

13 novembre 2017

Situazione 1

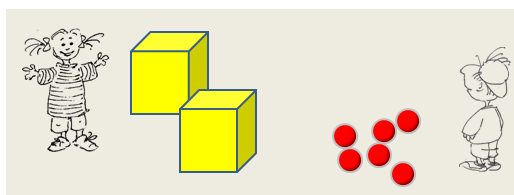
Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra*

Commenti *Elena Marangoni (coordinatrice del gruppo ArAl di Lugo-Faenza)*

DESCRIZIONE DELLA CLASSE: La classe IV A è composta da 25 alunni ed ha sperimentato attività legate al Progetto Aral sin dalla classe seconda. Quest'anno si sta cimentando in modo particolare con l'attività "Scatole e biglie" (non è la classe in cui interviene il prof. Navarra, ma l'altra in cui lavoro).

Dopo varie attività siamo arrivati a questa situazione¹:



Bibo e Marta hanno lo stesso numero di biglie.
 Quante biglie contiene ogni scatola gialla?
 Argomentate la risposta.
 Rappresentate la situazione per Brioshi.

1. I: Qualcuno mi descrive cosa vede **rappresentato**²?
2. Tudor: Marta ha 2 scatole gialle e Pippo ha 6 biglie.
3. I: Bene, ora cosa dobbiamo scoprire?
4. Tudor: Quante biglie contiene ogni scatola gialla.
5. I: Poi?
6. Tudor: Poi dobbiamo argomentare la risposta e rappresentare la situazione per Brioshi.
7. I: Qualcuno vuole provare?
8. Angelica: Se la regola è che le scatole dello stesso colore hanno dentro lo stesso numero di biglie, secondo me dentro le 2 scatole gialle ci sono 3 biglie, perché devono avere lo stesso numero di biglie e se ce ne sono 3 in una scatola e 3 nell'altra in tutto ne ha 6 e anche Pippo ne ha 6.³
9. Chiara: **Io ho fatto un'operazione per scoprire quante biglie c'erano**⁴.
10. I: Ma sei d'accordo con quello che ha detto Angelica? **E che operazione hai fatto?**⁵
11. Chiara: Sì sono d'accordo con Angelica e ho fatto 6:2.
12. Alex: Io non so se sono tanto d'accordo perché se in una scatola ce ne sono 6 e in una 0...
13. Luca: Nooo, devono contenere lo stesso numero di biglie: se sono dello stesso colore, giallo e giallo, devono contenere lo stesso numero di biglie, quindi 3 e 3.
14. I: Hai capito Alex? La tua idea poteva andare bene se...
15. Chiara: ... se erano scatole di diverso colore.

¹ Sarebbe opportuno che l'insegnante indicasse sinteticamente a quali attività fa riferimento.

² Forse partire con il termine 'Rappresentato' come sinonimo di 'disegnato' rende poi più confuso l'uso del termine stesso nel resto dell'attività.

³ Bello e circostanziato l'intervento di Angelica che mette in evidenza che s è uguale a 3biglie anche se andrebbe attivata una riflessione su "dentro le due scatole gialle ci sono 3 biglie": dentro ognuna delle...

⁴ Sarà opportuno che l'insegnante chiarisca con la classe la differenza fra rappresentare una situazione problematica e svolgere delle operazioni per risolverla. Spesso, come in questo caso, i due aspetti rimangono 'attorcigliati' l'uno all'altro. Quando Chiara dice "Ho fatto un'operazione" (9) e "Ho fatto 6:2" (11) pensa ai calcoli, si muove cioè ad un livello aritmetico, non prealgebrico. L'insegnante con i suoi interventi (10, 16, 18) sostiene questo punto di vista, anche se evidentemente non è questa la sua intenzione. Il concetto di rappresentare prende corpo in (24) ma anche in questo caso, come vedremo, parte in un modo ambiguo.

⁵ Appare fin da subito la richiesta di portare i ragazzi a risolvere la questione tramite il calcolo, così come nella riga 11: "ho fatto 6:2".

