

12 gennaio 2017

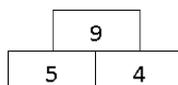
Commenti *Insegnante di classe (Maura Mattiuzzo) (I)*

Commenti *Giancarlo Navarra*

DESCRIZIONE DELLA CLASSE La classe è composta da 27 alunni, 17 femmine e 10 maschi, uno è assente il giorno della registrazione. Ci sono 5 alunni con PDP e 1 con PEI. Generalmente la classe mostra un comportamento corretto, gli alunni sono partecipativi e incuriositi da proposte didattiche nuove. Per quanto riguarda le conoscenze e le abilità si attestano su un livello medio-basso, fatta eccezione per alcune eccellenze. Purtroppo le attività di recupero e/o potenziamento individualizzate sono difficili data la numerosità. Quest'anno gli alunni sono stati coinvolti nel progetto ArAl e partecipano al 2° Torneo nazionale di Geometriko, modello ludico-didattico per lo studio della geometria piana.

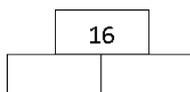
Gli alunni svolgono l'attività presa dall'Unità 5 (Le piramidi di numeri) in gruppi di 5-6 componenti, in classe sono presenti anche le docenti Brugnera e Pavan (sostegno). Inizio introducendo il concetto di minipiramidi, i ragazzi le vedono per la prima volta.

1. I: Oggi lavoreremo con le minipiramidi¹. Sono delle strutture di questo tipo, formate da due mattoncini alla base e uno appoggiato sopra. Dentro ciascun mattone ci sono dei numeri.
2. Alla lavagna disegna una minipiramide già completa di numeri (F1).



F1

3. I: I numeri nei mattoni non sono inseriti a caso ma seguendo delle regole che decidiamo noi. Qual è, secondo voi, la regola che è stata seguita in questo caso?
4. Emma: Che $5 + 4 = 9$.
5. I: Brava. Quindi se tu dovessi spiegarmi come riempire questa minipiramide cosa mi diresti?
6. Emma: Che i mattoncini sotto, se si sommano, danno come risultato il mattoncino che sta sopra.
7. I: Ok. Quindi nei mattoncini che stanno sotto scrivo due numeri che sommati danno il numero che scrivo nel mattoncino in alto o, meglio, nel mattoncino in alto metto...
8. Emma: ... metto il numero che è il risultato dei due sommati.
9. I: Va bene. Quindi se io vi disegno una minipiramide di questo tipo (F2) voi come la completereste?



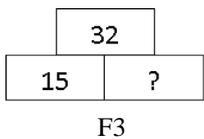
F2

10. Tommaso: 8 e 8.
11. I: 8 e 8. Poi? È l'unica possibilità?
12. Classe: No.
13. IC: Vi vengono in mente altre possibilità?
14. Gli alunni iniziano a fornire esempi di coppie di numeri la cui somma dà come risultato 16.²

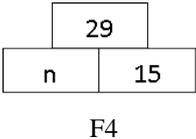
¹ Abbiamo già parlato di questo diario e di altri diari della primaria di Eraclea-Jesolo e Trieste durante il nostro recente incontro e abbiamo visto come certi atteggiamenti siano del tutto comuni ad insegnanti e alunni. Proporrò quindi delle riflessioni in questo senso.

² Le coppie vengono date in modo disordinato, decido di dare un aiuto per velocizzare la conclusione. Nel corso di questa attività ho mantenuto, volutamente, dei ritmi elevati. Lo scopo è stato quello di vedere le potenzialità dei più bravi, solitamente questa è una classe dai ritmi molto lenti. Devo dire che non condivido le ragioni che portano a velocizzare l'attività allo scopo di favorire le potenzialità dei più bravi a scapito degli altri. Ritengo che l'obiettivo qui fosse un altro: utilizzare l'ambiente delle minipiramidi per favorire l'approccio al pensiero prealgebrico, esaltando il pensiero relazionale e guidando la classe a scoprire alcuni concetti chiave e a riflettere su di essi: forma canonica e non canonica di un numero, rappresentazione di una situazione problematica (cioè delle relazioni fra gli enti in gioco), uso di un simbolo al posto di un numero che non si conosce. Con questi obiettivi le attività dovrebbero essere proposte molto gradualmente, in modo continuativo, integrandole nella normale attività didattica. Mi sembra invece che abbiate

