

Commenti insegnante di classe

Commenti Giancarlo Navarra, E-tutor

Marzo 2010

(uso del registratore) e della LIM

Premessa e contesto in cui si colloca il diario

La classe in cui ho proposto l'attività è la seconda C ed è costituita da 14 alunni, 6 femmine e 8 maschi. È una classe molto eterogenea con ragazzi che presentano difficoltà di apprendimento accresciute da difficoltà di decodifica del testo. I ragazzi accettano però sempre con interesse ciò che viene proposto e sono attivi durante le lezioni.

Ho proposto in classe parte dell'Unità 6 della collana ArAl.

La classe è stata suddivisa in 4 gruppi e ed è stata effettuata nel laboratorio di scienze dove c'è anche la LIM.

La registrazione riporta il lavoro svolto dopo l'intervento in classe del prof. Navarra che ha proposto ai ragazzi di rappresentare in linguaggio algebrico una situazione di equilibrio. Precedentemente con i ragazzi in classe avevamo effettuato le prime tre attività dell'unità utilizzando la bilancia per eseguirle ed avevamo cercato una rappresentazione condivisa delle prime due esperienze svolte.

L'incontro in classe con il prof. Navarra ha focalizzato l'attenzione sulla rappresentazione della situazione iniziale con un'equazione.

I: ... Riprendiamo quindi¹ dalla situazione che vi aveva posto il prof. Navarra. C'è qualcuno che se la ricorda?

Irene: Sì, c'era una bilancia, su un piatto c'erano 2 tavolette di cioccolata e un peso da 50g e sull'altro una tavoletta di cioccolata e 170g.

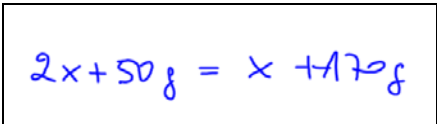
I: Che cosa avevate fatto?

Sara: Avevamo dovuto scrivere la situazione all'inizio.

I: Sì, avevate dovuto rappresentare la situazione iniziale con linguaggio matematico, avevate scritto un'equazione².

Vi ricordate come? Marco che cosa stai dicendo?

Marco R: Sì, lo aveva detto anche Marco G. sapendo che una tavoletta di cioccolata equivale a x fai $2x + 50g$ è uguale a $x + 170g$.



$$2x + 50g = x + 170g$$

I: Siete d'accordo con quanto ha proposto Marco? Potreste rappresentare la situazione in un altro modo?

Lucrezia: Sì, secondo me con altre lettere ma...

I: Quali altre lettere⁴?

Massimiliano: Per esempio la lettera y⁵

I: E come avresti potuto rappresentare allora la situazione?

Lucrezia: $2y + 50g = y + 170g$.

I: Lucrezia, possiamo ritornare a quel "ma" che hai detto prima? Cioè avremmo potuto usare altre lettere "ma"... che cosa volevi dire?

¹ Riprendiamo con l'esperienza proposta dal prof. Navarra per richiesta dei ragazzi.

² Abbiamo introdotto il termine equazione e membro dell'equazione.

³ Durante questa lezione ho adottato il sistema di scrivere io alla lavagna sotto dettatura dei ragazzi per mantenere di più la concentrazione e ridurre i tempi di uscita dei ragazzi. Se non ero sicura dei simboli che utilizzavano guardavo sui loro quaderni o chiedevo di esplicitare come dovevo scrivere.

⁴ Ho scelto di interromperla per riprendere poi il suo "ma", mi sembrava che lo spunto all'introduzione di altre lettere fosse importante.

⁵ Massimiliano è intervenuto al posto di Lucrezia, avrei dovuto riproporre la domanda alla ragazza però, vista la risposta e la pronta reazione e replica di Lucrezia alla domanda successiva non sono intervenuta. Penso che questa e la precedente siano scelte corrette.

Lucrezia: **Volevo dire che qualsiasi lettera noi vogliamo usare è sempre un'incognita**⁶. Possiamo usare la lettera che vogliamo per rappresentare questa incognita...

I: Quindi per rappresentare un'incognita possiamo usare qualsiasi lettera. Che cosa significa incognita? È chiaro a tutti?

Flora: **Un'incognita è quella lettera che non si sa il suo valore**⁷.