16. I: Ah, se erano scatole di diverso colore. Invece qui sono tutte e due gialle, quindi Angelica dice che ce ne sono 3 e 3 e Chiara dice che nella sua testa ha fatto un'operazione: 6 biglie diviso 2. Perché diviso 2? ⁶
17. Andrea: Perché Pippo aveva 6 biglie e Marta 2 scatole dello stesso colore.
18. I: In questo modo le 6 biglie venivano divise...
19. Chiara: ... in due parti uguali
20. Luca: Sono d'accordo con Angelica e non con Alex.
21. I: Ok, ma secondo me adesso anche Alex ha capito dove si era confuso.
22. Luca: Poi volevo spiegare per Brioshi.
23. I: Facciamo che io scrivo alla lavagna quello che tu mi dici.
24. Luca: Per iniziare io scriverei $P=6$ e $M=2s$ ⁷.
25. I: Ok, questa è la situazione che vediamo là (*indico la slide*). Cosa gli vogliamo dire a Brioshi?
26. Luca: Quante biglie contengono le due scatole.
27. I: Prima diciamogli la situazione di partenza che avevamo.
28. Luca: Pippo aveva 6 biglie e Marta due scatole.
29. I: Quindi cosa scrivo?
30. Luca: Scrivi $6=2s$.
31. I: Cosa vuol dire $2s$?
32. Tudor: 2 scatole. Le 6 biglie sono divise in due scatole.
33. I: Quindi 2 scatole = 6 biglie ⁸.

$2s=6$

34. I: E questo va già bene per Brioshi. Perché noi questo numero non lo conoscevamo... Perché hai scritto s , Luca?
35. Luca: Con s si intende scatole, ma noi non sappiamo quante biglie ci sono dentro ⁹.
36. I: Quindi un numero sconosciuto... e vi ricordate che i matematici per dire numero sconosciuto...
37. Coro: Mettono una lettera!
38. I: Noi all'inizio facevamo un punto interrogativo, una macchiolina... Luca si è subito ricordato che posso sostituire al numero sconosciuto una lettera. Se qualcuno ha scritto così non lo riesce a vedere, possiamo scriverlo così: $6=s+s$. Guardate là (*indico la slide*): 6 (*indicando le biglie*) = scatola+scatola, cioè 2 scatole.
39. Sulla lavagna quindi scriviamo entrambe le versioni: $6=s+s$. Mi assicuro che abbiano capito che sono due scritture diverse per dire la stessa cosa, per poi tenere solo $6=2 \times s$ ¹⁰.

$2s=6$ cioè $6=2 \times s$ ¹¹
--

40. I: Ora vi chiedo una cosa difficilissima. Riusciamo, partendo da qui, a dire a Brioshi anche che noi abbiamo scoperto che erano 3 le biglie in ogni scatola?
41. Fabio: Io farei $6=2 \times s=3$ biglie ¹².
42. I: Ah, ma così glielo dici, noi dobbiamo spiegare come abbiamo fatto.
43. Luca: $6:2=2 \times s$ ¹³.

⁶ Anche qui la richiesta dell'insegnante va verso il risolvere.

⁷ Avrei chiesto a Luca di spiegare cosa significhino per lui le due frasi $P=6$ e $M=2s$. Ritengo che non stia rappresentando la situazione ma che stia scrivendo, come d'abitudine, i dati del problema: $P=6$ per lui significa 'Pippo ha 6 biglie' e $M=2s$ che 'Marta ha 2 scatole'. Vede cioè le due scritture come traduzioni schematiche di frasi in lingua italiana e in più le vede staccate fra loro; la relazione di equivalenza fra le due quantità di biglie è completamente opacizzata. Il suo successivo intervento (28) conferma la mia interpretazione.

⁸ Negli interventi (30-33) si manifesta uno dei nodi della questione, è cioè il significato errato attribuito alla lettera s di 'scatola' e non di 'numero delle biglie contenute in ognuna delle due scatole' (vedi anche Luca, 35). L'insegnante (33) conferma questa misconcezione quando descrive l'uguaglianza come '2 scatole = 2 biglie' (lo ripete in 38: "6=scatola + scatola, cioè 2 scatole"). Il significato corretto di $6=2s$ è 'il numero delle biglie di Pippo (6) è uguale al doppio ($2 \times$) del numero delle biglie contenute in ognuna delle scatole di Marta (s)'. Una lettera non rappresenta oggetti ma numeri.

