

Commenti [IR Giancarlo Navarra](#)

Commenti [Nicolina Malara](#)

14 febbraio '17

1 (Uso del registratore)

Parole Chiave

REGOLA, FUNZIONI, GENERALIZZAZIONE, RAPPRESENTARE-RISOLVERE

Presentazione dell'attività

Trascrizione dell'intervento in classe del prof. Navarra.

In blu i suoi commenti rivolti ai docenti, ai genitori, alle tirocinande e alla laureanda in scienze della formazione primaria presenti alla lezione.

Gli alunni partecipano al progetto dalla prima primaria, parecchi hanno già svolto attività su successioni e Matematochetta alla scuola dell'infanzia.

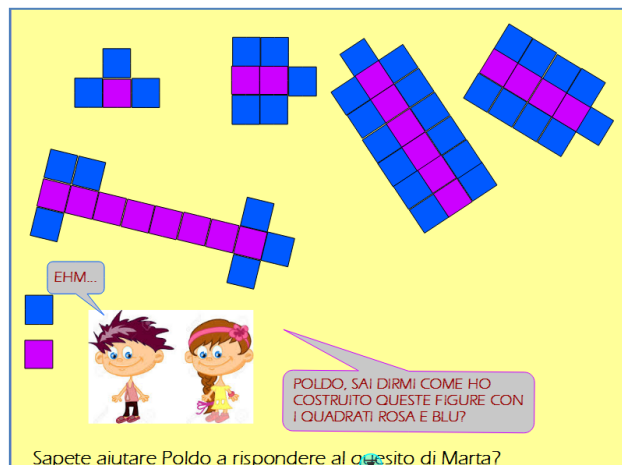
Relativamente all'argomento della lezione hanno già trattato con l'ins. di classe alcune attività sulla ricerca di regolarità e sull'avvio alle funzioni.

Descrizione della situazione proposta

A partire dalle slide sul sito progetto ArAl (competenza E4) si svilupperà la lezione relativa alla costruzione di forme con quadrati viola e azzurri.

[E4. Risolvere situazioni problematiche aventi per oggetto il confronto fra due progressioni aritmetiche non esplicitate attraverso l'uso della rappresentazione tabulare e saper passare dalla relazione funzionale diretta a quella inversa](#)

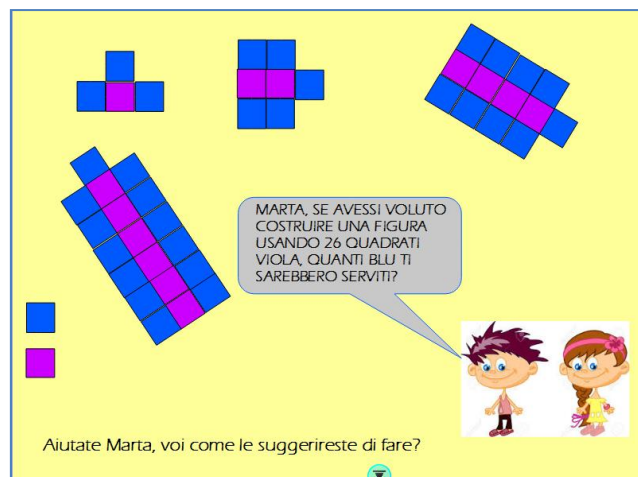
Slide n. 1



1. IR: Vi mostro il problema e vediamo come dire. Leggi la consegna.
2. Giulia: Poldo sai dirmi come ho costruito queste figure con i quadrati rosa e blu? Sapete aiutare Poldo a rispondere al quesito di Marta?
3. IR: Un minuto di riflessione, ognuno per conto suo, dopo di che vi faccio io qualche domanda. *Dopo una pausa* Chi è che comincia a raccontarmi, a descrivere... chi vorrebbe fare Poldo?
4. Lucas: Unendo i quadrati.
5. IR: Unendo i quadrati...
6. Lucas: Unendo i quadrati blu e rossi.
7. IR: Io però potrei anche metterli alternando un quadrato blu e uno rosso; sono messi in un certo ordine secondo te?
8. Filo: Secondo me Marta ha messo prima una striscia di rosa e dopo tutto attorno una striscia di blu.
9. IR: Si può spiegare meglio? Allora... c'è una striscia rosa... invece che "ha messo intorno i blu" come diresti per essere più preciso?
10. David: I contorni? Io ho visto che in mezzo c'è sempre una striscia di quadratini viola e sui contorni c'è sempre le strisce blu.
11. Francesco: Ha attaccato i quadrati blu intorno alla striscia rosa.
12. IR: Intorno proprio no...
13. Francesco: No, sui lati.
14. IR: Che lati?
15. Francesco: Sui lati lunghi.

