Febbraio 2010 1 *(uso del registratore)*

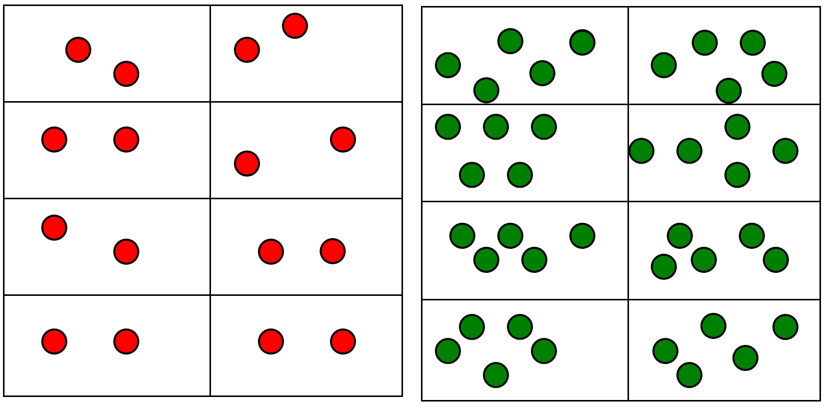
Commenti Saverina Mauro, insegnante di classe
Commenti Giancarlo Navarra, E-tutor
Commenti Loredana Gherpelli, insegnante ricercatore GREM
Commenti Janna Nardi, insegnante ricercatore
Commenti responsabile scientifico del Progetto ArAl, Nicolina A. Malara

Premessa, obiettivi, contesto in cui si colloca il diario

La classe terza della scuola primaria di Sant'Elia è composta da quindici alunni ed è già dallo scorso anno che è coinvolta nella sperimentazione.
Il presente diario, tratto dall'unità del progetto ArAl sulla proprietà distributiva, sviluppa l'obiettivo del curricolo ***3.f***[1]. *Riconoscere attraverso opportune situazioni problematiche concrete le due rappresentazioni della proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione e, pur in modo embrionale, la loro equivalenza.*

Propongo agli alunni la situazione problematica relativa alla collezione di Marina nella prima versione:

Marina colleziona biglie rosse e verdi e le dispone nel seguente modo:



I: Rappresentate la situazione in linguaggio matematico in modo da trovare il numero delle biglie della collezione.[2]

[1] *Mi piace molto il riferimento al Curricolo nella prospettiva dell'early algebra. Devo dire con soddisfazione che, dopo che lo abbiamo fatto circolare presso i vari gruppi ArAl, cominciano ad esserci degli insegnanti che, molto correttamente, collocano i loro diari in questo contesto che diventa così, spero, proprio grazie a questi contributi, un quadro di riferimento davvero comune fra insegnanti di diverse regioni italiane.*

[2] *Come nella situazione precedente, trovo che la richiesta dell'insegnante non sia del tutto chiara: se si vuole una traduzione in linguaggio matematico della situazione iconica allora le risposte possono essere diverse, per es:*
2R (R→rosse), → 4V (V→verdi)
n°R=8, n°V=8 oppure
n°R=2×8, n°V=4×8
In ogni caso credo che (probabilmente con alunni più grandi) sia possibile scrivere a Brioshi la relazione fra il numero delle biglie nei cassetti corrispondenti dove, per ogni cassetto 'rosso', c'è un cassetto 'verde' e viceversa.
Se invece si vuole spedire a Brioshi una strategia risolutiva in linguaggio matematico, anche in questo caso le risposte possono essere diverse: per es. da una lettura in verticale si ha 2×8+4×8=n (o una scrittura simmetrica) dove n=n° totale di biglie; da una prima lettura in orizzontale e poi una successiva in verticale si ha (2+5)×8=n (idem simmetrica), rappresentazione questa che opacizza l'immagine iconica della problematica (Brioshi tenderà a pensare che in ogni cassetto ci siano 7 biglie di cui 2 di un colore e 5 di un altro) ma evidenzia per i bambini della classe la corrispondenza fra biglie di colori diversi.

Queste sono le traduzioni di tutti gli alunni:[3]

Andreina Danilo Francesca Martina	16×40=n 40×16=n n=16×40 n=40×16	Melania	2×4+5×4
Andrea	(5×2)+(4×2)=n n=(5×2)+(4×2)	Sara Elena Giovanna	5×8=n 2×8=n n=5×8 n=2×8
Maria G.	2×8=n 5×8=n n=2×8+5×8	Francesco	(2×8)+(5×8)=n
Enrico	3+9=n [4]		
Bruno	(2×8)+(5×8)=n n=5×2+2×2	Chiara	2×2+5×2=n n=(2×8)+(5×8) n=4+10

.[5]

