

Progetto ArAl	Italy	1	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres (SS) II C. 1B	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
-------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

12 marzo 2008

Diario 1 (uso del registratore)

Parole chiave

FRASE MATEMATICA, OPERATORE DIREZIONALE, RELAZIONE, UGUALE ¹

La classe è composta da 17 bambini, il giorno 12 marzo ne sono presenti 15 (7 maschi e 8 femmine). Hanno tutti frequentato in modo regolare la scuola materna, c'è una bambina anticipataria e un bambino certificato con la sindrome di Asperger.

Dal mese di febbraio i bambini hanno lavorato sull'addizione utilizzando diversi metodi: le macchine (con le scatole, i bicchieri), la linea dei numeri, i regoli, la bilancia matematica. Da un punto di vista aritmetico tutti sanno calcolare addizioni entro il 10, più della metà entro il 20; l'ausilio della bilancia matematica ci ha permesso di utilizzare indifferentemente scritture come $3 + 5 = 8$ e $8 = 3 + 5$. Inoltre, i bambini sono abituati a tradurre in frasi matematiche le diverse situazioni concrete dalle quali partiamo.

Ora affronteranno le minipiramidi e, in particolare, in questo primo incontro si cercherà di insistere sulla scoperta della regola, portare i bambini a formulare una generalizzazione.

I bambini vengono sistemati in coppia, 6 coppie e 1 trio.

Si introduce il materiale raccontando una storia²:

I: Ieri sera, bambini, ho incontrato i nostri amici Bud e Holly che mi hanno dato dei regali per ognuno di voi, anzi un regalo per ogni coppia

I bambini sono visibilmente emozionati, si guardano tra loro, si sfregano le mani impazienti.

BI (è un'abbreviazione di "bambini", per indicare che hanno risposto in coro o quasi): Davvero??? Che bello!! Cosa ti hanno detto?

I: Che vi vogliono dare delle cose bellissime, ma voi dovete trattarle bene... ecco, guardate, queste sono delle buste, controllate dentro cosa c'è...³

A (Francesco): C'è un foglio colorato...

A (Gaia): ... e dei numeri

A (Paolo): Io ho notato una cosa: i numeri sono doppi

I: Bravissimo, che bella osservazione, ogni numero c'è due volte... ora guardate il foglio... cosa vedete?

A (Andrea): Dei rettangoli..

I: Bravo, quanti sono? come sono messi?

A (Andrea): Sono tre... sono in ordine

I: Cosa vuol dire in ordine? Prova a spiegare meglio⁴

Pensa ma non riesce a rispondere

I: Chi vuole aiutare Andrea bambini... come sono messi i rettangoli... si toccano, sono lontani tra loro?

A (Eleonora): Ce ne sono due in basso e uno in alto... sono vicini...

I: Molto bene Eleonora... bambini, Eleonora ha descritto i rettangoli, dice che ce ne sono due in basso e uno sopra... siete d'accordo?

BI: Sì!

I: A cosa vi fanno pensare questi rettangoli? Cosa vi sembrano?

A (Claudia C.): Il cappello di un pupazzo di neve

¹ Chiedo all'insegnante di inserire in grassetto nero le parole chiave del glossario che fanno da sfondo all'attività o che, ancora meglio, sono state usate dalla classe o da lei stessa nel corso del lavoro. Esplicitare i termini favorisce una lettura dell'attività alla luce dei riferimenti teorici usati.

² Mi piaceva introdurre le minipiramidi con una storia fantastica che catturasse l'attenzione dei bambini, servisse da innesco, li motivasse. Loro conoscono già i personaggi perché sono i protagonisti del programma di inglese di quest'anno e io li uso in molti contesti perché ai bambini piacciono molto; inoltre, abbiamo i loro pupazzi in classe, quindi c'è un aggancio "concreto".

³ Ogni coppia riceve una bustina trasparente con la minipiramide stampata su un foglio colorato plastificato e 20 numeri (due serie di 10 numeri da 0 a 9); con l'ausilio del velcro potranno staccare e attaccare i diversi numeri nei tre mattoni della minipiramide. **Bellissimo!**

⁴ I bambini sono abituati a lavorare in questo modo quando presento loro dei materiali: osservazione e descrizione. Cerco di stimolarli a descrivere ciò che vedono usando una terminologia via via più specifica (localizzazione nello spazio pagina, numero di elementi...) e solo dopo questa fase possono iniziare a dire cosa dovranno fare, qual è la consegna (in questo caso cosa sembra il disegno).

Progetto ArAl	Italy	2	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres (SS) II C. 1B	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
-------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

A (Elena): Sembra quello che ci hai fatto fare l'altra volta, quando ci sono le gare e uno arriva primo, e poi gli danno la medaglia...

A (Riccardo): Sì, lo devono premiare

I: È vero, bambini guardiamo tutti, Elena sta dicendo che questo sembra un podio. Va bene, ora continuiamo, abbiamo detto che sembra il cappello di un pupazzo di neve, un podio... poi bambini, ci sono altre idee?

