

Commenti dell'insegnante di classe

Commenti dei colleghi di progetto Cristiana Donaggio e Roberta Picasso

Commenti dell'IR Giancarlo Navarra

Commenti di Nicolina Malara

8 novembre 2016

1 (Appunti)

Parole Chiave
SUCCESSIONE, MODULO

Presentazione della classe e dell'attività
 La classe è una quinta composta da 23 alunni; lavora al progetto ArAl dalla prima e si dimostra interessata e partecipa nel condividere le "scoperte" matematiche. L'alunna disabile partecipa ad alcune attività pratiche (in questo caso alla produzione di successioni a partire dal modulo generatore).

Descrizione della situazione proposta

Si ripropone agli alunni l'attività di esplorazione di una successione, già avviata negli scorsi anni.



I bambini descrivono la successione, richiamando i concetti di modulo, elemento, **posto**¹ e la relativa terminologia. Alcuni bambini sembrano aver dimenticato...

Vengono riprese le idee di infinità della successione.

Si passa poi a questioni più tecniche:

Quale figura ci sarà al 14° posto?

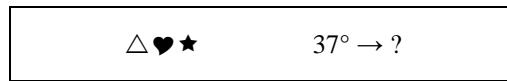
Emergono vari metodi per arrivare a individuare la figura: diversi contano (data la vicinanza del posto), altri moltiplicano, due dividono. Le proposte vengono discusse a voce, ma non c'è tempo per scriverle alla lavagna ed esaminarle con calma. Decido di rimandare.

¹ È meglio sempre specificare numero di posto.

18 novembre 2016

2 (Uso del registratore)

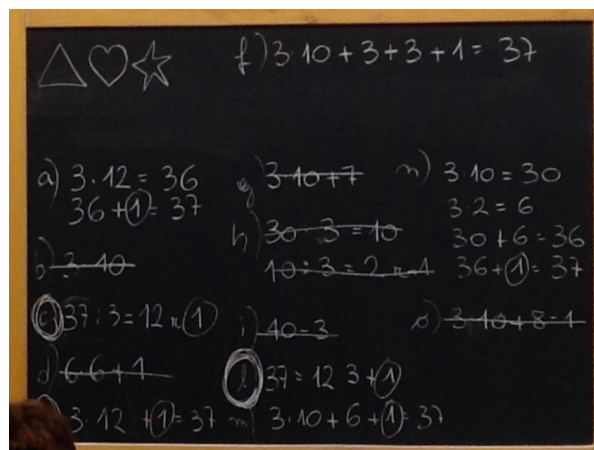
L'insegnante presenta alla lavagna un messaggio di Brioshi e chiede alla classe di interpretarlo.



1. Samuela: Brioshi vuole che noi... dobbiamo trovare la sequenza... il posto del... 37.
2. Viola: Sì: Brioshi vuole che troviamo il simbolo al 37° posto.
3. I: Vi sembra una situazione che abbiamo già incontrato?
4. Danilo: No: di solito noi non trovavamo soltanto un modulo... che sarebbe triangolo cuore stella, ma vari moduli.
5. I: Giusto: trovavamo una serie di moduli, **tutti completi... ?²**
6. Chicca: No, a volte l'ultimo era incompleto.
7. Roberta: Ma stavolta c'è solo un modulo.
8. I: Sapete come si chiama questo modulo solo soletto? Si chiama MODULO GENERATIVO. Perché, secondo voi?
9. Chicca: Perché genera... tutta la successione!
10. I: Sapreste disegnare la successione?
11. Max: Triangolo, cuore e stella, triangolo, cuore e stella e così via.

I bambini vengono invitati a disegnare la successione e poi a rappresentare per Brioshi il 37° posto.

Dopo pochi minuti di lavoro individuale si trascrivono alla lavagna tutte le rappresentazioni.



12. Viola: Quella più chiara per trovare il 37° posto è la **c)** perché **si vede chiaramente il resto che è 1 e quindi si capisce che è il primo simbolo del modulo³.**
13. Anna: Sono d'accordo, anche perché l'ho scritta io.
14. I: Spero che tu non sia d'accordo solo perché l'hai scritta...
15. Anna: Nooo, perché mostra bene il 37...
16. Viola: Anch'io l'ho scritta!
17. *Mormorio di assenso. Si cerchia la c).*
18. Samuela: Per me la **d)** è sbagliata perché il modulo non è di 6, ma è di 3.
19. Gigi: Il calcolo... mi sembra giusto perché posso fare una moltiplicazione e un'addizione per arrivare a 37. **Non è complicato aggiungere e togliere numeri.⁴**
20. Alessandro: Secondo me invece, va bene perché anche se il modulo è da tre, tre per due fa sei; lui ha fatto il doppio per fare prima...