I: Bambini, osservate le traduzioni di Andreina, Danilo, Francesca e Martina e ditemi ciò che pensate.
Andreina: Maestra, ho sbagliato perché il sedici non si ripete quaranta volte.
I: Spiegati meglio.
Andreina: Ho capito che non devo moltiplicare le biglie rosse e le biglie verdi, ma le devo mettere insieme.
I: Cosa vuoi dire 'mettere insieme', usa meglio il linguaggio matematico.
Andreina: Unire[6].
I: (*Rivolgendomi alla classe)* Conoscete un termine più adatto per spiegare ciò che vuole dire Andreina?
Francesco: Si deve sommare.
I: Avete altre osservazioni da fare?
Melania: Maestra, le traduzioni di Andreina, Francesco, Danilo e Martina per me sono opache.
I: Cioè?

---

[3] *Indipendentemente dalla correttezza delle scritture, si nota la naturalezza della classe nell'uso consapevole (relativamente all'età) della lettera. Hai fatto davvero un buon lavoro, anche rispetto al diario precedente, che sarebbe molto interessante conoscere. Ti propongo di sintetizzarlo e di mandarmelo, così lo inseriamo all'inizio di questo diario, che così diventa un 'training object' anche per gli altri insegnanti. Se gli alunni sono*, naturalmente *e* precocemente *posti di fronte alla gestione della generalizzazione si muoveranno con disinvoltura perché sarà il loro ambiente.*
Mi trovo un po' in disaccordo con il tutor. Una prima osservazione sulla lettera utilizzata dai bambini: tutti scelgono la n, penso perché iniziale della parola 'numero'; in relazione alla mia esperienza come docente, credo che sia importante sottolineare da subito, quindi anche nella scuola primaria, che la scelta della lettera può essere arbitraria ma, quello che è importante - e questa è la seconda osservazione - è dichiarare quello che la lettera rappresenta all'interno della situazione problematica, cosa che non ho trovato nei protocolli, anzi da qualcuno (per es. Maria G. e Chiara) si vede molto bene come la stessa lettera venga utilizzata per esprimere 'oggetti' diversi nello stesso contesto.
[4] *Alunno con difficoltà.*
[5] *(Malara e Navarra) Il passaggio dalla rappresentazione grafica utilizzata per la collezione alla sua traduzione in linguaggio matematico merita una riflessione. Molti alunni usano le rappresentazioni, in sé corrette, 2×8 e 5×8. In realtà la rappresentazione numerica coerente con la semantica della situazione proposta è: 2×4+2×4+5×4+5×4. Una lettura per riga può condurre alle rappresentazioni (2+2+5+5)×4, quindi a (2×2+5×2)×4, 'per' la proprietà distributiva a (2+5)×2×4, a 7×2×4, a 7×8, che permette di collegarsi alle rappresentazioni 'percepite' da molti alunni: (2+5)×8 e quindi 2×8+5×8. Questi passaggi sono certamente molto evoluti per alunni di terza e richiedono il controllo delle parentesi e della stessa proprietà distributiva, ma il nodo generale che vogliamo evidenziare si riferisce alla necessità di favorire anche negli alunni giovani competenze significative nell'interpretazione delle parafrasi in linguaggio matematico. Peraltro l'insegnante mostra di avere già imboccato autonomamente questa importante direzione.*
[6] *Hanno affrontato l'addizione come unione di insiemi o come conteggio o con entrambe le modalità?*

Bruno: Sono opache perché loro hanno già trovato il numero delle biglie[7].
Chiara: Non dovevamo trovarlo noi, ma scrivere la traduzione per inviarla a Brioshi. Hanno già quasi risolto il problema.
Bruno: È vero maestra hanno trovato il prodotto e non il processo.[8]
I: Adesso bambini analizziamo la rappresentazione di Andrea.
Andrea: (*Anche lui intuisce da solo di aver sbagliato e si corregge*) Maestra, ho sbagliato, cancella, cancella.
I: Aspetta, prima spiega cosa hai scritto? (*Ma Andrea non risponde e preferisce che io cancelli*[9]*). Anche Chiara non riesce a dare una spiegazione alla sua rappresentazione che non viene capita da nessuno (me compresa).*
Si va avanti nell'analisi delle scritture e gli alunni scelgono quella di Melania.[10]
I: Melania, spiega ai tuoi compagni cosa hai rappresentato.
Melania: (*Dopo aver osservato con attenzione la sua scrittura*) Maestra, ho dimenticato di scrivere una cosa. Ho scritto 2×4 e 5×4 perché ho visto le colonne separate, ma ora ho capito che la mia rappresentazione non è completa, devo aggiungere×2.
I: Dettami le modifiche da apportare.
Melania: 2×4×2+5×4×2=n
Francesco: Ma ha scritto come me, come Bruno e come Maria Giovanna perché 4×2 è uguale a 8.[11]
I: Bambini, cosa ha applicato Melania?[12]
Andrea: Ha scomposto l'otto.