A (Rossella): Sembra una scala...

A (Andrea): Una scala che scende e una scala che sale...

A (Matteo): Tre regoli.

A (Elena): Tre mattoncini

A (Francesco): Sembra un pezzo del mio camino

A (Nicolò): Sembrano delle tavole di legno

A (Matteo): Sembra una torta di compleanno... con i piani

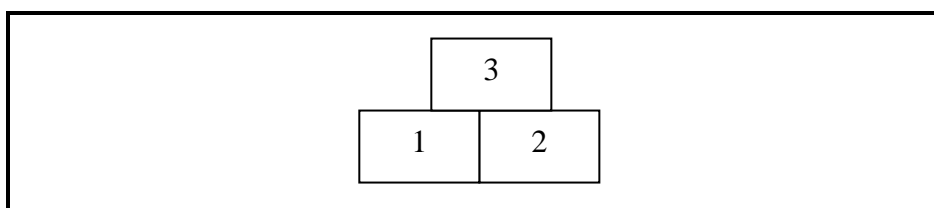
A (Paolo): Sembra il tavolo degli sposi

I: Quanti numeri si possono inserire bambini?

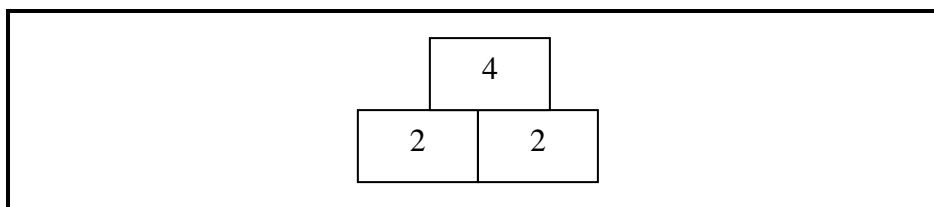
BI: Tre

Riprendo l'idea dei mattoni, cercando di valorizzare l'aspetto della "costruzione". Poi disegno una minipiramide alla lavagna, inserisco dei numeri e invito i bambini a inserirli nelle loro minipiramidi.

I: Osservate questi



I bambini ripetono i numeri ma non scatta alcuna osservazione. Disegno un'altra minipiramide e invito i bambini a inserire questi nuovi numeri nelle loro.



A (Kuba): $2 + 2 = 4$

A (Paolo): Allora anche prima $1 + 2 = 3$

A (Eleonora): Ho notato una cosa: nei mattoni in basso c'è l'addizione, in quello in alto... (non si ricorda la parola)

A (Kuba): Il risultato!!!⁵

⁵ *Lo so, probabilmente qui avrei dovuto stimolare il bambino ad abbandonare quel termine per utilizzarne un altro (es.: numero) più aderente al concetto algebrico dell'uguale inteso non come operatore direzionale; ho preferito non spezzare il discorso della ricerca della regola, visto che mi sembrava che i bambini stessero facendo un grande sforzo. Condivido, ma ti consiglio di attivare prima possibile, accanto alla coppia alla quale ti sei già riferita 'operatore direzionale/relazione di equivalenza', anche 'processo/prodotto' e 'forma canonica/non canonica'. A questo proposito, mi soffermo su alcune riflessioni di carattere generale.*

Il Glossario, come si è detto più volte, è concepito in funzione dell'insegnante. È stata la frase finale nella prova d'esame di un docente SSIS che ci ha condotti a formulare delle ipotesi su un suo possibile ampliamento come strumento di supporto culturale anche per gli studenti. La frase diceva: "Penso che l'esperienza per un docente sia effettivamente l'aspetto maggiormente formativo, soprattutto se ognuno di noi si mette nell'ottica di 'manifestare' in modo continuo il proprio stile di insegnamento."

'Manifestare in modo continuo il proprio stile di insegnamento'. Andando probabilmente al di là delle intenzioni dell'autore, un'implicazione di questa affermazione è la seguente: la matematica potrebbe essere insegnata rendendo consapevoli gli studenti di come aspetti apparentemente estranei ad essa – la competenza nell'uso dei linguaggi, in primis di quello naturale; il saper tradurre da un linguaggio all'altro; l'importanza degli aspetti sintattici e semantici di un linguaggio; la differenza fra rappresentare e risolvere una situazione problematica; imparare a distinguere processo e prodotto – costituiscano la base portante della costruzione significativa delle conoscenze matematiche.

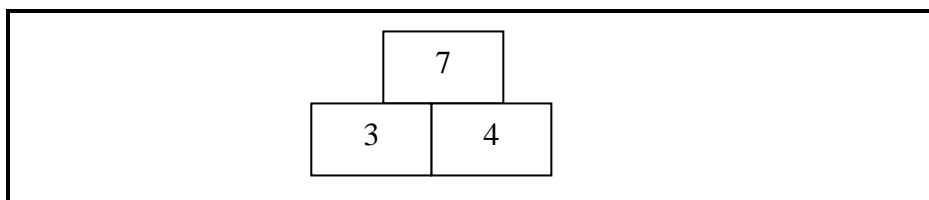
I: Molto bene, bravissimi, mi sa che abbiamo scoperto una regolina molto importante... state dicendo che per trovare il numero in alto dobbiamo fare l'addizione con i numeri in basso?