⁹ Luca voleva inviare il messaggio a Brioshi (22) ma, quando dice "Non sappiamo quante biglie ci sono dentro" pensa al numero che lui deve trovare, non Brioshi. La classe non sa bene cosa cercare e oscilla fra il rappresentare e il risolvere. Anche in questo caso Luca va verso il risolvere e non il rappresentare per Brioshi: in realtà loro già sanno quante ce ne sono dentro quando scrivono $2s=6$.

¹⁰ In occasioni come questa l'insegnante potrebbe parlare di rappresentazione additiva e moltiplicativa.

¹¹ Forse questa rappresentazione li porta poi a sbagliare, riga 4, scrivendo $6=2 \times s=3$ biglie.

¹² Attenzione che la scrittura $6=2 \times s=3$ è scorretta.

44. I: Però se io aggiungo ‘:2’ da una parte, cosa devo fare?
 45. Luca: Devo fare :2 anche di là.
 46. I: Vi ricordate la bilancia? Se questa era un’uguaglianza ($6=2\times s$) e poi il 6 lo divido per 2, rimarrà uguale?
 47. Tutti: Nooo!
 48. Luca: **Devi dividere per 2 anche di là**¹⁴.
 49. *Quindi scrivo alla lavagna $6:2=2\times s:2$.*

$6:2=2\times s:2$

50. I: E adesso come faccio a dire a Brioshi che sono 3? Ora ve lo scrivo in un altro modo. (*scrivo*) Notate qualcosa qua (*a destra*)? Guardate questa s, prima...

$6:2=s\times 2:2$

51. Tommaso: Secondo me quella s è come dire 3.
 52. Luca: Come fare 3 per 2 e poi diviso 2.
 53. I: Sì, qui abbiamo s, quindi $s\times 2:2$.
 54. Leonardo: Si annullano!
 55. I: Quindi cosa posso fare?
 56. Leonardo: Togliere ‘ $\times 2$ ’ e ‘:2’.
 57. I: E ora cosa vedo? Cosa posso scrivere anziché $6:2$?
 58. In coro: 3!!!
 59. I: Quindi al posto di $6:2$ scrivo 3 e dall’altra parte tolgo $\times 2:2$ e rimane s, dunque.

$6:2=s\times 2:2$ $3=s$

60. Tutti: Ce l’abbiamo fatta!

¹⁵

¹³ Sarebbe stato opportuno chiedere a Luca cosa significa la sua scrittura. I due piani rappresentare/risolvere continuano a rimanere mescolati. Gli alunni applicano il secondo principio di equivalenza ma non controllano il significato di quello che stanno facendo. Non capisco cosa pensino di mandare a Brioshi: sia la rappresentazione matematica della situazione che la soluzione dell’equazione?

¹⁴ Forse sarebbe valsa la pena di far argomentare a Luca le ragioni della sua affermazione che altrimenti resta molto legata alla procedura da mettere in atto per...

¹⁵ Alcuni suggerimenti conclusivi per l’impostazione di attività simili a queste:

(a) far argomentare in merito alla situazione come ha fatto Angelica (8).

Poi, per poter costruire la rappresentazione da inviare a Brioshi:

(b) far individuare i numeri in gioco; in questo caso sono tre: il numero delle scatole di Marta, il numero di biglie in una scatola, il numero delle biglie di Pippo;

(c) far rappresentare i tre numeri, nell’ordine: 2, g, 6 (indico con ‘g’ il numero delle biglie di una scatola gialla; nel caso ci fossero scatole di più colori, questo accorgimento permette di rappresentare in modo chiaro il numero delle biglie nelle varie scatole);

(d) tradurre la situazione in linguaggio matematico; il perno della rappresentazione è l’uguaglianza, quindi: $g\times 2=6$;

(e) far esplicitare la scrittura prima di inviarla a Brioshi, per esempio: “Il doppio del numero di biglie in una scatola è uguale al numero delle biglie di Pippo”;

(f) inviare la scrittura a Brioshi;

(g) mettersi nei suoi panni e organizzare la soluzione dell’equazione (si mettono in evidenza i principi applicati):

- $g\times 2=6$
- $g\times 2:2=6:2$ (secondo principio della bilancia)
- $g=3$;

(h) far verbalizzare la conclusione, ad es: “Il numero delle perle in una scatola gialla è 3”.