² Sarebbe opportuno distinguere le parti costituenti la successione (elemento, modulo generativo, ecc) dagli aspetti puramente grafici, come il fatto di lasciare incompleto l'ultimo modulo disegnato, artificio avente semplicemente lo scopo di far comprendere che il disegno viene interrotto in modo intenzionalmente casuale.

³ L'osservazione è tutt'altro che banale; Viola ha capito molto chiaramente le relazioni fra la successione e la frase matematica che la rappresenta attribuendo un significato ben preciso anche al resto della divisione.

⁴ Si riferisce sempre alla d)? Non capisco bene che cosa intenda dire Gigi... gli avrei chiesto di spiegarsi meglio. Credo che siamo tutti d'accordo che Gigi esprime, in modo confuso, un retropensiero legato al mettere insieme numeri per fare delle operazioni. Non vede la relazione fra la situazione problematica e la rappresentazione in linguaggio matematico; è come se pensasse: 'ottingo 37: cosa vuoi di più?' È uno di quegli alunni che non capisce ancora che il modulo, in fondo, è il componente attorno al quale ruota la rappresentazione matematica. Concordo che si sarebbe potuto chiedergli di chiarire ciò che voleva dire.

21. Gigi: Sì... (*dubbioso*) due moduli da tre moltiplicati per 6...
22. I: Sei convinto? Non stiamo giudicando i calcoli ma il significato: bisogna vedere se rappresenta o no la situazione.⁵
23. Gigi: Sì, sì. 30, poi due moduli e un elemento. È il triangolo!⁶
24. Samuela: Ma non ci mostra i moduli prima del triangolo, invece Anna li fa vedere.⁷
25. Milos: Per me la d) non è giusta perché non rappresenta il modulo.⁸
26. *Assenso generale.*
27. Marco: La b) è sbagliata perché non arriva a 37.
28. I: Chi vuol rispondere?
29. Marco: L'ho scritta io, ma mi sono perso a metà del pensiero.
30. Federico: Per me la m) è giusta perché 3 per 10 fa 30, poi con 6 e 1 è 37.⁹
31. I: Ah, fermiamoci un attimo. Noi dobbiamo solo rappresentare 37 o dobbiamo restare fedeli alla successione?
32. Chicca: Dobbiamo mostrare la successione! Deve esserci il 3 del modulo.¹⁰
33. I: Parliamo della i).
34. Alessandro: Dato che il 4 sta esattamente nel 40 ho fatto 4 per 10 meno 3 e trovo il triangolo *Sgomento dell'insegnante e dei compagni.*
35. I: Non so se ho capito bene. Qualcuno lo rispiega?
36. Domenico: Ha contato fino a 40 e poi è tornato indietro.
37. Alessandro: No, ho visto che il 4 è un triangolo, allora anche il 40 è un triangolo. Poi sono tornato indietro di 3 e trovo un altro triangolo.¹¹
38. I: Hai trovato la figura giusta, ma per pura fortuna¹². Hai pensato che i multipli di 4 fossero tutti triangoli, ma all'ottavo posto non c'è il triangolo...¹³
39. Voci: C'è il cuore!
40. E al 12°?
41. Alessandro: (*annuendo*) Stella...

⁵ In questo caso forse si poteva puntare l'attenzione dei bambini sul fatto che attraverso la scrittura 6×6 non si riesce a capire a quale modulo appartiene l'elemento che rimane fuori, che poi è la richiesta di Anna nella riga 23. Credo che qui l'insegnante avrebbe potuto chiedere a Gigi di spiegare meglio il suo pensiero; poi sull'intervento di Alessandro (20) avrebbe potuto proporre alla classe di considerare come posto il 41° e chiedere loro quale indicazione avrebbe dato la divisione di 41 per 6 per la successione generata dal modulo di 3 elementi. I ragazzi avrebbero capito che sarebbe stata necessaria una sottrazione di 3 dal resto 5 per stabilire il termine corrispondente nella successione arrivando a comprendere che la divisione per 3 è quella più economica ai fini della risoluzione del problema.

⁶ Qui sembra che Gigi non avesse avuto proprio quest'idea, ma che dopo l'ipotesi di Alessandro abbracci la strategia come vincente, dapprima molto titubante, poi più convinto. Comunque la discussione è preziosa in questo senso perché permette agli alunni di condividere le loro idee.

⁷ ... ma gli altri non si fanno persuadere. Qui avrei trovato interessante chiedere a Samuela di spiegare ai compagni perché "non mostra i moduli prima del triangolo" per vedere se emerge il fatto che questa rappresentazione non mette in evidenza il numero di moduli (v. nota seguente). *Concordo.*

⁸ E non mette in evidenza il numero di moduli.