BI: Sììì!

A (Paolo): Mi sa che tu l'hai fatto apposta, non ci hai detto niente prima...

I: L'ho fatto apposta così poi l'avete scoperta da soli la regola... volevo vedere se ve ne sareste accorti da soli... e ve ne siete proprio accorti... bravi, ma vediamo se è vero...

Disegna un'altra minipiramide con i numeri.



A (Rossella): Nei mattoni bassi c'è 3 e 4 e in alto 7. C'è il + in mezzo al 3 e il 4... $3 + 4 = 7$

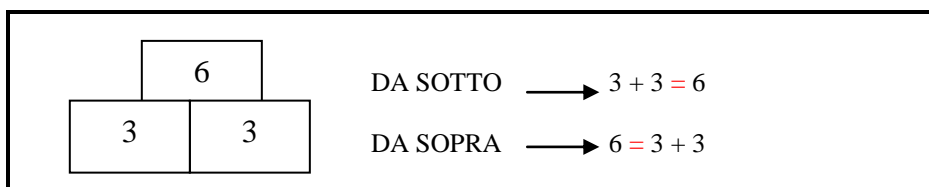
A (Andrea): La sai una cosa? $3 + 3 = 6$

I: È vero, provate a farmelo vedere con i mattoni...

I bambini realizzano la minipiramide proposta da un compagno. La scrivo alla lavagna.

I: Bambini, chi mi sa leggere la frase che si forma?... Partiamo da sotto⁶...

Mentre i bambini parlano io scrivo le frasi alla lavagna come fossi sotto dettatura⁷.



A (Riccardo): $3 + 3 = 6$

A (Paolo): Oppure $6 = 3 + 3$... è uguale, non cambia nulla, fa sempre 6⁸

A (Nicolò): Sì che cambia, prima metti uguale alla fine e poi all'inizio.

I: Avete ragione tutti e due, cambia il modo di scrivere le due frasi, ma il significato rimane uguale... ok, chi mi vuole ripetere la regolina?⁹

A (Riccardo): Vuoi dire... per esempio $0 + 5 = 5$?¹⁰

Tale prospettiva ci ha condotti quindi a formulare un'ipotesi sull'ampliamento della funzione del Glossario: che si possa pensare ad un contratto didattico che preveda l'esplicitazione costante da parte dell'insegnante delle motivazioni profonde che lo guidano nelle sue scelte metodologiche e di contenuto. In questo modo gli alunni vedrebbero se stessi come compartecipi nella costruzione dei saperi e il Glossario diventerebbe lo sfondo permanente dell'insegnamento e dell'apprendimento, attraverso il quale gli alunni verrebbero condotti a riflettere sull'importanza di condividere – fra loro e con l'insegnante - il senso di termini chiave come quelli che ho elencato all'inizio di questo lungo Commento.

Ciò comporta, come premessa inevitabile, che sia l'insegnante il motore primo di questa condivisione, e che quindi diventi attore consapevole e convinto nella gestione del Glossario. In conclusione: propongo che, man mano che si incontrano costrutti teorici dell'early algebra presenti nel Glossario, l'insegnante li faccia riportare su delle strisce di cartone che rimangano ben visibili su una parete dell'aula in modo da diventare un bagaglio culturale in progress condiviso al quale alunni e insegnante cercheranno di fare continuo riferimento.

⁶ Interessante questo 'partire da sopra' e 'partire da sotto', prepara all'uguale come equivalenza fra due rappresentazioni dello stesso numero.

⁷ Ottima strategia.

⁸ Sono abituati a lavorare con questa scrittura, anche se all'inizio qualche bambino diceva che era "sbagliata" (essendo in prima elementare mi viene da pensare ad influenze esterne alla scuola, probabilmente all'ambito familiare). È probabile. Molte volte penso che bisognerebbe ri-educare i genitori spesso, come scrive Cesare Cornoldi, matematicofobici, e quindi 'portatori' di misconcezioni matematiche. Comunque penso che prima o poi bisognerà affrontare con gli alunni (se non l'hai già fatto) l'abito mentale procedurale retrostante quel verbo 'fa'.

⁹ Rileggendo la sbobinatura mi rendo conto che avrei dovuto lasciare aperta la discussione tra i due bambini, far loro argomentare queste due posizioni, mentre ho dato la mediazione finale lasciando cadere quest'opportunità. Condivido. La questione è davvero di grande importanza, e appena puoi ti conviene riprenderla.

¹⁰ I bambini mi guardano perplessi, è difficile per loro arrivare alla concettualizzazione; per me non è semplice stimolarli, far capire loro il concetto di "regola", farli passare dall'esempio concreto al piano concettuale.