I: Sì, è una lettera il cui valore non è noto. Ritorniamo alla domanda di prima: c'era un altro modo per rappresentare la situazione di partenza?

Niko: Be', con un'altra lettera, però sappiamo che è la stessa cosa.

I: Sì. Qualche altra idea?

Flora: Si poteva fare anche: $y+170g=2y+50g$.

I: Quindi che cosa avresti fatto?

Flora: Be', avrei invertito i pesi.

I: Spiegati meglio.

Flora: Avrei scambiato i membri dell'equazione, quello di destra l'avrei spostato tutto a sinistra e quello di sinistra l'avrei spostato a destra.

I: E la situazione resta uguale?

Flora: Sì, perché c'è l'uguale, e **un'uguaglianza non cambia se la leggo in una direzione o nell'altra**⁸.

Anche il resto della classe è d'accordo.

I: Un altro modo per rappresentare questa situazione?

Kawtar: Non so, però secondo me potrebbe funzionare, io l'avevo pensata così prima:

A rectangular box containing the handwritten equation: $? + 170g = ?? + 50g$. The question marks are written in blue ink.

I: Kawtar dice "potrebbe funzionare", quale è la differenza secondo voi nelle scritte proposte?

Lorenzo: Il modo di Kawtar non lo ho mai visto scritto da nessuna parte.

Lucrezia: È vero, però secondo me non cambia, è solo un altro modo di scrivere l'incognita, e basta.

I: Quindi è solo un altro modo di scrivere l'incognita, sei d'accordo Kawtar?

Kawtar: Sì, è per quello che ho detto che potrebbe funzionare. Stiamo solo scrivendo in un altro modo, con altri simboli e basta.

I: Sì, quindi state solo utilizzando altri simboli, questo è importante, il simbolo può essere o un disegno come poteva essere il rettangolo o il punto di domanda, ma anche una stellina, **oppure possiamo introdurre un simbolo come la lettera. Quale è il simbolo usato in matematica?**⁹

Classe: La lettera.

Massimiliano: **E per l'incognita viene usata la x.**¹⁰

⁶ L'osservazione di Lucrezia va ripresa. L'affermazione che 'qualsiasi lettera noi vogliamo usare è sempre un'incognita' deriva dall'inesperienza degli alunni, che hanno incontrato la lettera solo nel suo significato di incognita, e pensano quindi che quello sia il suo unico significato in matematica. Sarà necessario, al momento opportuno, proporre un uso della lettera completamente diverso, e far scoprire il significato di variabile. Per esempio le attività con la griglia (Unità 4), quando si introducono le rappresentazioni dei numeri nelle caselle in funzione di un numero a , aiutano molto in questo senso.

⁷ Sarebbe opportuno sottolineare che non è il valore della lettera che cambia, ma quello del numero che la lettera rappresenta. L'insegnante non si accorge di questa ambiguità e col suo intervento successivo conferma il concetto espresso da Flora. Questo è un aspetto molto delicato sul quale bisogna aiutare gli alunni ad avere le idee il più chiare possibile fin dall'inizio.

⁸ Si può approfittare della frase di Flora per introdurre la proprietà simmetrica delle uguaglianze (se $a=b$ allora $b=a$) e migliorare così anche la proprietà del linguaggio. Secondariamente, Flora confonde direzione e verso; naturalmente non è colpa sua perché nessuno finora gliel'ha fatto notare (i vettori sono l'ambiente classico per introdurre questi concetti).

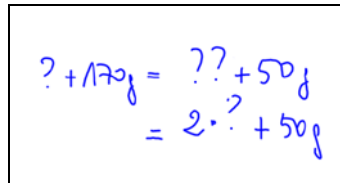
⁹ Penso che in seconda si possa anche porre la questione in termini 'evolutivi', per non lasciare l'idea che sì, è la stessa cosa usare un rettangolo, un punto di domanda o una lettera ma alla fine, per ragioni 'misteriose', in matematica si usa la lettera. Si può spiegare che, nell'approccio a questo tema, poiché non è spontaneo l'uso di una lettera dell'alfabeto, agli alunni più piccoli si lascia la libertà di esprimersi in modo creativo, ma che con il tempo li si conduce verso la storia del pensiero matematico che ha condotto all'introduzione della lettera, e quindi ad un insieme di convenzioni. Si può quindi dire che le lettere non hanno il medesimo statuto: a, b, c designano d'abitudine i coefficienti; x, y, z , le incognite; p, q, r sono molto usate nella logica; con n si indica un numero, e così via.