15. I: Che modo potremmo utilizzare per scrivere tutte le coppie ed essere sicuri di non dimenticarne neanche una? Come mi conviene fare? Perché adesso così le stiamo scrivendo a caso... Da dove conviene partire?
16. Sara: Mettere in colonna tutte le coppie di numeri e a fianco il risultato³.
17. I: Sì ma non intendo il modo di scrivere le coppie...
18. Tommaso: Potremmo partire da 1 e scrivere a fianco il numero, che sommato a questo dà 16, poi continuare...
19. I: Quindi parti dal numero più piccolo... sei sicuro che sia 1?
20. Tommaso: Si può partire anche da 0.
21. I: Infatti nessuno vi ha detto di non partire da 0... Mi conviene utilizzare un modo “ordinato”, questo metodo che stiamo utilizzando si chiama proprio così.
22. *Gli alunni iniziano a suggerire le coppie in modo ordinato, che vengono scritte alla LIM.*
23. I: Qual è l’ultima coppia che scrivo?
24. Tutti: 16 – 0.
25. I: Va bene. E se noi adesso vi chiedessimo di completare una minipiramide di questo tipo e di dirci il procedimento che avete seguito come fareste? (F3).



26. I: Provate a completare tutti la piramide sul foglio che avete davanti, così lavorate tutti. Cosa vuol dire quel punto di domanda Alberto?
27. Alberto: Che va messo un numero che non conosciamo.
28. I: Esatto. Lì ci va un numero incognito, che non conosciamo. Il punto di domanda è un modo per indicare un numero che, per adesso, non conosciamo.
29. *Gli alunni calcolano il numero da inserire nella minipiramide⁴.*
30. I: Fatto tutti? Beatrice?
31. Beatrice: Facendo 32 meno 15 ho trovato 17.
32. I: Quindi $?=32-15=17$. *Scrivo l’equazione alla LIM.*
33. IC: Quindi vi viene in mente un altro modo di scrivere il procedimento che si segue per trovare il valore del punto di domanda? Se partite dal mattoncino in alto...
34. Tommaso: Se parto dal mattoncino in alto uso l’addizione, $15+?=32$.
35. I: Esatto. Quindi questi sono due modi di scrivere il procedimento che usiamo per trovare il valore del punto di domanda⁵.
36. I: Va bene. Vediamo un’altra minipiramide, adesso uso un simbolo che non è il punto di domanda ma ci metto una lettera⁶ (F4).



37. I: Io ho utilizzato una n, ma avrei potuto utilizzare qualunque altra lettera. Cos’è quindi la n Carlotta?⁷

accentuato un clima laboratoriale, non solo marginale rispetto alle attività abituali, ma fortemente ancorato al tradizionale punto di vista procedurale.

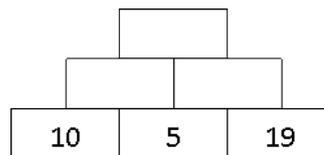
³ *L’impostazione, come ho già detto, è procedurale (individuare operazioni, eseguire calcoli, trovare un risultato) vi propongo di presentarla agli alunni in una prospettiva relazionale: ritengo che sarà anche per gli insegnanti la scoperta di un universo concettuale nuovo.*

⁴ *V. Commento 3.*

⁵ *Ritengo che ‘processo’ e ‘procedimento’ non siano esattamente sinonimi. ‘Procedimento’ per l’alunno è probabilmente più familiare: indica le operazioni che egli svolge per trovare la soluzione ad un problema (risultato), quindi indica qualcosa che si svolge nel tempo. ‘Processo’ invece contiene sì, in generale, anche l’idea del ‘tempo’ (in una fabbrica c’è una successione di eventi sino all’oggetto finito, cioè il prodotto) però possiede soprattutto un significato che non è né temporale né spaziale: se un alunno è capace di ‘vedere’ (in questo caso) $15+?=32$ come l’equivalenza fra la somma di 15 con un numero sconosciuto e un numero, significa che ha elaborato una lettura metacognitiva della frase, e la vede come un oggetto matematico. Si può chiedere anche di interpretare $15+?=32$ esplicitando le relazioni fra i numeri in funzione del contesto; per esempio: ‘La somma fra il numero a sinistra e quello a destra è uguale al numero in alto’ oppure ‘Il numero in alto è la somma fra i due numeri nei mattoni in basso’.*

⁶ *Questa scelta non dovrebbe farla l’insegnante, ma dovrebbe essere il risultato di una negoziazione graduale con gli alunni attraverso la quale essi si appropriano dei significati che la lettera può assumere in ambito matematico.*

