerca si veda Malara N. A., 2000, indicazioni e materiali sugli ultimi 10 anni si trovano nel sito all'indirizzo: <http://www.dm.unito.it/semdidattica/index.php>.

3. Vedi Anichini G. e altri, 2003.

(Chiappini G. e Pedemonte B., 2010) o ancora l'uso dei "CAS" per lo studio dinamico di concetti dell'analisi inerenti lo studio di funzioni (Paola D., 2007). Tali studi mettono in luce la particolarità dell'approccio didattico nelle classi, centrato sulla devoluzione di specifici compiti agli studenti, in cui questi ultimi attuano una reale attività esplorativa che li porta a formulare congetture, sviluppare argomentazioni per la loro dimostrazione o confutazione. Essi nello stesso tempo mostrano il complesso e delicato ruolo dell'insegnante nello sviluppo delle discussioni di classe, mettendo a fuoco attraverso un'analisi 'a grana fine' dei processi didattici i problemi che si pongono per l'insegnante (se e come riesca a tessere la rete di connessioni dei pensieri degli studenti per guidarli nella costruzione matematica, se e come giunga alla istituzionalizzazione delle conoscenze costruite).

## Un mutamento di prospettiva

Su questo ultimo punto, grazie anche al coinvolgimento dei ricercatori universitari nelle SSIS ed in svariate iniziative istituzionali di formazione per gli insegnanti in servizio, nell'osservazione dei processi di classe si ha il progressivo spostamento di attenzione dagli studenti agli insegnanti, cosa testimoniata dalle tematiche affrontate in varie sessioni dei

Seminari nazionali<sup>4</sup>. Questo, in sintonia con quanto accade nel panorama internazionale (Sfard A., 2005), determina un mutamento di prospettiva importante nella ricerca: l'insegnante da variabile muta diviene variabile osservata.

Oggi la ricerca guarda in prevalenza all'insegnante e ai processi decisionali da lui attuati e alle sue azioni nell'interazione con gli studenti al fine di individuare e modellizzazioni comportamenti ottimali per il raggiungimento di specifiche competenze matematiche negli studenti, per poi utilizzarne i risultati nella formazione insegnanti. A livello internazionale modelli di formazione nascono per adattamento di studi e metodi provenienti da stati asiatici avanzati, uno molto diffuso in USA è il "Lesson Study" che consiste in un ciclo di macro-azioni professionali dell'insegnante che nascono e si sviluppano attorno alla progettazione, realizzazione e analisi di una "Lezione di ricerca" (Hart L.C. e altri, 2011); appaiono inoltre di punta studi rivolti verso la formazione dei formatori (Jaworski B. e Wood T., 2008), questione quest'ultima da noi socialmente urgente ma purtroppo trascurata.

Non ci è possibile, per questioni di spazio, approfondire la pluralità degli aspetti considerati. In un intervento a parte<sup>5</sup>, ci concentreremo sugli studi relativi ai problemi di insegnamento/apprendimento dell'algebra', per l'importanza e la pervasività che essa ha nell'insegnamento della matematica.

4. Si vedano i seminari di Guidoni, Iannece, Tortora e Mellone (2007), di Bartolini e Mariotti (2010) di Arzarello e altri (2012); documenti e bibliografia relativa sono scaricabili dal sito del Seminario nazionale: <http://www.seminariodidama.unito.it/>, rispettivamente alle Edizioni 2007, 2010 e 2012.

5. Cfr., *Infra*, pp. Xx-xx

## Riferimenti bibliografici

Anichini G., Arzarello F., Ciarrapico L., Robutti O., 2003, *Matematica 2001. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica*, Mattoni Stampatore, Lucca.

Arzarello F., Bazzini L., Chiappini G., 1994, *L'algebra come strumento di pensiero. Analisi teorica e considerazioni didattiche*, Progetto strategico TID, Quaderno 6.

Arzarello F., Bartolini Bussi, M., 1998, "Italian Trends of Research in Mathematics Education: a National Case Study in the International Perspective", in Kilpatrick J. e Sierpinska A., a cura di, 1995, pp. 243-262.