---

[7] *Credo che sarebbe stato importante sollecitare i bambini a discutere sulla* opacità *delle traduzioni citate: dato per scontato che il termine* opaco *è già entrato nel linguaggio della classe, si tratta di verificare come si è sedimentato nei bambini; la dichiarazione di Bruno, di per sé molto bella, indica però che l'alunno non coglie nella traduzione per es. di Francesco il* processo *che Francesco ha scelto per arrivare al* prodotto*, cioè al numero totale delle biglie. Se invece si fa riferimento a Danilo, Martina e Andreina le cose cambiano. Ecco perché sarebbe stato interessante sentire le osservazioni degli alunni. In effetti, gli alunni sollevano di nuovo il problema della chiarezza del processo-strategia quando per es. viene messa in discussione la scrittura di Melania che corregge il proprio errore passando da (2×4+5×4) a (2×4×2+5×4×2) con Francesco che ribadisce che il processo mentale seguito da Melania è analogo al suo. Se proprio vogliamo fare una analisi sottile, non so se opportuna con la classe (problemi di tempi ed anche di confusione), la rappresentazione corretta di Melania mi fa pensare con 2×4 ad un riferimento al numero dei cassetti, poi con 2×4×2 ad un riferimento al numero di colonne; la rappresentazione di Francesco mi fa pensare ad un riferimento ai soli cassetti.*

[8] *Gli alunni usano con più disinvoltura il linguaggio matematico. Sembrano aver ben compreso il significato di processo/prodotto,opaco/trasparente, anche se ritengo ancora molto utile ed efficace l'uso di Brioshi. Concordo: sia tu che gli alunni usate un linguaggio molto appropriato (date proprio l'idea che sia un* valore condiviso*). Anche gli inviti che fai sono coerenti con una 'buona argomentazione' (*'Spiegati meglio', 'Cosa vuoi dire', 'Avete altre osservazioni da fare?', 'Usa meglio il linguaggio matematico' *– in quest'ultimo caso sarebbe più appropriato parlare di 'termini' del linguaggio matematico, e usare l'allocuzione 'linguaggio matematico' nel suo insieme per le scritture per Brioshi in cui si usano simboli matematici). Un codice linguistico deve sostanziare un metodo ed essere un mediatore di significati, altrimenti diventa un involucro del quale gli alunni possono non avere consapevolezza, pur usandolo "tecnicamente" bene.*

[9] *Non conosco Andrea, ma avrei insistito. Bisogna che il contratto didattico – accettato da tutti, docente e alunni – stabilisca che ognuno deve assumersi* la responsabilità *di chiarire il proprio pensiero, anche se può sembrare la cosa più difficile del mondo. A nostro avviso questo punto è imprescindibile. Lo stesso vale per Chiara. Cito a questo proposito un articolo di un ricercatore americano, Booth (1986), in cui afferma: 'Gli errori e le misconcezioni degli allievi spesso non sono né prese a cuor leggero né stupide, ma rappresentano il risultato di riflessioni e di tentativi* ragionevoli *per dare un senso ad espressioni matematiche altrimenti prive di significato'. Gli alunni devono essere resi consapevoli dell'importanza che questi tentativi cerchino di diventare trasparenti. Superare l'errore argomentando sull'errore.*

[10] *Spero che 'nell'andare avanti nell'analisi' non ci siano stati interventi 'importanti' sui quali avremmo potuto soffermarci a riflettere. Siccome il diario è uno strumento scientifico, è importante che la registrazione venga integralmente trascritta, proprio per poter analizzare anche le microsituazioni apparentemente poco significative.*

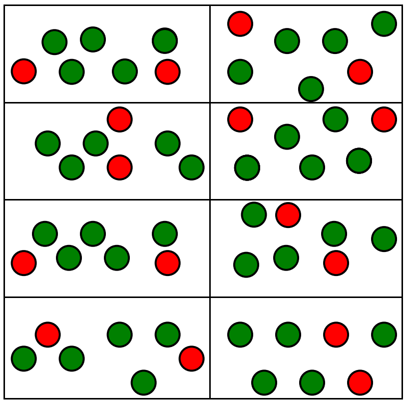
[11] *Può darsi che Francesco sia un alunno con un ricco pensiero logico, ma credo anche che esprima i risultati di un ambiente didattico diffuso costruito dall'insegnante, molto favorevole, che ha condotto gli alunni all'individuazione (tutt'altro che facile, anche perché siamo in terza elementare) di parafrasi diverse fra loro come:* 2×4×2+5×4×2=n, (2×8)+(5×8)=n *e quelle di Giovanna, pur da 'aggiustare',* 5×8=n, 2×8=n. *In altre parole, è la conferma di come i comportamenti metacognitivi degli alunni siano davvero favoriti dagli atteggiamenti metacognitivi degli insegnanti.*