I: Ritorniamo però a osservare la scrittura di Kawtar. C'è un'altra differenza rispetto alle altre scritture proposte?

Miki: Invece di scrivere 2 e punto di domanda ha scritto due punti di domanda.

I: Spiegati meglio: come avrebbe dovuto scrivere?

Miki: Per scrivere nell'altro modo avrebbe dovuto scrivere 2per?



Lorenzo: Oppure anche “?+?”, che è la stessa cosa di “2x?”

I: La stessa cosa? Non c'è differenza tra le due scritture?

Lorenzo: Be', qui (*la indica*) in “?+?” c'è un'addizione mentre invece in “2x?” c'è una moltiplicazione.

I: Quindi c'è differenza nelle due scritture; nel primo caso abbiamo una rappresentazione additiva, nel secondo caso invece è...

Irene: ... **moltiplicativa**¹¹.

I: Bene. Ora ciò che vi chiedo è di rappresentare utilizzando un linguaggio matematico, sotto forma di equazione, la situazione iniziale dell'ultimo esperimento che avevamo fatto. Chi ci ricorda quale era?

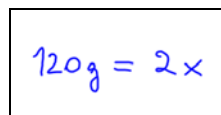
Irene: Avevamo una bilancia e su un piatto c'erano 120g e sull'altro due barattoli e i due piatti erano in equilibrio.



I: Bene, ora rappresentiamo con “una fotografia”¹² questa situazione iniziale. Ognuno provi sul suo quaderno.

I: Chi vuole dire come ha rappresentato la situazione?

Lorenzo: $120g = 2x$



I: Qualcuno ha fatto in modo diverso?

Lucrezia: $2x = 120g$ e $x = 120g : 2$

I: Attenta. È questo che ti avevo chiesto di fare?¹³ Avevo detto di fotografare la situazione del disegno utilizzando il linguaggio matematico, non come risolverla. È questo quello che hai fatto?

Lucrezia: No, la situazione iniziale allora è solo la prima cioè $2x = 120g$.¹⁴

Niko: Per me $120g = x + x$.

I: Qualcun altro?

11/13 hanno scritto nella prima maniera e 2/13 nella seconda.

I: Allora, queste due scritture sono diverse tra loro?

Niko: Una è più semplificata dell'altra.

¹⁰ Mi era sfuggita la frase di Massimiliano (v. frase cui si riferisce il Commento 5).

¹¹ Irene si è inserita nel discorso, la mia non era una domanda. Forse, invece avrebbe dovuto esserlo. Sì, il confronto tra le due scritture è condotto bene, però sarebbe stato meglio porre la domanda in modo tale da far sì che gli alunni esprimessero in modo autonomo e in termini articolati la differenza fra le rappresentazioni additiva, moltiplicativa, mista (additiva e moltiplicativa). Così invece è l'insegnante che compone la frase e lascia alla classe la sola conclusione, che a Irene viene spontaneamente.

¹² In questo caso l'insegnante chiede, di fatto, la ‘rappresentazione di una rappresentazione’ che lei stessa ha fatto alla LIM, traducendo schematicamente (mediante una rappresentazione, appunto) la descrizione di Irene.

¹³ L'insegnante in questo momento è l'unico interlocutore di Lucrezia, e con quell'‘attenta’ colloca la sua proposta nel campo dell'errore. Suggesto, come metodo, di non soffermarsi su una proposta alla volta, ma di trascrivere alla LIM le proposte degli alunni e poi di metterle in discussione. È dai loro interventi che deve emergere la diversa qualità delle scritture, l'equivalenza o meno, la correttezza, la trasparenza, l'economia. L'insegnante si pone in disparte, smista il traffico, lascia che siano gli alunni ad esprimersi, con interventi significativi ma poco appariscenti.