16. IR: Allora, cos'è che ha detto Francesco?
17. Asia: Che hanno messo una striscia viola e sui lati lunghi hanno messo i quadrati blu.
18. IR: E basta? Cioè hanno messo una striscia di quadrati viola e ai lati lunghi due strisce di quadrati blu?
19. Giacomo Chi: E poi alla fine hanno messo sempre un quadrato blu.
20. IR: C'è per così dire... questo che cos'è secondo voi? *Indica uno dei pezzi in costruzione.*
21. Asia: È un pezzo incompleto.
22. IR: No, è in costruzione... per darvi un'idea di ciò che può succedere... Bene, adesso immaginiamo cosa direste ad un bambino che debba fare queste figure. Cosa gli direste di fare?
23. Carlotta: Gli direi di mettere, unire dei pezzi... dei quadratini.
24. IR: Questi sono già sul tavolo, immaginiamo che adesso tu hai tanti quadrati e devi fare un pezzo nuovo.
25. Federico: Sistemare i quadrati
26. IR: Ho capito, ma sai, prima avete detto che c'è una striscia viola, i lati lunghi... siete stati molto completi, adesso utilizzate quello che avete detto prima per spiegare a uno come potrebbe fare un pezzo nuovo.
27. Lucas: Si spiega che per fare un'altra di queste figure, se hai una striscia di quadrati rosa, poi fai il contorno con i lati blu.
28. IR: Con i quadrati blu.
29. Lucas: Poi alla fine metti un altro quadrato blu.

Slide n. 2



30. Lore B: Posso moltiplicare i 26 quadretti viola, perché i quadretti blu visto che sono nei due lati lunghi sono il doppio, però dopo devi aggiungere un quadretto blu perché alla fine lo mettono per chiudere.
31. IR: Ti chiederei solo di migliorare la prima parte. Tu hai detto: "Devo moltiplicare i quadretti".
32. Lucas: Devo moltiplicare il numero dei quadretti...
33. IR: È importante specificare... Ora rappresentate per Brioshi, cioè in linguaggio matematico, quello che hanno proposto i vostri compagni.
34. *Qualcuno chiede di ripetere...*
35. Lore B: Devo moltiplicare il numero dei quadretti viola per due perché i quadretti blu sono i due lati lunghi e hanno lo stesso numero di quadretti della striscia viola, e dopo devo aggiungere un quadretto blu per chiudere la figura.
36. IR: È stato di una chiarezza assoluta!
37. IR: A questo punto si apre quella che è la fase più importante della questione, nel senso che teoricamente Lorenzo con l'aiuto di Lucas ha descritto in maniera molto chiara come potrebbe aiutare a risolvere questa situazione problematica. Diciamo che tra il dire e il fare c'è di mezzo il mare... Il passaggio delicato è tra ciò che uno ha in testa e come lo rappresenta in linguaggio matematico e quindi si apre una strada che è la più importante per l'insegnante, ma che fondamentalmente è una strada di sfumature che vanno interpretate. Per interpretare queste sfumature bisogna che l'insegnante si affini delle antenne, nel senso che molte volte quando si risolvono problemi gli insegnanti danno un problema e alla fine c'è chi lo ha risolto e chi invece non lo ha risolto, chi ha saputo impostare le operazioni giuste per arrivare alla conclusione e chi invece non ce l'ha fatta, ha sbagliato operazioni, oppure ha fatto confusione con i calcoli... Qui invece siamo ad un livello in cui quello che diventa importante è che la matematica è un linguaggio di comunicazione, cioè queste scritture che loro hanno prodotto comunicano ai compagni e all'insegnante, e in questo caso a voi, ciò che è passato per la loro testa, ma non soltanto, anche la loro concezione di quello che dovevano fare. Mi spiego copiando le loro proposte alla LIM:

- A) $\blacktriangle \times 2 + 1$ $\blacktriangle 26 \times 2 + 1$
 B) $26 \times 2 + 1 = 53 - \blacktriangle$
 C) $26 \times 2 + 1 = 53$
 D) $26 \times 2 + 1$
 E) $26 \times 2 = \blacktriangle \times 2$
 F) $26 \times 2 + 1 =$
 G) $26 \times 2 + 1$

38. IR: Damiano: Ce ne sono due uguali, la (D) e la (F).
 39. Voce: No, c'è l'uguale.
 40. IR: E quello fa la differenza. **Fa la differenza, e qui mi rivolgo soprattutto agli insegnanti, perché quell'uguale è proprio l'indicatore di che cosa passa per la testa di (F).** E voi (*agli alunni*) che cosa ne pensate? Quale vi pare che vada meglio? La domanda com'era?
 41. Giacomo Chi: Se tu usi 26 quadrati rosa, quanti quadrati blu userai?
 42. Francesco: Per me la G è la più giusta, ti spiego perché?! Perché ha il testo per far capire a Brioshi come si fa a rappresentarla, mica a risolverla, senza scrivere il risultato.
 43. IR: Brioshi, voi sapete chi è? Per chi non lo conosce... partendo dall'ipotesi che il linguaggio della matematica sia anche il linguaggio della comunicazione di oggetti matematici, allora è stato inventato molti anni fa nelle classi un bambino virtuale giapponese che non sa una parola di italiano, però ama scambiare messaggi usando esclusivamente il linguaggio della matematica. Brioshi è colui che, se riceve dei messaggi che sono scritti bene, strutturati bene anche sintatticamente, lui li capisce, sbagliati o giusti che siano. Se invece hanno dentro delle 'balorderie', ad es '3/5 di 7' quel 'di' lui non lo capisce. Quindi Francesco ci stava dicendo che questa frase (*la G*) Brioshi la capisce perché esprime il processo e questo è il numero...
 44. Francesco: Sono i quadrati blu che gli serviranno...
 45. IR: più che 'sono i quadrati blu'...
 46. Francesca: ... è il numero dei quadrati blu.
 47. IR: delle altre cosa mi dite?
 48. Mattia: Io non sono d'accordo con la (C) perché tu avevi detto di rappresentarla e colui che l'ha fatta l'ha risolta.
 49. IR: **Qui loro due hanno usato due parole chiave: rappresentare e risolvere. La tendenza della scuola è quella di risolvere i problemi mentre invece la prospettiva nella quale invitiamo a lavorare è rappresentare in linguaggio matematico la situazione, in maniera tale che Brioshi si arrangi a trovare il valore dell'incognita in questo problema. Non è che quella rappresentazione sia sbagliata... vedete anche qui, il concetto di sbagliato e giusto è questione di sfumature. L'obiettivo è quello di far rappresentare; in fondo quando voi pensate a dover rappresentare una situazione mediante un'equazione voi ve ne fregate di quale sia il valore dell'incognita. Voi trovate le relazioni tra i vari elementi del problema, dentro ci sarà un'incognita, e dopo, applicando certe regolette, trovate il suo valore ma di fatto mentre nel risolvere il problema aritmeticamente voi vi concentrate sulle operazioni perché il vostro obiettivo è trovare un risultato, qui invece siccome il risultato è una faccenda di Brioshi voi dovete preoccuparvi di rappresentare, ma allora nel rappresentare non ci sono più soltanto i numeri conosciuti ma nella rappresentazione interviene anche il numero incognito, come in questo caso. Cosa mi dite della (B)?**
 50. Giulia: È sia giusta che sbagliata, perché all'inizio aveva fatto come me (C), dopo si è accorto e si è corretto.
 51. Francesca: Io non sono d'accordo sulla (E) perché secondo me il numero misterioso sarebbe il numero di quadratini che troviamo, quindi sarebbe il risultato e il risultato dopo non lo moltiplichiamo di nuovo per 2, ma moltiplichiamo il numero di quadratini viola cioè 26.
 52. IR: **Qui Francesca ha fatto l'argomentazione corretta però è risbucato il discorso del risultato; in realtà qui il risultato è il soggetto della frase cioè il numero dei quadratini blu è uguale a $26 \times 2 + 1$. La prospettiva aritmetica è operazioni-calcoli-risultato; la prospettiva algebrica è rappresentazione della situazione utilizzando tutti gli elementi in gioco, noti o sconosciuti, e quindi non parlo più di risultato perché \blacktriangle non è un risultato, \blacktriangle rappresenta il numero dei quadratini blu. È una sfumatura che è fondamentale. È vero che dopo voi fate comunque delle operazioni per trovare questo numero, però è una sfumatura fondamentale.**
 53. Angela: Io non capisco la (F), perché non hanno messo il numero misterioso.
 54. IR: Chi ha fatto la (F)?
 55. Lore B: Io non ho scritto niente dopo perché volevo fare che Brioshi rispondeva alla domanda, allora non ho messo niente, né l'incognita né...
 56. Angela: Però sarebbe incompleta...
 57. Manuel: Perché altrimenti non gli facciamo capire cosa deve trovare.
 58. Lucas: Se non mettiamo l'uguale lui non capisce che deve continuarla.