⁹ Proseguendo l'attività, anche per affinare i concetti che stanno emergendo in questa bella discussione, sarà opportuno invitare gli alunni a definire in linguaggio naturale le rappresentazioni che producono attribuendo ad ogni numero il suo significato in relazione alla successione, per esempio (1: $37=12 \times 3 + 1$): "Il numero di posto è uguale alla somma fra il prodotto del numero dei moduli per il numero di elementi di un modulo e 1". I due interventi del commento 10 vanno in questa stessa direzione.

¹⁰ Qui avrei colto l'occasione di chiedere il significato del numero 6 nella scrittura: è evidente che sono due moduli da 3 e se la scrittura diventa $3 \times 10 + 3 \times 2 + 1 = 37$ si può operare con la proprietà distributiva (!) e arrivare alla scrittura $3 \times 12 + 1 = 37$ che è equivalente a quella data e mette in evidenza il numero dei moduli. *Concordo: a partire dall'affermazione "deve esserci il 3 del modulo" le si sarebbe potuto chiedere come modificare la rappresentazione restando fedeli alla successione. Ottimi entrambi i commenti.*

¹¹ Ecco un esempio di strategia ingenua. Alessandro, che la volta precedente già utilizzava la divisione per individuare l'elemento all'ennesimo posto, qui si lascia trascinare da un corto circuito percettivo che tiene conto solo di alcuni elementi e ignora il modulo generativo (è come se considerasse un modulo triangolo-cuore-stella-triangolo). Lo scrivo soprattutto per insegnanti che non abbiano mai affrontato la ricerca di regolarità con le successioni: all'inizio queste strategie ingenue sono molto frequenti.

¹² Qui l'insegnante interviene ottimamente... da insegnante. Ma avrebbe potuto rilanciare chiedendo all'allievo di spiegare perché se il 4 è un triangolo anche il 40 è un triangolo, su quale ragionamento basa questa affermazione.

¹³ Qui avrei potuto lasciare spazio ai bambini di argomentare, invece di esplicitare la mia ipotesi. Condivido, ma non è semplice sul momento accorgersi di tutte le micro situazioni che si verificano e che potrebbero dare un seguito a diverse interpretazioni da parte degli alunni.

42. [...] ¹⁴
43. X: La **o** non c'entra... Ha aggiunto 8 e poi tolto 1 per arrivare a 37.
44. Stefan: ...
45. Viola: Ma l'8 l'ha trovato così, 8 meno 1 per dire 7. (*Stefan annuisce*) Poteva anche scrivere 9 meno 2 o altri numeri...
46. I: Allora la frase di Stefan è simile alla g).
47. Stefan: Io avevo scritto la **g**, ma poi c'era già alla lavagna e allora ho cambiato.
48. Anna: Era meglio la g).
49. Max: Comunque avevamo detto che era opaca perché non si vede il resto.
50. Chicca: La **m** e la **n** sono la stessa cosa.
51. Viola: Però nella m) è più semplice.
52. Maylis: Nella n) si potrebbe togliere il 2 perché dove l'ha trovato?
53. Altea: Ha pensato: 3 per 2 fa 6 per avvicinarci al 37.
54. Altea: La **e** e **l** sono uguali e vanno bene.
55. I: Sì, hai ragione: hanno lo stesso procedimento ¹⁵.
56. Anna: La **f** va bene perché 10 è giusto, poi però più 3 e più 3...
57. Luca: La f) è molto simile alla m).
58. Viola: Poteva moltiplicare subito per 12.
59. Domenico: La **a** è giusta perché il modulo è da 3 e ci sono 12 moduli. Poi c'è un altro oggetto del modulo per arrivare a 37. *Assenso generale*.
60. Luca: Ma la a) corrisponde alla e) e alla l), solo è scritta in meno spazio ¹⁶.
61. I: Certo: la e) e la l) sono più evolute. Gli autori hanno scritto il loro pensiero tutto insieme, mentre altre rappresentazioni sono scritte in più puntate. ¹⁷
62. Viola: E la c) anche perché mostra molto bene tutto...
63. Chicca: Ma il 12 nella a)? ¹⁸

¹⁴ Manca un pezzo di registrazione, in cui vengono cassate la rappresentazione h) che l'autore non sa spiegare ('frenesia da rappresentazione?') e la g) giudicata opaca in quanto non mostra il resto della divisione.

¹⁵ Il confronto tra $37=12 \times 3 + 1$ e $3 \times 12 + 1 = 37$ può portare ad osservare che, se due numeri sono uguali ad un terzo numero, allora sono uguali tra loro. $12 \times 3 + 1 = 3 \times 12 + 1$ traduce in linguaggio matematico l'osservazione di Altea.