Progetto ArAl	Italy	4	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres (SS) II C. 1B	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
-------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

I: Quello è un altro esempio... ora però stiamo provando a dire la regolina, cioè una cosa che va bene per tutte le minipiramidi... vi ricordate prima cosa ha detto Eleonora? Ha detto che tra i numeri in basso cosa dobbiamo mettere?

A (Gaia): Il più

I: Bene, e poi in alto che numero ci va, un numero a caso?

A (Rossella): No, facciamo 0 + 5 e sopra ci va 5 perché 0 + 5 fa¹¹ 5

I: Va bene, anziché dire che mettiamo il più, che altra parolina possiamo dire?

A (Nicolò): Addizione

I: E poi?

A (Nicolò): Aggiungere

I: Ok, molto bene, addizione, aggiungere, il più, sono tutte paroline diverse che però ci dicono la stessa cosa...¹² quindi ora possiamo provare a dire la regolina

A (Claudia C.): Dobbiamo mettere insieme i numeri in basso e scrivere il risultato¹³ sopra

I: Proviamo ad iniziare dall'alto: per trovare il numero che c'è in alto cosa dobbiamo fare?

A (Rossella): Dobbiamo mettere il più...

I: Oppure?

A (Rossella): Addizionare... i numeri che sono in basso

I: Molto bene, provate ad inventare da soli delle minipiramidi con questa regolina.

I bambini lavorano in coppia, provano le minipiramidi e tutte le coppie lavorano seguendo la regola, sembra che abbiano capito il meccanismo. A turno, le coppie presentano la loro minipiramide alla classe, dicendo prima i tre numeri scelti e introducendo + e = solo nel momento in cui "costruiscono" le frasi matematiche¹⁴ partendo dal basso e dall'alto. Qualcuno, partendo dall'alto si confonde...

A (Riccardo): (i numeri sono 3, 5 e 8)... 8 + 3 = 5

I: Attento... dove va il +?¹⁵

A (Riccardo): Tra i numeri in basso... è vero, allora è 3 + 5 = 8¹⁶

I: Va bene, allora bambini ricordiamoci che tra i numeri in basso si può mettere solo il più, invece per scendere o salire che segno ci vuole?

BI: L'uguale...

A (Paolo): È la stradina che ci porta da un piano all'altro.

I: Bravissimi, ricordatevi questa regolina molto importante.

Alle 9,45 l'esperienza si conclude. Ora la riportano sul quaderno costruendo alcune minipiramidi a piacere e formulando la regola.

SCOPRIAMO LA REGOLA: PER TROVARE IL NUMERO IN ALTO DEVO ADDIZIONARE I NUMERI IN BASSO.

¹¹ Va benissimo che per ora i bambini si esprimano con il 'fa', ma per le note ragioni cerca di far emergere in modo significativo l'altro aspetto dell'uguale.

¹² Va molto bene evidenziare sin d'ora il ruolo delle parafrasi e la capacità di riconoscerle e interpretarle.

¹³ Sempre lo stesso punto di vista procedurale del 'fare'. Ti conviene non lasciare che l'imprinting sia solo di questo tipo, altrimenti poi fai più fatica ad aprire al punto di vista relazionale.

¹⁴ Mi è sembrato utile separare i due momenti (dire i tre numeri, dire le frasi matematiche con i tre numeri e i segni + e =) per evidenziare ancora di più il fatto che i segni stabiliscono delle relazioni tra i tre numeri, relazioni che devono avere una loro validità e che per questo danno senso alle frasi matematiche. Sono una buona strategia e un ottimo obiettivo.

¹⁵ In una lezione precedente, usando la bilancia matematica, un bambino aveva fatto una riflessione sul significato dell'uguale, anche in relazione alle due rette parallele del segno: l'uguale sembra una stradina che ci porta da una parte all'altra della bilancia. È anche per questo che i bambini lo scrivono con il rosso, come fosse una strada che congiunge due siti, che porta da una parte all'altra. Però ora mi pongo un problema: è utile insistere con questo giochino del + solo in basso e dell' = come stradina che li porta da un piano all'altro? È partita da loro ma mi sta venendo il dubbio che in questo modo i bambini si "fossilizzano" sulla posizione spaziale dei segni all'interno della minipiramide, e non sul significato della relazione che deve legare i tre numeri scelti (a prescindere dal fatto che questi tre numeri siano collocati in una minipiramide). Mi spiego meglio: ho il dubbio che Riccardo abbia detto la frase in modo corretto solo perché ha collocato spazialmente il segno +, non perché ha capito che con 3, 5 e 8 la frase ha una sua validità se metti il + tra il 3 e il 5. La metafora è bella, anche se il concetto di 'congiungere' e quello di 'essere uguale' sono distanti fra loro. La 'rivoluzione concettuale' la si fa ponendo 'allo stesso livello' i due simboli '+' e '='. In un'ottica tradizionale il segno '+' precede l'altro, perché prima 'addiziono' a sinistra e poi 'ottengo' a destra. Se guardiamo la cosa da un punto di vista relazionale (e quindi fuori dal tempo e dallo spazio) la situazione è completamente diversa: in questo caso ho tre 'oggetti' 3, 5, 8 e devo trovare le relazioni che li collegano: 3 e 5 sono collegati da una relazione additiva, 3+5 e 8 da una relazione di equivalenza.