Barra M., Ferrari, M Furinghetti, F. Malara N. A., Speranza F., a cura di, 1992, *Mathematics Education in Italy: Common Roots and Present Trends*, progetto CNR-TID, collana FMI, n. 12;

Bartolini M.G., Maschietto M., 2006, *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*, Collana UMI Convergenze, Springer, Milano.

## Insegnare matematica, oggi

- Boero P., Pedemonte B., Robotti E., 1997, *Approaching Theoretical Knowledge through voices and echoes: a Vygotskian Perspective*, Proc. PME 21, Lathi, Finlandia, vol. 2, pp. 81-88.
- Bishop, A. J., 1992, *International Perspectives on Research in Mathematics Education*, in Grouws D.A. (a cura di), "Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning", Mac Millan Publishing Company, New York.
- Castagnola E., Cappuccio S., a cura di, 2007, *Sperimentazioni didattiche con TI-Nspire Cas ADT*-Dipartimento di Matematica Università di Torino.
- Chiappini G., Pedemonte B., 2010, *AlNuSet. Un sistema di algebra dinamica per innovare l'insegnamento dell'algebra, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 33B, 1, G.Battagin Editore, Treviso, pp. 48-68.
- English, L., a cura di, 2002, *Handbook of International Research in Mathematics Education*, LEA, Mahwah, NJ.
- Grouws D.A., a cura di, 1992, *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, New York.
- Hart L. C. , Alston A. S., Murata A., a cura di, 2011, *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*, Learning Together, Springer.
- Jaworski B., Wood T., a cura di, 2008, *The mathematics teacher educator as a developing professional*, Sense Publisher.
- Kilpatrick, J. & Sierpiska, A., a cura di, 1995, *What is Research in Mathematics Education and What Are Its Results?*, 1995, Washington, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Malara, N.A., Menghini, M., Reggiani M., a cura di, 1996, *Italian Research in Mathematics Education: 1988-1995*, Litoflash, Roma.
- Malara N.A., 2000, "The 'Seminario Nazionale': an Environment for Enhancing and Refining the Italian Research in Mathematics Education", in Malara N.A. e altri, 2000, pp. 31-65
- Malara N.A., Ferrari P.L., Bazzini L., Chiappini G.P., a cura di, 2000, *Recent Italian Research in Mathematics Education*, ICME 9, Tokyo, agosto, AGUM, Modena.
- Malara N.A., Navarra G., 2001a, "Brioshi e altri strumenti di mediazione per un insegnamento relazionale dell'aritmetica nell'ottica di un avvio all'algebra come linguaggio", *Atti del quarto Convegno Nazionale Internuclei Scuola dell'obbligo: Il problema dell'emergenza dell'oggetto matematico. Aspetti epistemologici e questioni di osservazione e interpretazione dei processi di apprendimento*, Monticelli Terme, 2001, Pitagora, Bologna
- Malara N.A., Navarra G., 2001b, "Promoting an early approach to the algebraic thought, in primary and middle school" in *Proc. SEMT '01*, Praga, 2001, pp. 119-121
- Malara N.A., 2002, "Il modello italiano di ricerca per l'innovazione in didattica della matematica e la ricaduta nel mondo della scuola", in *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 25A, n. 5, pp. 427-458.
- Malara N.A., Zan R., 2002, "The Problematic Relationship between Theory and Practice", in English, L., a cura di, 2002, pp. 553-580.
- Mariotti M.A., 2005, *La geometria in classe. Riflessioni sull'insegnamento e apprendimento della geometria*, Pitagora, Bologna.
- Paola, D., 2007, "TI-Nspire CAS per l'avvio al concetto di funzione", in Castagnola E., Cappuccio S., a cura di, 2007, pp.33-42.
- Sfard, A., 2005, "What could be more practical than good research? On mutual relations between research and practice of mathematics education", in *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), pp. 393 - 413.