[12] *Non condivido l'intervento dell'insegnante, la scelta del verbo, quell'*applicare *che suggerisce agli alunni la messa in atto di una proprietà. In effetti Bruno parla di proprietà dissociativa; meglio sarebbe stato far intervenire Melania che FORSE avrebbe giustificato quel '×2' dicendo che andavano raddoppiate entrambe le colonne, rosse e verdi.*

Bruno: Ha applicato la proprietà dissociativa[13].
I: A questo punto si può scegliere una traduzione per Brioshi?
Tutti: Sì.

$$n=2\times8+5\times8$$

L'attività continua con la richiesta da parte mia di rappresentare la situazione in modo diverso. Per aiutarli disegno le biglie in un'unica scatola:



Trascrivo alla lavagna le seguenti rappresentazioni:

Melissa Martina	$\begin{cases} n=5+2\times8 \\ 5+2\times8=n \end{cases}$	Bruno Maria Giovanna	$\begin{cases} 2\times8+5\times8=n \\ n=8\times5+2\times8 \end{cases}$
Melania	$n=(2+5)\times8$		

I: Bambini, analizzate le traduzioni di Melissa e di Martina e fate le vostre considerazioni.
Francesco: Maestra, per me sono giuste perché 5+2 rappresentano le biglie che sono in un quadrato per 8 che è il numero dei quadrati.
I: Qualcuno vuole aggiungere qualcosa?
Maria Giovanna: Maestra sono uguali a quella di Melania solo che non hanno le parentesi.
I: Riflettiamo sulla presenza delle parentesi. Bambini cambia qualcosa?[14]
Andrea: Secondo me sì, cambia il risultato perché 5+2×8 è uguale a 21, mentre (2+5)×8 è uguale a 56.[15]
Bruno: È vero, infatti la maestra aveva detto che in una catena di operazioni si risolvono prima le moltiplicazioni.
Maria Giovanna: Allora non sono uguali!
Francesco: Certo, è più giusta quella con le parentesi[16]

---

[13] *Bruno parla di proprietà dissociativa, come molti libri di testo, ma occorre mettere in luce che <u>questa non è una proprietà delle operazioni ma una semplice sostituzione di rappresentazione</u>: 8 e 2×4 sono due rappresentazioni dello stesso numero, pertanto si possono tranquillamente sostituire una all'altra per il principio logico detto appunto di sostituzione. Purtroppo un tempo, non essendoci distinzione tra numero e sua rappresentazione, si parlava di proprietà dissociativa. Oggi si è capito che quella visione era sbagliata, perché la proprietà è qualche cosa di intrinseco all'operazione o alle operazioni cui si riferisce, mentre questa 'proprietà dissociativa' non riguarda l'operazione ma le rappresentazioni numeriche.*
[14] *Ottima questione.*
[15] *Caspita! Complimenti ad Andrea e all'insegnante. Quale lavoro è stato svolto sulle operazioni e la rappresentazione?*
[16]*Mi sembra (chiedo conferma) che la classe abbia conseguito una maggiore autonomia nell'argomentare e nell'interpretare le rappresentazioni in linguaggio matematico. Inoltre, l'ascolto reciproco e il confronto pare abbiano favorito nella maggior parte degli alunni la riflessione e l'autocorrezione limitando il ruolo dell'insegnante come figura preposta ad emettere giudizi. Sembra proprio anche a me. Non aggiungo nulla perché mi sono già espresso in alcuni commenti precedenti.*

I: Scriviamo allora quali sono i due modi corretti per trovare il numero totale delle biglie.[17]

n=2×8+5×8 n=(2+5)×8

.[18]
[19]

---

[17] *L'attività termina. Tuttavia è mia intenzione continuare con le proposte dell'unità sulla proprietà distributiva al fine di far conseguire agli alunni l'obiettivo, non ancora raggiunto, di riconoscere l'equivalenza tra le due scritture. Ottimo. Rilevo dei grandi cambiamenti nella conduzione dell'attività e nella gestione della discussione rispetto al diario di novembre.*

[18] *Il diario è veramente bello. Complimenti all'insegnante, molto attenta sul piano dell'orchestrazione e dei rilanci.*

[19] *Appena 'entrata' nella classe, con l'aggravante di non avere una esperienza diretta nella scuola primaria, faccio anch'io i complimenti all'insegnante sia per come si rapporta ai ragazzi sia per la sua sensibilità verso ambiti matematici molto delicati: le mie osservazioni vogliono essere solo un aiuto per una crescita culturale sia del docente che degli studenti nonché mia personale.*