59. Francesca: **Non è incompleta¹**.
60. IR: Diciamo che qui stiamo parlando di costruzione di significati; io sono d'accordo personalmente con coloro i quali hanno detto che questa (*indica* $26 \times 2 + 1 =$) è incompleta per Brioshi. La giro leggermente e scrivo:

$$\blacktriangle = 26 \times 2 + 1$$

61. IR: Che differenza c'è tra queste due frasi (*indica* $26 \times 2 + 1 =$ e $\blacktriangle = 26 \times 2 + 1$)?
62. Melissa: In quella in alto bisogna trovare che cosa serve, il risultato, perché non l'hanno messo.
63. Manuel: **La prima ($26 \times 2 + 1 =$) è sbagliata perché se quella la giriamo non c'è niente e non può essere uguale a quell'operazione².**
64. IR: E la seconda? Traduci in lingua italiana la seconda... che cosa diresti?
65. Manuel: Il numero misterioso è uguale a 26 per 2 più 1.
66. IR: C'è come soggetto della frase il numero misterioso, che è quello che ti dicono loro, che Brioshi deve trovare. Brioshi dice: "che cos'è il numero misterioso?" Il numero misterioso è $26 \times 2 + 1$ mentre invece la prima personalmente mi puzza più di 'operazioni e risultato'.
67. Mattia: Hai applicato la proprietà simmetrica dell'uguaglianza!
68. IR: Sì!!! Grande, grande, grande!
69. Francesca: Però per me $26 \times 2 + 1 =$, lasciando lo spazio, per me sarebbe giusto perché in pratica non scrivi il numero misterioso però lasci lo spazio e in pratica sarebbe trasparente e Brioshi in realtà dovrebbe...
70. Filippo: Anche per me quella è giusta perché comunque si capisce che Brioshi deve scrivere il risultato.
71. IR: Sapete qual è la differenza? Quanti sono gli enti in gioco in questo problema?
72. Alunna: 26, 2 e 1.
73. IR: Sicura che siano soltanto tre?
74. Lucas: No, sono quattro; c'è anche l'incognita.
75. IR: E allora l'incognita bisogna metterla dentro perché è sempre un numero. Diciamo che questa frase è più completa dell'altra. Adesso vorrei vedere, se invece che dirmi il numero misterioso è $26 \times 2 + 1$, sapete dirmi una cosa più elegante.
76. Carlotta: La somma tra 1 e il prodotto tra 2 e 26 che è uguale al numero di quadretti blu.
77. IR: Ancora più elegante...
78. Francesca: Il prodotto tra il numero di quadratini viola e...
79. IR: Qui ti viene meglio quella che ti sto chiedendo io... quel per 2...
80. Francesca: È il doppio! Il numero misterioso è uguale alla somma tra il doppio del numero di quadratini viola e 1.
81. IR: Ho un'idea, proviamo a scrivere una regola che serva per trovare il numero di quadrati blu per un numero qualsiasi di quadrati viola? In linguaggio matematico...
82. Asia: v di viola.
83. Francesca: b di blu.
84. Voci: Il numero dei quadratini viola! Il numero dei quadratini blu!
85. Manuel: Il numero dei quadratini blu è uguale alla somma tra il doppio del numero dei quadratini viola e 1.
86. IR: In linguaggio matematico.
87. Carlotta: Il numero dei quadratini blu... e detta