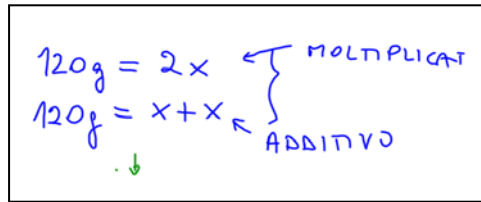
¹⁴ Sarebbe importante capire perché Lucrezia seleziona solo la sua prima proposta. Forse il suo pensiero retrostante ha a che fare con il rappresentare e il risolvere, ma se questo non viene specificato la scelta rimane opaca di significati.

I: Cioè?

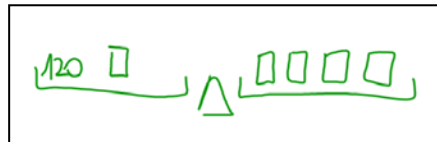
Niko: $120g=2x$ è la semplificazione di $120g=x+x$

I: La semplificazione?¹⁵

Lorenzo: È un altro modo di scriverla: $x+x$ usa il sistema additivo, invece $2x$ quello moltiplicativo, lo abbiamo detto prima.



I: Proviamo a rappresentare un'altra situazione: ho una bilancia: su un piatto un peso da 120, un bicchiere e sull'altro piatto quattro bicchieri: di nuovo fotografate la situazione con linguaggio matematico¹⁶.



Violeta: Ho scritto: 120 più per.

I: Come si chiama?¹⁷ Noi scriviamo il per così, però quella che cosa è?

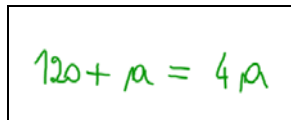
Violeta: Quella che non conosco.

I: La tua incognita, sì. Se non ti piace il simbolo che abbiamo usato per definire l'incognita perché ti ricorda il per puoi usare un altro simbolo?

Violeta: va ben, allora uso "a".

I: E come scriveresti?

Violeta: Diventa: $120+a=4a$.



I: C'è qualcuno che l'ha scritta in modo diverso?

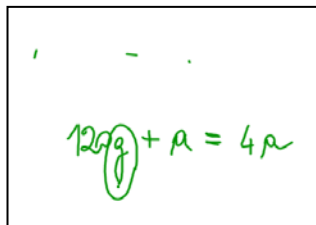
Passo tra i banchi per vedere i quaderni e vedo che Lorenzo ha mantenuto l'unità di misura¹⁸.

I: Lorenzo, leggi ciò che hai scritto.

Lorenzo: $120g+x=4x$.

I: E se volessimo usare la lettera proposta da Violeta?

Lorenzo: $120g+a=4a$.



I: Quale è la differenza tra queste due scritte?

Lorenzo: Io ho messo i grammi, Violeta no.

I: È necessario che ci siano i grammi secondo voi?

Lorenzo: Certo, altrimenti non fotografa la situazione.

¹⁵ Non mi è chiaro che cosa Niko intendesse, avrei dovuto chiedergli di esplicitare meglio il suo pensiero anche perché è in grado di farlo. Concordo, ma in senso generale, indipendentemente dal fatto che Niko sia o meno in grado di farlo. L'argomentazione è un aspetto essenziale del contratto didattico, e riguarda tutta la classe.

¹⁶ V. Commento 12.

¹⁷ Violeta ha gravi difficoltà linguistiche, avrei probabilmente dovuto lasciarla finire però i compagni stavano fremendo e non volevo la mettessero in difficoltà perché la sua rappresentazione era invece corretta. Ne ho approfittato poi per introdurre la possibilità dell'uso di altre lettere come incognita.

¹⁸ Penso che la situazione migliore resti quella di rendere 'pubbliche' tutte le rappresentazioni e di farle confrontare, lasciando alla classe la responsabilità di esprimere valutazioni.

Irene: No, per me invece non è necessario, perché tanto non cambia.

I: Spiegati meglio.

Irene: Perché secondo me potrebbero essere anche chili o litri o patate.

I: Attenta, però chili e patate sono cose diverse. Non confondere l'unità di misura con l'oggetto¹⁹. La domanda è se io ho 120g o se ho 120l, cambia il significato dell'equazione?

Irene: No, ho grammi da una parte e grammi dall'altra, litri da una parte e litri dall'altra...