38. Carlotta: È un modo di indicare un numero.
39. I: Esatto, è un simbolo che utilizzo per indicare un numero. In questo caso il numero non lo conosco quindi ho messo una lettera. Provate a calcolarlo, di nuovo, come avete fatto prima e scrivete tutti i possibili procedimenti per calcolare la n^8 .
40. Emma: $29-15=n$ ed è uguale a 14.
41. I: Oppure come posso scriverla ancora questa cosa?⁹
42. Tommaso: $n+15=29$.
43. Alberto: $n-29=15$ ¹⁰.
44. I: Mmmh no, attento.
45. Carlotta: $29-n=15$.
46. I: Ok. Ci siamo tutti? Abbiamo scritto diversi modi con cui rappresentiamo n ¹¹.
47. IC: E se partissi da 15?¹²
48. Classe: $15+n=29$.
49. I: Va bene ragazzi, la n poi l'abbiamo calcolata e abbiamo visto che corrisponde a 14. Se vi dico $n=14$ o $14=n$ ricordatevi, lo abbiamo già detto tante volte, è la stessa cosa¹³. Facciamo qualcosa di più difficile? Fino a qui ci siete?
50. Classe: Sì.
51. I: Passiamo alle piramidi con tre piani.
*Scrivo alla lavagna una piramide con alla base tre mattoni e, come all'inizio, chiedo di trovare la regola che è stata utilizzata per riempire la piramide. Poi scrivo una seconda piramide, questa volta incompleta, che i ragazzi devono completare (F5). Lascio un po' di tempo per riempire la piramide indicando sia il "risultato" che il "procedimento"*¹⁴.



F5

52. I: Simone dimmi intanto quali sono i numeri che hai inserito.
53. Simone: $10+5$ che fa 15, $5+19$ fa 24 e $15+24$ fa 39.¹⁵
54. I: Quindi i tre numeri che hai inserito quali sono?
55. Simone: 15, 24 e 39.
56. I: Questi sono i numeri singoli ma potrei anche scrivere l'operazione che ho svolto. *Completo la piramide inserendo sia i risultati che le operazioni con cui li ho ottenuti*¹⁶ (F6).

⁷ In realtà con questa classe ho già iniziato, dalla prima, ad usare le lettere come incognite quindi il concetto per loro non dovrebbe essere nuovo. Non sembrerebbe, dall'intervento di Carlotta (38). Sarebbe stato meglio chiedere agli alunni in quale altro modo si potrebbe rappresentare il numero sconosciuto (v. commento precedente).

⁸ Non dovrete rimanere nell'ambito (aritmetico) del calcolare, ma guidare la classe verso quello (algebrico) del rappresentare.

⁹ Nella prospettiva dell'approccio all'algebra come ad un nuovo linguaggio è necessario sviluppare assieme agli alunni la condivisione di un lessico evoluto condiviso. La domanda avrebbe potuto essere formulata in un modo meno familiare, per esempio: "Come potresti rappresentare in un modo diverso le relazioni fra i tre numeri?"

¹⁰ Dall'espressione intuisco che Alberto non ha capito, mi ripropongo di riprendere il discorso in un altro momento perché, come ho già detto, in questa occasione voglio mantenere ritmi più elevati di quanto faccio normalmente a lezione.

¹¹ Non è che si sia rappresentato solo 'n'. $n+15=29$, $n-29=15$ o $29-n=15$ (corrette o scorrette che siano) sono rappresentazioni delle relazioni fra i tre numeri (additiva e di equivalenza), non della sola incognita.

¹² Sarebbe meglio fare in modo che siano gli alunni stessi, su invito dell'insegnante, ad individuare autonomamente altre rappresentazioni. Secondariamente, suggerisco di fare verbalizzare le scritture e di far emergere le proprietà applicate (commutativa e simmetrica dell'uguaglianza). È una strategia molto potente.

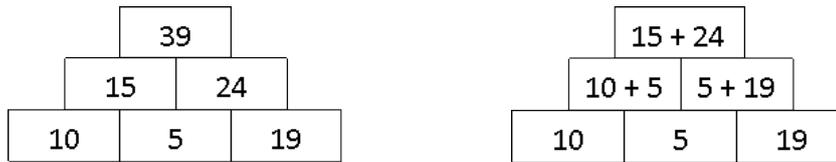
¹³ Invito in questi casi a porre la domanda di spiegare perché 'è lo stesso', e far emergere quindi la simmetria dell'uguaglianza. Altrimenti rimane un 'lo stesso' senza una giustificazione sul piano matematico che la renda significativa.

