Commenti dell'insegnante di classe
Commenti degli insegnanti del gruppo
Commenti dell'IR Giancarlo Navarra

10 novembre 2016 1 (*Uso del registratore*)

Parole Chiave
PARI DISPARI MULTIPLO FORMA CANONICA FORMA NON CANONICA

Presentazione della classe
Classe quarta scuola primaria: 25 alunni.
Gli alunni dalla prima svolgono con regolarità attività in ambiente ArAl e hanno già lavorato su forma canonica e non canonica, rappresentazione di situazione problematica, argomentazione sulle proprietà delle operazioni.

La situazione proposta
Partendo dal messaggio di Giancarlo nel diario precedente a questo ripropongo in classe una delle situazioni presentate da lui (scelgo la d, che segno ***in grassetto***):

Ti proporrei, prima di procedere nella direzione che hai delineato (ma forse potresti farlo anche dopo, decidilo pure tu), di condurre la classe verso una riflessione di tipo 'meta' sulla situazione che hai proposto, in modo da far emergere la possibilità (credo inconsueta per gli alunni) che un problema abbia più soluzioni. Saper adottare comportamenti appropriati è, a mio avviso, una competenza molto importante per alunni abituati allo stereotipo della soluzione unica. In altre parole, essi dovrebbero capire che li hai posti non solo di fronte ad una specifica situazione problematica, ma che stai aprendo loro delle prospettive alle quali non sono abituati. Potresti proporre dei quesiti in ambito aritmetico/algebrico che li aiutino (sempre in ambiente balbettio/algebrico) a superare forme di perplessità, stupore, incomprensione di fronte a situazioni 'strane' e li trasformino in risolutori 'efficaci' di problemi. Per esempio:

a. Quanti dispari trovi in questa serie di numeri?: 12, 46, 174, 952, 1006, 38. — *Nessuna soluzione*
b. Che valori puoi attribuire ad a e b nella frase a+b affinché a+b=12? — *13 valori 0-12.*
c. Che valori puoi attribuire ad a affinché a+a=a×2? — *Infiniti valori*
d. "Un'insegnante propone la scrittura 17+18. Poi chiede agli alunni di affermare qualcosa della loro somma eseguendola solo mentalmente. Ecco alcune affermazioni:
Lea: "È un numero dispari"
Fabio: "È un multiplo di 5"
Anna: "È maggiore di 40"
Andrea: "La posso scrivere come 30+5"
Wilma: "È un multiplo di 8".
Chi di loro dice una frase vera? Chi una frase falsa? Argomenta le tue risposte.

1. I: Vediamo se qualcuno ha qualche osservazione da fare, meglio se è qualcuno che non ha fatto calcoli, che non ha trovato il risultato.[1]
2. Filo: L'opinione di Lea.

---

[1] *Difficile con numeri piccoli: ad alcuni la forma canonica appare quasi da sola. Forse per agevolare i bambini nell'astenersi dal calcolo era meglio proporre numeri più grandi (ad es. 367+58). Avete ragione. Comunque è anche vero che non è che la consegna dica "Non fate calcoli". Dice "Eseguite pure i calcoli, ma mentalmente". Questo vorrebbe far capire che certi calcoli possono essere necessari, ma che sono un supporto 'nascosto' a riflessioni più importanti. Una nota: forse sarebbe stato meglio avviare la riflessione parlando di 'rappresentazioni' invece che di 'calcoli' e 'risultato'.*
Prima di proseguire, descrivo i modi nei quali, secondo me, gli alunni potrebbero argomentare le cinque frasi appoggiandosi, più che ai calcoli, alla rappresentazione di 17+18:
- *Lea ha ragione: 17+18 è un numero dispari perché la somma delle unità è dispari (v. Filo (6)); prima, si dovrebbe riflettere sulla somma fra numeri pari e numeri dispari (sono utili numeri grandi: 417+518);*
- *Fabio ha ragione: 17+18 è un multiplo di 5 perché la somma fra le unità 7 e 8 è 15, e se un numero termina per 5 è multiplo di 5 (ancora utili numeri grandi).*
- *Anna non ha ragione: questa volta sì un piccolo calcolo fa capire che 17+15<40 (v. Giulia (17)). Magari si potrebbe utilizzare, per facilitare il calcolo mentale, l'accorgimento di aggiungere 2 a 18 e togliere 2 a 17; si 'vedrebbe' cioè 17+18 come (17-2)+(18+2)=15+20. Sto pensando che, riproponendo l'attività, sarebbe più interessante far dire ad Andrea non "Lo posso scrivere come 30+5" ma "Lo posso scrivere come 15+20".*
- *Andrea ha ragione: anche qui ci va un piccolo calcolo. Ma per far capire che questo è un semplice passaggio, funzionale alla conclusione, si potrebbe condurre la classe ad esprimere in linguaggio matematico il fatto che Andrea abbia ragione: 17+18=30+5 (una conclusione a livello metacognitivo).*
- *Wilma non ha ragione: poiché 17+18 è dispari non può essere multiplo di 8 (v. Damiano (8)).*