¹⁶ Non arriva a verbalizzare la scrittura partendo dall'alto.

Progetto ArAl	Italy	5	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres (SS) II C. 1B	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
-------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

COMMENTI

La sbobinatura fa riferimento al momento in cui ho introdotto le minipiramidi in una classe, il giorno precedente al suo arrivo a scuola, per cui ora, rileggendo il tutto, mi vengono in mente tantissime riflessioni sul diverso modo di introdurre lo stesso argomento (lei ha introdotto le minipiramidi nell'altra prima dove lavoro).

Cercherò di fare un po' di ordine.

- Lei ha realmente lavorato perché i bambini arrivassero da soli alla regola, mentre nella classe dove ho lavorato io i bambini erano arrivati a capire cosa succedeva nella minipiramide ma non hanno verbalizzato la regola, l'ho fatto io e loro hanno ripreso le mie parole; sono d'accordo dunque con ciò che diceva durante l'incontro del pomeriggio di abituare di più i bambini ad argomentare, a parafrasare, a verbalizzare.
- Mi rendo anche conto che provare a verbalizzare o argomentare ciò che succede è una fase leggermente diversa dalla concettualizzazione o generalizzazione che richiede non solo un'ulteriore astrazione ma anche una scelta di vocaboli che il bambino deve padroneggiare. Per questo credo che sia un processo di pensiero estremamente difficile per un bambino di prima elementare o della scuola materna. Mi spiego meglio: un bambino di terza, quarta o quinta elementare, anche se non abituato a ricercare delle regole come metodologia esplicita e perseguita dall'insegnante mette in atto dei processi che comunque lo portano, bene o male, a generalizzare, ad argomentare (es.: i temi, i problemi standard, le letture, le regole implicite tra pari nelle relazioni sociali o in famiglia), mentre un bambino di 4, 5, 6 anni ha ovviamente più difficoltà, è uno sforzo maggiore che gli si chiede. Certo, poi le regole da scoprire saranno più semplici, ma io lo vedo proprio come un passaggio ulteriore, faticoso. E, probabilmente, questa mia convinzione mi porta a 'spianare' loro la strada nel momento in cui li vedo in difficoltà. *I temi che affronti sono di grande importanza e stimolano numerose riflessioni. Le attività che comportano una ricerca di regolarità (nel vostro caso l'individuazione della 'regolina') favoriscono lo sviluppo del balbettio logico sin dalla scuola dell'infanzia. Il linguaggio naturale svolge un ruolo determinante in questo processo attraverso l'argomentazione, verso la scoperta delle relazioni fra gli elementi della situazione problematica esplorata (per voi la minipiramide) e quindi verso l'individuazione della sua struttura. La costruzione comune della regola, sviluppata al livello consentito dall'età degli alunni, costituisce il risultato collettivo di una lettura relazionale della situazione, in cui l'attenzione è puntata non tanto sui suoi elementi, quanto sulle relazioni che li collegano. Confrontando situazioni diverse, si riconoscono come analoghe quelle che presentano la stessa struttura; si dice cioè che tra esse intercorre una analogia strutturale. Riuscire a stabilire tali corrispondenze fra situazioni differenti conduce a parlare di sviluppo del pensiero analogico. La scuola dell'infanzia si inserisce al primo gradino di questo processo, all'interno di una logica di continuità con la scuola primaria, dove questi embrioni di pensiero matureranno progressivamente nel tempo, intrecciati fra loro, nell'esplorazione di un'aritmetica costruita verso lo sviluppo del pensiero algebrico e quindi verso la generalizzazione e l'astrazione. Le difficoltà sono evidenti ma c'è tutto il tempo che si vuole. L'evoluzione del balbettio deve essere una progressione graduale 'spalmata' su tutto il tempo scuola, attraverso la costruzione di ambienti di apprendimento che stimolino, attraverso il confronto delle argomentazioni, la costruzione sociale delle conoscenze.*
- Ho aderito con molto entusiasmo a questo progetto. Circa tre anni fa ho seguito un corso con il prof. Sini che ci ha fatto conoscere ArAl e le diverse esperienze; credo nella didattica metacognitiva (sono formatrice P.A.S. del metodo Feuerstein), e ho cercato di applicarla nel mio lavoro. In ambito matematico la difficoltà maggiore che ho avuto è stata quella di lavorare seguendo i principi dell'argomentazione e della generalizzazione ma comunque su materiali "classici", andando un po' "a naso". Le unità di ArAl, invece, mi permettono di avere una base dalla quale partire sia come metodologia che come "contenuti" (le minipiramidi, la griglia dei numeri, le mascherine), contenuti sempre aderenti e che ben si prestano all'applicazione della metodologia.
- Dopo questa supervisione la ricaduta sul mio lavoro è enorme sotto molti punti di vista:
 - **in termini di relazione con i bambini**; mi riferisco al fatto di forzare un po' più la mano con loro, di lasciarli più da soli nella ricerca dei perché, senza preoccuparmi troppo se li vedrò in difficoltà; lasciarli argomentare di più, promuovere le discussioni tra loro senza offrire io una mediazione che li metta d'accordo. Nel rileggere le sbobinate mi rendo conto di non aver saputo cogliere alcune microsituazioni (come le chiama lei) che invece avrebbero potuto portare ad esiti interessanti.
 - come **sfondo teorico** da tenere in considerazione e da utilizzare come riferimento durante il lavoro quotidiano: mi rendo conto che la comunicazione tra insegnante e alunno, in quanto veicolo che promuove un certo tipo di pensiero, dev'essere affinata e supportata da una padronanza dei termini, delle strategie che si stanno attivando, dei processi di pensiero che ci sono dietro ad ogni risposta dei bambini, e questo è sicuramente un aspetto sul quale dovrò e mi piacerà lavorare.
 - in termini di **accorgimenti pratici, immediati, concreti** da realizzare nel lavoro quotidiano; ritengo siano utilissimi i commenti che lei fa negli altri diari perché indicano operativamente un certo tipo di comportamento verbale e non da tenere in quella situazione e quali effetti questo può avere sui processi di pensiero del bambino; inoltre, apprezzo molto come puntualizza e commenta alcune frasi dei bambini cercando di leggerne dietro le possibili spiegazioni.