I: ... e quindi se si tratta di un'equivalenza. La marca della grandezza posso toglierla e posso lavorare solo con il numero²⁰. Quando ho quindi un'equazione questa che cosa è?

Irene: È un'uguaglianza tra due numeri.

I: Cioè? È importante quello che hai detto. "120+a" è un numero? E "4*a" è un numero?

Irene: Sì, sono due numeri, è un modo non canonico di rappresentarli.

I: Un modo non canonico... è chiaro a tutti questo termine?

C'è brusio non tutti hanno chiaro il termine²¹

I: Vi ricordate? Scrivere 5 o scrivere $2+3$ rappresentano lo stesso numero, però 5 è il modo canonico di scriverlo mentre $2+3$ è un modo non canonico²².

Massimiliano: Ah sì, abbiamo usato canonico e non canonico quando abbiamo trovato tutti i modi per scrivere una frazione²³, potevamo scriverle anche come un'espressione. Anche qui è uguale.

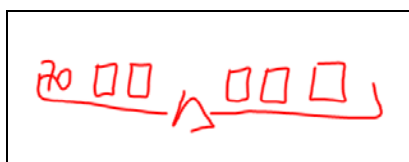
I: Quindi riprendendo la nostra equazione "120+a" è un modo non canonico per scrivere un numero e "4*a" che cosa è? È di nuovo un modo non canonico per scrivere un numero. Ma come sono tra loro questi due numeri?

Massimiliano: Uguali, è un'uguaglianza.

I: Quindi un'equazione è un'uguaglianza tra due modi di scrivere lo stesso numero e in uno dei due membri o in tutti e due c'è un'incognita²⁴.

Flora: Sì, nell'esempio di prima c'era l'incognita solo in un membro adesso invece c'è in tutti e due.

I: Ultimo esempio: rappresentate questa situazione:²⁵



Passo tra i banchi e dopo aver osservato i loro elaborati faccio chiedo a Lucrezia di dettare la sua equazione²⁶.

Lucrezia: Ho scritto $70AA=3A$ (scrivo quello che c'è sul suo quaderno usando le maiuscole), però ho guardato quello che ha scritto Miki e ho visto che ho sbagliato perché tra 70 e le due A doveva esserci un più.

¹⁹ Non sono forse stata sufficientemente chiara. Può essere, comunque fai sempre in tempo a riprendere il concetto. Nel complesso credo che la frase di Irene esprima più una forma di sciattezza linguistica che di confusione concettuale. Può esserci anche quella, ma di base non sembra che lei abbia riflettuto molto su quello che ha detto.

²⁰ Questo scambio con Irene può aprire la strada verso riflessioni importanti sulla generalizzazione e la modellizzazione. Si può far emergere come l'equazione evidenzia le relazioni fra gli enti in gioco, e quindi la struttura del problema. Si possono fare degli esempi di questa analogia strutturale molto diversi fra loro, anche senza pesi o litri, per esempio: Degli alunni attendono davanti alla scuola le corriere per la gita, ognuna delle quali conterrà lo stesso numero di persone. Alle 7 nel parcheggio ci sono 120 alunni e una corriera al completo. Alle 7.15 quattro corriere complete. Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che Brioshi possa trovare quanti posti ha una corriera.

²¹ Irene, rispetto a molti della classe è generalmente attenta alla terminologia che usiamo in classe e molte volte usa dei termini che per gli altri non sono ancora entrati nel vocabolario corrente, in realtà i termini forma canonica e non canonica sono stati usati più volte in classe ed anche il prof. Navarra ne ha fatto uso.

²² Ritengo che sia molto più produttivo fare in modo che siano gli alunni a costruire / recuperare / perfezionare / approfondire... i concetti attraverso processi di argomentazione condivisa. L'insegnante che recupera un concetto al posto degli alunni difficilmente raggiunge l'obiettivo.

²³ Forse mi sbaglio, ma ho l'impressione che Irene ricostruisca un significato in modo approssimativo, attraverso una ricostruzione parziale di un ricordo superficiale, di carattere 'tecnico'. Sarebbe stato probabilmente più 'potente' se la classe avesse potuto ricostruire autonomamente il senso teorico del concetto.