$$b = v \times 2 + 1$$

88. Alunno: Devo moltiplicare per due il numero dei quadratini viola e aggiungere 1.
89. IR: Lui ha scritto una definizione di tipo procedurale. Quello però che hanno dato prima è una definizione di tipo relazionale, cioè più alta, che dice che cos'è quel numero. Ai più grandi si potrebbe dire che è il successivo del doppio del numero dei quadrati viola... Voi potete raffinare, in base all'età, alle competenze... portarli verso una capacità di controllo dei significati delle scritture matematiche dove il linguaggio naturale è il mediatore fondamentale. Il problema che abbiamo avuto tutti quando andavamo alle superiori è che diventavamo cretini a scrivere delle formule, qui invece il passaggio fondamentale è utilizzare il linguaggio naturale per dire le cose e poi tradurre. Chi mi dice la differenza tra queste due scritture?

¹ La classe è abituata alla discussione collettiva e ad ascoltarsi reciprocamente. Non è frequente trovare cinque alunni che, come in questo caso, uno dopo l'altro (55-59) argomentano riferendosi a ciò che hanno detto i compagni in precedenza. E questo si ripete in più occasioni. C'è la sensazione forte di parlare una sorta di 'lessico familiare condiviso'.

² A tavolino l'intervento di Manuel risulta ancora più chiaro; lo parafrafo leggermente: $26 \times 2 + 1 =$ è sbagliata perché se portiamo $26 \times 2 + 1$ a destra dell'uguale e scriviamo quindi $= 26 \times 2 + 1$, a sinistra dell'uguale 'non c'è niente' e quel 'niente' non può essere uguale a delle operazioni.

90. Mattia: C'è la proprietà simmetrica dell'uguaglianza.

91. IR: Immaginiamo che uno scriva così: $1+v \times 2=b$.

$$1+v \times 2=b$$

92. Francesca: Ha usato due proprietà, prima la simmetrica dell'uguaglianza perché ha invertito l'operazione e poi la proprietà commutativa perché ha invertito i due numeri.

93. IR: Non crediate che in una classe qualsiasi si poteva fare una cosa del genere: se voi pensate abbiamo fatto una matematica 'alta' senza praticamente fare nemmeno un calcolo, facendo soltanto una riflessione sulle scritture matematiche. Abbiamo affrontato proprietà, algebra, abbiamo parlato di incognite... non abbiamo fatto neanche un calcolo ma è un senso infinitamente più alto che se uno avesse detto '53'.

94. Moreno: Si poteva fare $20 \times 2 + 6 \times 2 + 1$.

95. IR: Ah... ma questa qua è una sfida allora!!! Scrive:

$$26 \times 2 + 1 = 20 \times 2 + 6 \times 2 + 1$$

96. IR: Che cosa hai fatto da qua (*indica a sinistra dell'uguale*) a qua (*indica a destra*)?

97. Moreno: Ho scomposto...

98. IR: Più bello... (*chiede sottovoce all'insegnante se hanno affrontato la proprietà distributiva*).

99. I: (*sottovoce*) Una volta sola nominata però forse qualcuno si ricorda.

100. Alessia Mi: La proprietà distributiva!

Si è superato il tempo a disposizione e l'incontro termina.