3. I: Lea cosa dice?
4. Filo: **È un numero dispari.**
5. I: È una frase vera o è una frase falsa e perché?
6. Filo: Secondo me è un po' e un po'… secondo me è dispari perché 17 è un numero dispari, più 18 che è un numero pari, quindi il risultato sarà un numero dispari.
7. I: Per fare questa osservazione Filo non ha calcolato la somma, ma ha fatto un'osservazione partendo dai due addendi, cioè i due termini dell'addizione.[2] Molto bene Filo.
8. Damiano: Ho un'osservazione senza il risultato. Per me Wilma… la sua frase è sbagliata perché Wilma dice è un multiplo di 8. Io non sono d'accordo con lei perché il risultato della somma di 17 e 18 è un numero dispari, il numero 8 è pari e se lo moltiplichiamo arriverà sempre un numero pari.
9. I: Tutti i multipli di 8 sono numeri pari e perciò la frase di Wilma non può essere vera.
10. Angela: Io non sono d'accordo con Andrea che dice **la posso scrivere come 30 più 5**.
11. I: Perché non sei d'accordo con Andrea? Spiegaci.
12. A: Perché 30+5 è uguale a 35 e 17+18…
13. Voci: Ma sta facendo il calcolo[3]…
14. A: Ah, no, no, ho sbagliato, perché adesso mi sono accorta 17+18 è minore di… il loro risultato è minore del risultato di 30+5 [4]
15. L: Non sono d'accordo con Angela perché… io però ho fatto il calcolo…[5] perché 17 più 18 è uguale a 35 però Andrea ha calcolato 30 più 5 che è uguale a 35 quindi sono uguali, è giusto. Per me la soluzione di Andrea è vera.
16. I: Avete visto che Angela e Lucas per fare questa osservazione hanno fatto il calcolo; Lucas ci ha detto che ha sommato 17 a 18 che è uguale a 35, poi ha sommato 30 e 5. Qualcuno ha trovato se l'affermazione era vera o falsa senza fare il calcolo?[6]
17. Giulia: **Anna dice che è un numero maggiore di 40**, per me non è maggiore di 40 perché se abbiamo detto che quella di Andrea è giusta e lo possiamo scrivere come 30+5 che non supera il 40 perciò quella di Anna è sbagliata.
18. I: Brava Giulia, perché ha fatto un ragionamento sulla base delle analisi delle osservazioni delle frasi di Andrea e Anna che hanno fatto i compagni.
19. Manuel: **Fabio dice che è un multiplo di 5**; per me è giusta perché la tabellina del 5… oh, ho fatto il calcolo però… nella tabellina del 5 c'è il 35.
20. Lore B: Io l'avevo fatto senza il calcolo perché io avevo guardato che prima 30 più 5 è uguale a 35, e allora se io facevo la tabellina del 5 ci arrivavo.
21. Marghe: Io avevo pensato che quella di Fabio era giusta perché se 17 più 18 fa [7]un numero dispari, la tabellina del 5 ha solo numeri dispari e quindi può essere giusta.
22. Carlotta: Per me la tabellina del 5 non ha solo numeri dispari, ma ha anche qualche numero pari tipo 4 per 5 è uguale a 20, che si potrebbe anche fare la somma tra 10 e 10 che è un numero pari.[8]
23. Francesco: Ho una osservazione per Carlotta: dipende da quanto lo moltiplichi; ad esempio se lo moltiplichi 5 per 4 può venire 20, se lo moltiplichi di più può venire dispari.
24. Angela: Sì, però quella tabellina che dice 5 per 4 è la regola, mica lo puoi cambiare, 5 per4 è uguale a 20.[9]
25. I: Secondo me Francesco non ha sentito quello che ha detto Margherita e quindi sta facendo l'osservazione su quello che ha detto Carlotta ma non su quello che ha detto Marghe. [10]
26. Francesca: Marghe aveva detto che 17 più 18 fa un numero dispari e che nella tabellina del 5 i risultati erano soltanto dei numeri dispari. Mentre Carlotta ha osservato che nella tabellina del 5 ci sono numeri dispari e numeri pari.
27. I: Vediamo se riuscite a scoprire quali sono nella tabellina del 5 i risultati dispari e quali quelli pari.