¹⁶ Si potrebbe utilizzare l'osservazione "è scritta in meno spazio" per riflettere che la differenza tra (a) da un lato e (e), (l) dall'altro consiste nel fatto che in (a), cioè $3 \times 12 = 36$ e la riga sotto $36 + 1 = 37$, l'alunno risolve attraverso dei calcoli mentre gli autori di (e) e (l) rappresentano delle relazioni. Nel primo caso 37 è un risultato, negli altri due è la rappresentazione canonica del numero di posto, che è uguale rispettivamente a $12 \times 3 + 1$ e $3 \times 12 + 1$ che sono quindi sue rappresentazioni non canoniche: di calcoli in questi due casi non si parla.

Da queste osservazioni, e basandosi sull'evidente confidenza degli alunni con l'argomentazione e il confronto durante le discussioni collettive, traggio un invito di metodo: sarebbe importante riuscire ad attribuire un significato matematico a frasi come "Allora la frase di Stefan è simile alla (g)" (46); "Vanno bene" (54); "Gli autori hanno scritto il loro pensiero tutto insieme, mentre altre rappresentazioni sono scritte in più puntate" (61); "Mostra molto bene tutto" (62). Analizzo questi cinque casi:

(46) Si potrebbe tradurre in linguaggio matematico l'osservazione dell'insegnante rendendo con il simbolo '=' il concetto di 'simile' e giungendo a scrivere: $3 \times 10 + 7 = 3 \times 10 + 8 - 1$ poi, inserendo le parentesi, $3 \times 10 + 7 = 3 \times 10 + (8 - 1)$ e infine $3 \times 10 + 7 = 3 \times 10 + 7$.

(54) v. commento 14 al rigo 55.

(61) v. inizio di questo commento.

(62) Ritengo che la (c) 'mostri molto bene tutto' perché è una familiare, rassicurante operazione. Si tratta di far capire che questa scrittura è sì corretta ma è meno evoluta di (e) e di (l), rappresentazioni euclidee della stessa operazione (per inciso, quando l'insegnante lo trova opportuno, può introdurre questa definizione).

¹⁷ Qui si sarebbe potuto chiedere a Luca stesso di spiegarsi meglio. Perché non analizzare le scritture date risalendo ai processi di pensiero dei bambini? Ci sono scritture chiaramente operative e di processo, nel senso che seguono un procedimento $30 = 3 \times 10$ poi c'è $6 = 2 \times 3$ poi c'è 1 (quelle che l'insegnante chiama a puntate) poi ci sono le scritture che esprimono una piena visione relazionale degli allievi, quali: $37 = 3 \times 12 + 1$ o anche $37 = 1 + 3 \times 36$.

¹⁸ Voce sentita dalla registrazione e non dal vivo! Peccato. Dopo gli interventi di Domenico e Luca (55-56) sembrava che tutti fossero d'accordo. Evidentemente Chicca ha dei dubbi che esprime sottovoce. Bisognerà dar modo ai bambini di fare esperienza con situazioni di questo tipo. Perché non partire in una lezione successiva proprio dal dubbio espresso da questa bambina? È un bel lavoro ed è realizzato in una prospettiva diversa da quello che ho fatto io finora con i bambini. Proporre l'attività con il confronto tra le strategie di gruppi/coppie di alunni, potrebbe portare sicuramente ad una discussione più ricca. Mi ripropongo di provare l'attività nelle prossime lezioni. Bravi i bambini che propongono e argomentano le loro proposte. Chicca, molto acutamente, si pone sul piano interpretativo, peccato che la cosa sia caduta.

<i>Trieste</i>	I	1	2	3	4	5	1	2	3	<i>Elena Tavarado</i>
----------------	---	---	---	---	---	----------	---	---	---	-----------------------

64. Viola: ...e si vede bene il resto che è 1. Si cerchia il numero 1 nelle scritture corrette. Sul quaderno si registrano le risposte corrette ed evolute (c e l).

19
20
...

¹⁹ Nel complesso ritengo di aver lasciato passare troppo tempo dalle ultime attività di ricerca di regolarità (risalenti all'anno scorso), perché alcune acquisizioni sembrano evaporate. Devo dedicarci un tempo congruo, a più riprese, in modo da favorire esperienze diverse e integrate con il resto del curriculum.

²⁰ La discussione mi sembra di buon livello, così come le riflessioni fatte, in primis dall'insegnante. Consigli per l'esplorazione: mettere a confronto una successione generata da un modulo di 3 unità ed una successione generata da un modulo di 6 unità. Esplorare se informazioni su di una ricadono sull'altra ed in che direzione. Esplorare le differenze.