²⁴ Dovrò verificare se questo concetto è passato a tutti i ragazzi. Più che verificarlo a posteriori, sarebbe importante consentire che la verifica avvenisse in corso d'opera. Anche in questo caso è l'insegnante che spiega. Gli alunni, come fa subito dopo Flora, intervengono su quello che ha detto l'insegnante, mentre sarebbe meglio se potessero disporre di spazi per costruire concetti assumendosi la responsabilità della loro chiarezza e della loro correttezza.

²⁵ Ancora una volta si chiede di 'rappresentare una rappresentazione'. Sarebbe diverso chiedere di rappresentare una situazione davvero concreta o un testo, senza 'mediatori' espressivi.

²⁶ Perché solo a Lucrezia?

$$70AA = 3 \cdot A$$

I: Allora vediamo un po' quello che Lucrezia. Ha individuato come un suo errore. Lei ha detto: 70 più AA=3 per A.

$$70 + AA = 3 \cdot A$$

I: Scritto così va bene?

Classe: No, così no

Lucrezia: Perché no?²⁷

I: Niko, visto che hai detto no, aiutala ad individuare l'errore²⁸.

Niko: Manca un simbolo tra le due A.

Lucrezia: Il 'per': posso fare "70+A·A", però non "70+A·2".

$$70 + A \cdot A = 3 \cdot A$$

$$70 + A \cdot 2 = 3 \cdot A$$

I: Attenti, allora partiamo da $70 + A \cdot 2 = 3 \cdot A$. Osservate come avete scritto le due moltiplicazioni: è la stessa cosa scrivere "A·2" o "3·A"?²⁹

Niko: Sì, perché c'è la proprietà commutativa e quindi hanno lo stesso significato.

I: Sì, è vero, hanno lo stesso significato proprio per la proprietà commutativa della moltiplicazione, però esiste una regola che dice che quando noi abbiamo una scrittura che rappresenta una moltiplicazione nella quale c'è una parte numerica e una parte letterale sempre la parte numerica va prima e la parte letterale va dopo. Lucrezia quindi come scriveresti la tua equazione alla luce di questa regola³⁰?

Lucrezia: $70 + 2 \cdot A = 3 \cdot A$

$$70 + A \cdot 2 = 3 \cdot A \Rightarrow 70 + 2 \cdot A = 3 \cdot A$$

I: Bene. Ora un'altra regola³¹: quando si scrivono le lettere queste si scrivono minuscole invece che maiuscole.

Quindi come si dovrebbe scrivere?

Kawtar: $70 + 2$ per a minuscolo = 3 per a minuscolo.

²⁷ Brava Lucrezia!

²⁸ Ottimo invito.

²⁹ Ripeto un'osservazione fatta altrove: l'insegnante svolge un ruolo troppo chiarificatore, organizzatore del pensiero degli alunni. Provi a mettersi in disparte, per esempio chiedendo semplicemente: "Cosa ne pensate di queste due scritture"? Mantiene intatto il suo ruolo, solo che lo sviluppa a partire da ciò che la classe esprime non prima che la classe lo faccia.

³⁰ Non si tratta di una 'regola', ma di una convenzione adottata nel corso del tempo dalla comunità dei matematici. È importante far capire che si tratta di un accordo, di una scelta condivisa. La 'regola' ha un che di imposizione che si può solo accettare.

³¹ Anche in questo caso non si tratta di una regola, ma di un sistema di convenzioni oltretutto piuttosto 'mobile' (v. Commento 9) e dipendente anche dalle diverse situazioni culturali che creano abitudini più o meno diffuse.

$$70 + 2 \cdot a = 3 \cdot a$$

I: Bene. Altra domanda: in questa scrittura “ $70 + A \cdot A = 3 \cdot A$ ” Lucrezia ha cambiato subito con “ $70 + A \cdot A = 3 \cdot A^{32}$ ”. Guardiamo questo “a” e confrontiamolo con “2·a” sono la stessa cosa?

Lucrezia: No.

I: Perché?

Lorenzo: “a·a” sono due incognite moltiplicate tra loro e quindi “a·a” è a alla seconda.

I: e “2·a” è uguale ad a^2 ?