Progetto ArAl	Italy	6	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres (SS) II C. 1B	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
-------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

19 marzo 2008

Diario 2 (uso del registratore)

Parole chiave

FRASE MATEMATICA, OPERATORE DIREZIONALE, RELAZIONE, UGUALE

Sono presenti 15 bambini (7 maschi e 8 femmine).

Durante l'incontro i bambini lavoreranno sulla ricerca delle coppie additive per formare alcuni numeri, in genere inferiori al 10. Hanno già lavorato sulla ricerca della regola delle minipiramidi e su un primo approccio alla proprietà commutativa. Giocano con le minipiramidi anche durante la ricreazione o quando finiscono gli esercizi, per cui hanno preso confidenza con il meccanismo e la struttura.

Anche in questo caso, come nei precedenti, si invitano i bambini a lavorare in coppia.

I: Ormai conoscete bene le minipiramidi... vi propongo di costruirne qualcuna, provate a giocare ma ricordatevi: dovete rispettare la nostra regola, quella che abbiamo scoperto all'inizio... ve la ricordate?

BI: Sìiii

I: Proviamo a ridirla prima di iniziare?

A (Eleonora): Per trovare il numero che sta sopra dobbiamo sommare i numeri che stanno sotto

I: Bravissima Ele, **chi me la sa dire usando altre parole?**¹⁷ Al posto di sommare possiamo usare altre parole... per esempio?

A (Kuba): ... aggiungere, unire

A (Nicolò): ... aggiungere...

I: Ok, allora ripetiamo la regola usando anche queste parole, tanto vogliono dire la stessa cosa...

A (Rossella): Se vogliamo scoprire il numero in alto devo aggiungere... (*faccio cenno di indicare altre parole*)...unire, aggiungere i numeri che stanno sotto

I: **Molto bene...**¹⁸ ora possiamo iniziare a costruire le nostre minipiramidi.

I bambini costruiscono le loro minipiramidi: io giro per i banchi indicando quelle che rispettano la regola e quelle che non la rispettano; loro le correggono. Alcuni bambini scelgono numeri altissimi (100, 200 e 300) e, in questi casi chiedo loro di sostituirli con i numeri che noi conosciamo meglio. Poi, a turno, le coppie di bambini presentano alla classe le loro minipiramidi.

I: Iniziamo con Paolo e Gaia; Paolo e Gaia mi dite le **frasi matematiche**¹⁹ della vostra minipiramide?

A (Paolo): $7 = 4 + 3$

A (Gaia): $4 + 3 = 7$

I: Continuiamo con Giovanni e Riccardo.

A (Giovanni): $5 + 5 = 10$

A (Riccardo): **$10 = 5 + 5$** ²⁰

L'attività continua in questo modo con tutte le coppie; non ci sono problemi nelle minipiramidi costruite e nel verbalizzare le frasi matematiche.

I: Bene bambini, avete trovato tante minipiramidi, ma **secondo voi quante ne possiamo costruire?**²¹

A (Riccardo): 20!

I: No, di più, molte di più...

A (Elena): 1000

BI: 100.000, 500.000.000... 130...

I: Le minipiramidi che possiamo costruire sono molte di più bambini, sono un numero così grande che noi non possiamo immaginarlo, se riuscissimo a metterle tutte in fila arriveremo fino...