¹⁴ Vedi molti dei commenti precedenti. L'attività si svolge in ambiente tipicamente aritmetico.

¹⁵ A proposito del 'fare', vedi commenti precedenti.

¹⁶ Idem a proposito di 'operazione che ho svolto' e di 'risultati ottenuti'.

57. I: C'è differenza se scrivo in un mattoncino 15 o 10+5?



F6

58. Classe: No.

59. I: Bravi. Sono semplicemente due modi di rappresentare lo stesso numero, infatti posso utilizzare il simbolo di =.¹⁷

60. IC: Da quante minipiramide è formata questa piramide più grande?

61. Classe: Tre.

62. I: Emma vieni alla lavagna e con la penna rossa evidenzia le tre minipiramidi. *L'alunna evidenzia correttamente le tre minipiramidi alla LIM.*

63. I: Nel mattoncino più in alto ho scritto 15+24 ma potrei anche scrivere in un altro modo?

64. Simone: Sì. Potrei scrivere anche 10+5+5+19.

65. I: Va bene. Vi viene in mente ancora un altro modo?

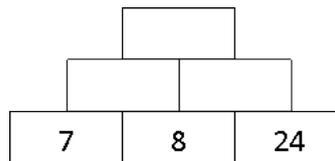
66. Emma: Potrei mettere una parentesi tonda tra 10 e 5 e tra 5 e 19.

67. Tommaso: Oppure potrei scrivere 10+(5·2)+19.

68. I: Ma la parentesi serve o no?

69. Linda: No, perché faccio prima la moltiplicazione.

70. I: Brava. Adesso vi chiedo di completare il mattone più in alto di un'altra piramide ma, questa volta, senza passare attraverso i mattoncini che stanno in mezzo (F7). Ripensate a quella che abbiamo appena completato. Come fareste? Scrivetelo pure sul foglio¹⁸.



F7

71. I: Siete riusciti? Beatrice dimmi tu.

72. Beatrice: Ho fatto 7+8+24+8.¹⁹

73. I: Posso scrivere anche come ho fatto prima...

74. Carlotta: 8·2.

75. I: Ok. Quindi 7+8·2+24. Il numero che si trova nel mattoncino centrale lo conto due volte.²⁰

76. I: Risultato?²¹

77. Classe: 47.

78. I: Quindi posso scrivere 47 oppure 7+8·2+24, che è un altro modo di rappresentare il numero 47.

Adesso vi chiedo di completare una nuova piramide in cui non ho messo dei numeri ma tre lettere (F8).

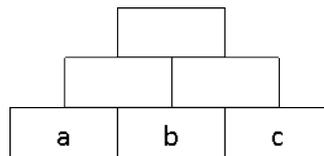
¹⁷ 'Bravi' in che senso? Suggesto di non approvare una semplice risposta monosillabica. Al posto del corale 'No' gli insegnanti avrebbero potuto chiedere un'argomentazione 'vera' del tipo: "Non c'è differenza, perché 15 e 10+5 sono la rappresentazione canonica e non canonica dello stesso numero". L'insegnante dice troppo, sostituendosi agli alunni. Ritengo che questo atteggiamento non favorisca la costruzione di competenze significative, ma che dia solo la sensazione che, attraverso il suo 'tirare le fila', questo accada. Vi propongo la lettura di [Quali sono gli interventi più produttivi nella discussione in classe?](#)

¹⁸ La richiesta, a prima vista, spaventa gli alunni. In realtà ci arrivano più velocemente del previsto. Mi sembrano anche tutti convinti.

¹⁹ Punto di vista procedurale del 'fare'.

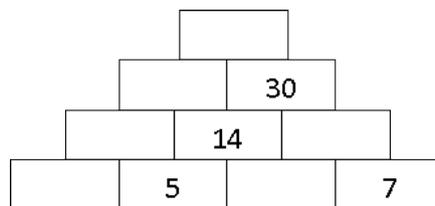
²⁰ L'insegnante tende ad argomentare al posto degli alunni invece di stimolarli a farsi carico essi stessi della completezza e della coerenza delle loro affermazioni.

²¹ Solito punto di vista procedurale.