3

³ Il lavoro sviluppato è di buona qualità ma è incompleto. Quello che a mio avviso rimane in ombra, per effetto della consegna, è la visione funzionale che andava indotta da subito facendo osservare la relazione tra il numero dei quadratini blu e quelli viola nei vari casi rappresentati e che tale relazione si conserva al variare del numero dei quadratini viola. L'aver centrato l'attenzione solo su un caso (numero quadratini viola = 26) dà l'imprinting dell'equazione, infatti i bambini parlano di numero misterioso. Così non si costruisce alcuna generalità. Per recuperare questo aspetto è opportuno fare particolarizzazioni della relazione chiedendo ai bambini di stabilire il valore del quadratini blu al variare del numero dei quadratini viola (e se invece di 26 i quadratini viola fossero 35? Oppure 27? o 15? O 54 e così via).

Sono pienamente d'accordo con le osservazioni contenute nel commento, che sono legittimate da una carenza di informazioni che avremmo dovuto inserire sin dall'inizio come introduzione al diario. Provvedo subito.

Le due slide che abbiamo esplorato con la classe fanno parte di una sequenza di cinque contenute in un pacchetto di situazioni problematiche inserite in una delle presentazioni powerpoint intitolata [E4. Risolvere situazioni problematiche aventi per oggetto il confronto tra due progressioni aritmetiche attraverso l'uso della rappresentazione tabulare e saper passare dalla relazione funzionale diretta a quella inversa](#). La presentazione fa parte delle prove per la verifica/costruzione di competenze realizzate all'interno del [Curricolo per l'insegnamento dell'aritmetica e dell'algebra nella scuola primaria e secondaria di primo grado nella prospettiva dell'early algebra](#).

La sequenza completa, da cui sono state ricavate le due proposte alla classe, è presentata nella pagina seguente. L'attività oggetto del diario è inserita in questo contesto:

- era stato concordato all'inizio dell'anno scolastico 2016/2017 con gli insegnanti dei quattro istituti della Rete di Trieste e di quello di Muggia di concludere il percorso, avviato negli anni precedenti, sulla ricerca di regolarità; abbiamo quindi dedicato incontri, approfondimenti attraverso le Unità, materiali presenti nel sito, interventi nelle classi e diari all'approccio ai concetti di variabile e di rapporto funzionale fra due variabili;
- le insegnanti avevano chiesto che nei miei ultimi interventi di quest'anno nelle classi quarte e quinte e nelle prime secondarie avviassi io l'attività nelle classi, ed era stato deciso che, in tutte, avrei introdotto la sequenza in questione; il tempo a disposizione e l'evolversi della situazione mi hanno permesso quasi ovunque, di lavorare solo sulle prime due slide; le classi hanno mostrato di essere pronte allo sviluppo successivo;
- successivamente ai miei interventi, le insegnanti avrebbero proseguito verso l'obiettivo finale di cui parla giustamente Malara, avviando gli alunni verso una visione funzionale attraverso l'utilizzo delle tre slide successive, sempre più articolate.

Come si vede, quindi, l'approccio alla generalizzazione si sviluppa lungo un processo didattico di cui si è analizzata, nel corso degli incontri, solo una parte. È vero anche che si sono manifestate delle contraddizioni lungo tutto l'arco dell'incontro tra embrione di generalizzazione e 'profumo di equazione' ((51, 53, 65, 66, 69, 80) 'Numero misterioso'; (55, 74) 'Incognita'). Mi sembra comunque che l'argomentazione di Lucas a completamento della discussione sulla prima slide (27-29): "Per fare un'altra di queste figure, se hai una striscia di quadrati rosa, poi fai il contorno con i lati

blu. Poi alla fine metti un altro quadrato blu”, rappresenti bene il concetto di generale potenziale che abbiamo introdotto alcuni anni fa nel quadro teorico del progetto ArAl. Anche un mio successivo intervento (81) “Ho un’idea, proviamo a scrivere una regola che serva per trovare il numero di quadrati blu per un numero qualsiasi di quadrati viola?” consolida il concetto e anticipa ciò che avverrà in seguito.