A: (Rossella): ... alla luna!

I: Andata e ritorno

A (Matteo): Fino al pianeta Saturno

¹⁷ Ottimo invito. Eleonora, Kuba e Nicolò fanno capire che state lavorando bene sul linguaggio.

¹⁸ Faccio solo notare che le tre definizioni fanno riferimento all'aspetto procedurale del 'fare'. La classe mi sembra pronta per affrontare anche definizioni di tipo relazionale come: 'Il numero nel mattone di sopra è la somma dei due numeri nei mattoni alla base'. COMMENTO AGGIUNTO DOPO AVER LETTO LA PAGINA SUCCESSIVA: Vedo che I ha affrontato la questione. Bene!

¹⁹ Molto bene anche il lessico di I.

²⁰ Molto bravi anche nell'uso dell'uguale, mi pare.

²¹ Bella domanda! È nata al momento o era stata pianificata?

I: C'è una parolina per far capire quanto è grande questo numero, per farci capire che la fila delle minipiramidi continua e noi non riusciamo a vederne la fine...

A (Eleonora): Infinito

I: Sì, Ele, è proprio infinito

A (Matteo): Maestra, allora ci sono tante paroline che dobbiamo scrivere nel libro della matematica²², te le dico? SOMMARE, INFINITO, MINIPIRAMIDI.

I: Ok, dobbiamo ricordarcene per la prossima volta... ora però facciamo una cosa nuova: nel mattone in alto mettete il numero 7; ora ogni coppia deve decidere quali numeri mettere sotto.

A (Andrea): Devono arrivare a 7?

I: Certo, ricordatevi la regola.

Ora i bambini presentano in coppia i numeri scelti. Ad ogni coppia viene chiesto il perché della scelta, l'argomentazione che giustifica "il ponte, l'aggancio" tra i numeri scritti e la regola. Man mano che le coppie di bambini presentano le loro soluzioni io le trascrivo in una tabella a due colonne con in alto il numero 7.

A (Francesco): Io e Kuba abbiamo scelto il numero 1 e il numero 6.

I: Perché?

A (Francesco): Perché $6 + 1 = 7$

I: Perché cosa diceva la regola?

A (Francesco): Che per trovare il numero in alto devo addizionare i numeri in basso.

I: E in alto che numero c'è?

A (Francesco): Il 7... e infatti maestra noi abbiamo scelto il 6 e l'1.

I: Secondo voi hanno fatto giusto bambini? Possiamo scrivere i numeri trovati da Kuba e Francesco nella nostra tabella?

BI: Sìiii.

A (Nicolò): Noi abbiamo scelto il 3 e il 4.

I: Claudia perché avete scelto questi numeri? A caso?

A (Claudia C.): Perché insieme fanno 7

I: Prova a spiegarti meglio, cerca di ricordarti la regolina²³

A (Claudia C.): Il 3 e il 4 li devo addizionare e così fanno 7

I: Anziché dire la parola "fanno" come possiamo dire?²⁴ Prova a dirlo in un altro modo.

A (Claudia C.): Che se li metto insieme il 3 e il 4 fanno... anzi no, cosa devo dire? Non ho capito...

I: Claudia non hai sbagliato, la regola l'hai capita e l'hai detta bene. Ti sto chiedendo di usare le parole della matematica; se leggi la tua addizione c'è un segno molto importante che non vuol dire "fanno" come dici tu... prova a leggere con attenzione sulla tua minipiramide.

A (Claudia C.): 3 più 4 è uguale a 7

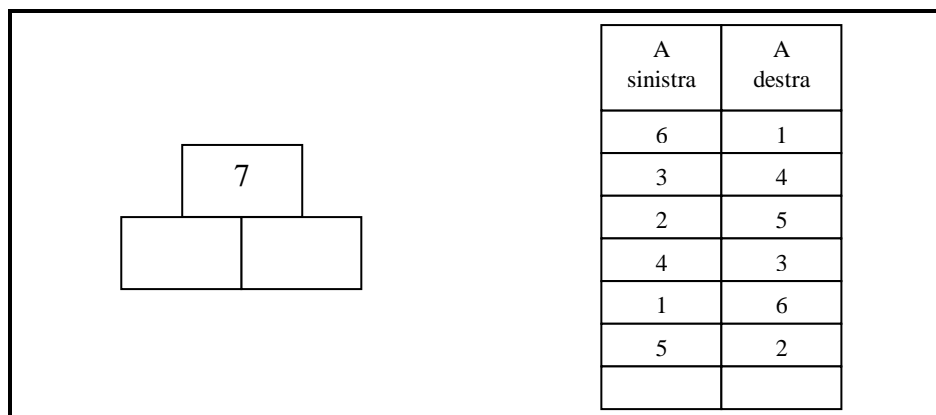
I: Brava, oppure...