F8

79. IC: Cosa stanno ad indicare a, b e c?
80. Tommaso: Un numero.
81. I: Indicano lo stesso numero secondo te?
82. Tommaso: No, tre numeri diversi.
83. I: Perché?
84. Tommaso: Ho usato tre lettere diverse.
85. I: Ci interessa sapere quali sono?
86. Classe: No.
87. I: Avete ragione, noi usiamo le lettere come se fossero numeri. Provate adesso a completare la piramide.
88. *Qualcuno sostituisce alle lettere dei numeri arbitrari e completa così la piramide.*
89. I: **Non sostituite dei numeri²²**, provate a completare la piramide lasciando le lettere. Proviamo a vedere i modi che avete trovato?
90. Alessia: Noi abbiamo scritto nei mattoncini al ‘secondo piano’: d in quello di sinistra e ancora d in quello di destra, in quello più in alto e.²³
91. I: Perché? Ci sarà un motivo per cui avete scelto queste lettere.
92. Linda: Ho pensato di dover fare $a+b$ e ho messo la d perché c’era già la c, poi $b+c$ e ancora d.
93. I: Quindi secondo voi in questi mattoncini c’è lo stesso numero dato che avete usato la stessa lettera?
94. Linda: Ah... allora no, è sbagliato.
95. I: Altre possibilità?
96. Leonardo: Noi abbiamo messo c ed e al secondo piano e poi h come risultato. Perché abbiamo associato la a al numero 1, b al 2 e c al 3. $1+2=3$ e quindi abbiamo messo c; $2+3=5$ e quindi abbiamo messo e. Poi sopra $5+3=8$ e quindi abbiamo messo h²⁴.
97. I: Quindi avete pensato alla posizione occupata da ciascuna lettera nell’alfabeto. Ok, il tuo ragionamento ha una sua logica ma se io volessi rappresentare il numero 35 con le lettere come farei?
98. Leonardo: Ah è vero, non si può.
99. IC: Più di qualcuno ha fatto così...
100. I: Altri modi?
101. Sara: Abbiamo scritto $a+b$ e poi $b+c$ nei mattoncini al centro, sopra $a+b+2+c$.
102. I: Secondo voi qual è il modo corretto di riempire la piramide dato che ne abbiamo visti tre?
103. Emma: Quello di Leonardo.
104. I: Io prima però ho detto una cosa, se usiamo questo metodo possiamo rappresentare numeri più grandi di 21 come ad esempio il 35?
105. Emma: Ah no, è vero.
106. Tommaso: Il terzo modo è il più corretto.
107. *In molti annuiscono, effettivamente la maggior parte degli alunni ha completato la piramide in questo modo.*
108. IC: Provate a sostituire dei numeri alle lettere e verificate che è il modo corretto.
109. *Sostituiscono nell’espressione letterale i numeri della piramide precedente e verificano il risultato.*
110. I: Ultima cosa che vi facciamo fare dato che vi vediamo un po’ stanchi... completate quest’ultima piramide (F9).



F9

²² Perché l’insegnante non motiva la sua richiesta?

²³ Alessia è la ragazzina con il PEI, mi fa piacere che comunque si sia sentita coinvolta nell’attività e che sia riuscita a partecipare.

²⁴ Questa possibilità è stata ipotizzata anche dai ragazzi di terza durante l’attività svolta in classe dal prof. Navarra, mi viene da pensare che sia la più intuitiva. In realtà anche quando dico loro che non è quella corretta alcuni non li vedo convinti, infatti poco dopo la riprendono.

111. I: Di cosa vi accorgete? Riuscite a riempirla tutta?

112. Sophia: Sotto riusciamo a inserire il 9, poi il 16 a fianco del 14, lo abbiamo ottenuto da $9+7^{25}$.

113. I: E adesso?

114. IC: Riuscite a completare il resto?

115. Alberto: Noi abbiamo messo 7 vicino al 5...

116. IC: Come avete fatto a trovare 7?

117. Alberto: Lo abbiamo messo a caso.

118. I: Bene, vi siete accorti che una parte della piramide è vincolata, l'altra no è libera, potevate riempirla solo scegliendo dei numeri “a piacere”. Sarebbe diverso se io vi indicassi il numero nel mattoncino in alto, allora tutta la piramide sarebbe vincolata.²⁶

²⁵ Questa attività è un'ottima occasione per affrontare i concetti di forma canonica o non canonica di un numero.

²⁶ V. Commento 15. Suggestisco la lettura del termine [‘devoluzione’](#).