Classe: No

Lorenzo: È uguale a 1 doppio del valore di a.

$$\begin{aligned} a \cdot a &= a^2 \\ 2 \cdot a &= 2 \cdot a \end{aligned}$$

I: Allora, quale potrebbe essere la scrittura definitiva della situazione iniziale?

Sara: 70 più 2 per $a=3$ per a

I: Passando però vicino al tuo quaderno vedo che l’hai scritta in modo diverso. Mi detti come l’hai scritta?

Sara: $70 + 2x = 3x$

$$70 + 2x = 3x$$

I: Quale è la differenza?

Niko: Sara ha usato la x invece della a e poi Sara ha tolto il per.

I: Sì, ha tolto il per.

Niko: È una convenzione: ha tolto il per perché ci sono un numero e una lettera. Ma è vero anche con due lettere è l’errore di Lucrezia prima che aveva scritto 70 per A per A.

I: Avete capito? Vale anche con i numeri?

Classe: Sì.

I: Sicuri? Per esempio se scrivo così: 2 per 3 e lo scrivo così è chiaro?

$$23$$

Flora: Ah, no! Quello è il numero 23! Se vuoi scrivere la moltiplicazione devi scrivere il simbolo della moltiplicazione, il ‘per’.

I: È chiaro a tutti? Quindi la scrittura di Sara avrebbe potuto anche essere questa:

$$70 + 2 \cdot x = 3 \cdot x$$

I: Allora oggi sono uscite diverse cose importanti. Qualcuno vuole provare a riassumerle? Per esempio la prima è che siamo riusciti a descrivere delle situazioni iniziali usando il linguaggio matematico, abbiamo costruito delle equazioni e questa volta lo abbiamo capito bene. Poi?

Lorenzo: Abbiamo visto che possiamo usare lettere diverse per indicare l’incognita.

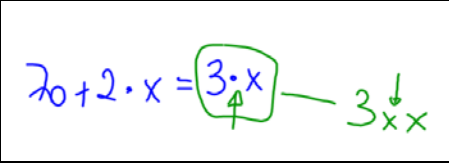
Irene: L’equazione è un’uguaglianza tra due numeri.

I: Sicura di averlo detto bene?

³² Ci dev’essere un errore di trascrizione.

Irene: No, di due modi di scrivere³³ lo stesso numero, come prima con i modi non canonici.

I: e poi alla fine abbiamo visto che ci sono delle regole da rispettare³⁴: le lettere si scrivono minuscole, se ci sono lettera e numero si scrive prima il numero e che tra numero e lettera si può scrivere il simbolo di moltiplicazione con il pallino ma possiamo anche non metterlo. A questo proposito noi abbiamo sempre usato il pallino ma se il simbolo di moltiplicazione lo scrivessimo così (\times) potrebbe andare bene? Per esempio se scrivessi così: '3 per x' (e scrivo $3 \times x$)?



Niko: No, perché farebbe confusione se scrivo $3xx$ posso pensare di avere $3x$ alla seconda.

I: Certo, quindi potrei confondere il segno di operazione con la lettera usata.

A questo punto finisce la lezione e suona anche il campanello.

³³ *Suggerisco di far usare il termine rappresentazione. È più 'unificatore' di 'modo'. Per capirci, possiamo parlare di rappresentazione in linguaggio naturale o matematico, di rappresentazione iconica, grafica, sagittale, insiemistica, tabulare, cartesiana, eccetera. Permette anche di parlare in modo più chiaro di traduzione fra diverse rappresentazioni.*

³⁴ *Mi è dispiaciuto trarre io le conclusioni finali però stava per suonare il campanello e mi sembrava importante riprendere quanto fatto al termine dell'attività. Sono stati trattati diversi concetti poiché molti a mio avviso sono stati gli stimoli derivati dei ragazzi. È vero. E quanto più aumenta lo spazio lasciato agli alunni tanto più aumentano i loro stimoli. Dal diario è evidente che l'insegnante coinvolge molto gli alunni chiedendo ragione delle loro affermazioni, ma suggerirei di sperimentare un ruolo più defilato, meno decisivo per l'andamento della lezione, più teso a favorire la devoluzione, e cioè l'assunzione da parte degli alunni della responsabilità nella costruzione delle proprie argomentazioni. Per quanto concerne la questione delle 'regole' rimando ai Commenti precedenti.*