---

[2] *A questo punto riassumo la posizione di Filippo.*
[3] *Naturalmente i calcoli non vanno demonizzati, un po' perché servono, un po' perché in questo caso sono funzionali all'individuazione dell'uguaglianza 17+18=30+5.*
[4] *Si vede che Angela è proiettata ad una situazione in cui si debba trovare il risultato e quindi fare il calcolo; lascio che prosegua per vedere se qualcun altro dei bambini fa un'osservazione sul suo modo di ragionare.*
[5] *Lucas non è d'accordo con quanto sta esprimendo la compagna, in termini matematici, ma non si accorge che anche Angela ha fatto il calcolo, come lui.*
[6] *Nessuno risponde a questa domanda perché, in effetti, qui l'idea del calcolo è dominante.*
[7] *La preziosa lettura a tavolino fa emergere i "fa" e gli "è" (v. anche Francesca (26)).*
[8] *Credo che Carlotta trovi anche la forma non canonica additiva perché vuole far capire a M2 che sommando due numeri pari si trova un numero pari della tabellina del 5, ma è solo una mia illazione.*
[9] *Si aprirebbe un altro capitolo nella discussione: mi riprometto di riprenderlo in mano in una successiva lezione. Quando il risultato della tabellina del 5 è un numero pari e quando è un numero dispari? Avendo sbobinato dopo un po' di tempo, non mi ricordavo in realtà di averlo fatto subito dopo.*
[10] *Bello questo lungo scambio (19-24) tra pari, nonostante la piccola incomprensione di Francesco: gli alunni dimostrano competenza nel confronto di rappresentazioni e nel passaggio da una forma non canonica all'altra. Concordo.*

28. Mattia: Il 5 moltiplicato per un numero pari sarà uguale a un numero pari, mentre il 5 moltiplicato per un numero dispari sarà un numero dispari.
29. I: Bravo Mattia, l'hai spiegato proprio bene. Vediamo un'altra cosa. Come si può scrivere in un altro modo 17+18 [11]? Secondo me qualcuno di quelli che ha fatto il calcolo lo ha già fatto…
30. GiaCo: Io per fare il calcolo ho sommato prima le decine e poi le unità: (*scrive*)

$$10+10+7+8=20+15$$

31. I: Guardando questa espressione che ha scritto Giacomo si può capire se è un multiplo di 5?
32. Melissa: Questo è un multiplo di 5 perché… [12]
33. Ale Mi: È un multiplo di 5 perché ho visto il risultato di 10 [13] che è 5 per 2, cioè un multiplo di 5, l'altro 10 è anche un multiplo di 5, e 15 è 5 per 3 quindi è anche un multiplo di 5. *Si scrive:*

$$5\times2+5\times2+5\times3$$ [14]

34. I: Guardate quante volte abbiamo ripetuto il 5…
35. Lucas e altre voci: 7 volte.
36. I: Riassumendo: abbiamo capito che questa è un'altra rappresentazione non canonica della somma tra 17 e 18 e da questa abbiamo capito che il risultato sarà sempre un multiplo di 5.[15]

. .[16]

---

[11] *Potevo formulare la domanda in modo più corretto in termini matematici chiedendo ad esempio quale potesse essere una forma non canonica differente. Sì, però avresti dovuto anche, in quel caso, chiarire le ragioni della tua domanda, altrimenti gli alunni si sentirebbero autorizzati ad inventare una forma non canonica qualsiasi, inappropriata in relazione alla situazione.*

[12] *Melissa non riesce a spiegarsi e chiede l'aiuto di una compagna.*

[13] *Non è il risultato ma una delle forme non canoniche, avrei potuto precisarlo. Poi però nel riassumere la posizione espressa da Alessia e Lucas utilizzo un linguaggio più appropriato.*

[14] *Siete pronti per la proprietà distributiva! Vero.*

[15] *Ripeto che non intendo demonizzare i calcoli, quando servono sono sacrosanti, ma in questo caso sarebbe stato meglio dire che anche questa è una rappresentazione di un multiplo di 5.*

[16] *Alcune considerazioni finali: il diario è molto interessante perché mostra un momento significativo nello sviluppo del balbettio algebrico, in cui vengono alla luce dualità importanti facenti riferimento al pensiero procedurale e a quello relazionale. Ed è proprio l'evidente dimestichezza della classe con l'argomentazione e con l'ascolto reciproco (v. lo scambio notevole 20-24 già messo in evidenza) che permette a tali dualità di emergere e a noi che commentiamo, a posteriori, di riflettere su di esse. Sono convinto che questa sia una strada molto importante da percorrere, per far capire ancora meglio agli alunni l'importanza di riflettere sulle rappresentazioni, riducendo ad elemento puramente strumentale l'importanza dei calcoli; è utile ricorrere, come suggerisce il Commento 1, a numeri più grandi.*

Do infine (il diario è molto stimolante) alcuni esempi in cui gli alunni devono, come sfida, dimostrare la verità o meno di certe uguaglianze, ed eventualmente individuare la modifica che le rende vere (li ho tratte da Carpenter T.P., Franke M.L., Levi L., 'Thinking Mathematically, Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School)*:*

a. *37+56=39+54*
b. *33-27=34-26*
c. *471-382=474-385*
d. *60×48=6×480*
e. *37×54=38×53*

Naturalmente, prima, bisogna esplorare la proprietà invariantiva, e inoltre scoprire la regola che permette di verificare, per esempio, la scrittura a., in cui aggiungendo e togliendo lo stesso numero in entrambi i fattori della somma iniziale si ottiene una rappresentazione equivalente.