Mi sembra insomma che, grazie anche all’abitudine all’argomentazione e alle competenze degli alunni in ambiente early algebra, si stia sviluppando una buona evoluzione del balbettio algebrico.

Le cinque slide che definiscono il percorso

Dalla prima primaria alla terza secondaria

1a.



Ehm...

Pippo, secondo te, Marta come ha costruito le sue figure con quadrati di cartone rossi e blu? Come completeresti l'ultima figura?

Sapete aiutare Pippo a rispondere alla domanda dell'insegnante?

Passa a: Copertina Obiettivi Prim: 1 2 3 4 5 Sec 1°: 1 2 3 4

Slide 1

Dalla prima primaria alla terza secondaria

1b.



Ora ci penso assieme a Pippo.

Marta, se avessi voluto costruire una figura con 26 quadrati rossi, quanti blu ti sarebbero serviti?

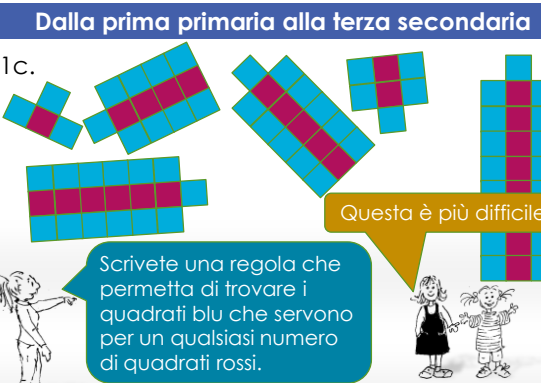
Aiutate Marta. Come le suggerireste di fare?

Passa a: Copertina Obiettivi Prim: 1 2 3 4 5 Sec 1°: 1 2 3 5

Slide 2

Dalla prima primaria alla terza secondaria

1c.



Questa è più difficile!

Scrivete una regola che permetta di trovare i quadrati blu che servono per un qualsiasi numero di quadrati rossi.

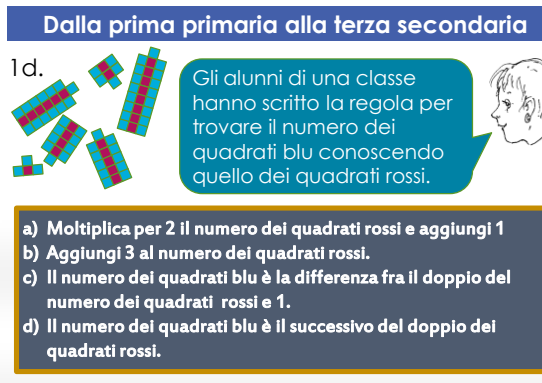
Aiutate Marta e Alice.

Passa a: Copertina Obiettivi Prim: 1 2 3 4 5 Sec 1°: 1 2 3 6

Slide 3

Dalla prima primaria alla terza secondaria

1d.



Gli alunni di una classe hanno scritto la regola per trovare il numero dei quadrati blu conoscendo quello dei quadrati rossi.

a) Moltiplica per 2 il numero dei quadrati rossi e aggiungi 1
 b) Aggiungi 3 al numero dei quadrati rossi.
 c) Il numero dei quadrati blu è la differenza fra il doppio del numero dei quadrati rossi e 1.
 d) Il numero dei quadrati blu è il successivo del doppio dei quadrati rossi.

Analizzate le proposte e commentatele.

Passa a: Copertina Obiettivi Prim: 1 2 3 4 5 Sec 1°: 1 2 3 7

Slide 4

Dalla prima primaria alla terza secondaria

1e. Alcuni alunni hanno scritto questa regola per trovare il numero dei quadrati rossi conoscendo quello dei quadrati blu.

Il numero dei quadrati rossi è uguale al numero dei quadrati blu meno $\frac{1}{2}$.

Cerchiamo di capire cosa è stato cancellato.

Poi bisogna verificarla sulle figure che ha fatto Marta.

Passa a: Copertina Obiettivi Prim: 1 2 3 4 5 Sec 1°: 1 2 3 8

Slide 5