A (Claudia C.): 7 è uguale a 3 più 4

I: Ok, molto bene. Vedete bambini è importante leggere proprio le parole della matematica, non inventarle noi perché poi non riusciamo a capirci con gli altri...questo segno (*indico l'uguale*) non si legge "fa" ma "uguale" e siccome lo sappiamo dobbiamo usare la parola giusta. Riprendiamo la regola...chi la vuole ripetere?

A (Elena M.): La regola dice che dobbiamo unire i numeri che stanno sotto per trovare il numero che sta sopra.

Si continua in questo modo. Man mano che i bambini indicano le coppie di numeri, le scrivo alla lavagna così da visualizzare quanto segue:



²² Bella anche questa. Complimenti!

²³ Molto bene questi continui inviti all'argomentazione.

²⁴ V. aggiunta a Commento 2.

Progetto ArAl	Italy	8	Le mini piramidi					
---------------	-------	---	------------------	--	--	--	--	--

P. Torres (SS) II C. 1B	I	I	2	3	4	5	1	2	3	Caterina Branca
-------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------------

I: Guardate la tabella bambini, avete trovato molte coppie di numeri che vanno bene... ne conoscete altre?

A (Claudia C.): Sì, 7 e 0

A (Claudia P.): E anche 0 e 7

I: Va bene, ora li segno e completiamo la tabella... guardate quante coppie di numeri possiamo trovare per il 7? Sono infinite?

A (Kuba): No, sono 8

A (Riccardo): Maestra, io ho notato una cosa, sono i numeri amici, come quelli che abbiamo fatto con le palline colorate.

I: È vero, sono le coppie di numeri amici e il 7 ha 8 coppie di numeri amici; voi le avete trovate tutte ma... osservate bene, c'è qualcosa che non va... cos'è secondo voi?

A (Nicolò): Non sono in ordine, sono tutte in disordine, **dobbiamo riordinarle**²⁵.

Disegno un'altra tabella a fianco di quella presente.

I: Ok, tu cosa scriveresti Nicolò come prima coppia?

A (Nicolò): La prima coppia è 0 e 7

A (Elenita): La seconda coppia è 7 e 0

A (Nicolò): No, è 1 e 6

I: Bambini, Elenita e Nicolò stanno dicendo due cose, propongono due coppie di numeri diverse, voi con chi siete d'accordo?

Alcuni bambini votano. Elenita è sicura della posizione e vuole difenderla.

A (Elenita): Maestra ma ti ricordi che l'altra volta avevamo scoperto l'altra regolina? Io me la ricordo... sì sì... si faceva il contrario...

A (Rossella): Sì, il numero sopra però restava uguale

A (Kuba): Sotto si poteva scrivere 0 e 7 oppure 7 e 0

I: Ok, e quindi cosa poteva succedere? Proviamo ad aiutare Elenita, diciamo la regola, inizio io: se cambiamo...

A (Francesco): ... i numeri sotto di posto, il numero sopra rimane uguale.

A (Gaia): ...non cambia.

I: Allora bambini qual è il trucchetto giusto? Quale coppia dobbiamo scrivere, quella di Nicolò o quella di Elenita?

A (Rossella): Le bambine votano Elenita

A (Giovanni): E allora i bambini votano Nicolò

*Elenita e Nicolò sorridono soddisfatti*²⁶.

I: No bambini, non dobbiamo votare chi è più simpatico, ma il trucchetto che ritenete migliore per completare la tabella... quale trucchetto scegliete per completare la tabella? Quello di Nicolò o quello di Elenita?

A (Gaia): Forse vanno bene tutti e due: quella di Nicolò è ordinata però quella di Elenita è come la regolina del contrario.

A (Eleonora):...è vero, poi ognuno può scegliere...

A (Claudia P.): Una è in ordine, poi nell'altra puoi fare gli incroci, li cambi di posto.

I: Ok, allora state dicendo che possono andare bene tutti e due i trucchetti... siete d'accordo tutti?

A (tutti): Sì

I bambini si alternano nel proseguire il ragionamento. Completano la tabella di Nicolò con gran facilità poiché sono già abituati a trovare le coppie additive in modo ordinato.

²⁵ *Ottimo anche questo atteggiamento degli alunni.*

²⁶ *La maggior parte della classe ha seguito il ragionamento sulla proprietà commutativa ma non riesce ora a fare il collegamento con la proposta di Elenita e a vederla come una valida alternativa alla sequenza ordinata proposta da Nicolò.*

Tabella di Nicolò

A sinistra	A destra
7	0
6	1
5	2
4	3
3	4
2	5
1	6
0	7

Hanno più difficoltà a completare la tabella proposta da Elenita, in particolare nel trovare un ordine per indicare le coppie che poi dovranno “scambiare di posto”; dopo le prime due coppie (7-0 e 0-7) si bloccano e iniziano a proporre coppie di numeri a caso. Gaia suggerisce le coppie 6-1 e 1-6.

Tabella di Elenita

A sinistra	A destra
7	0
0	7

I: Perché Gaia vuoi mettere 1-6? Prova a spiegare perché proprio questa coppia ti sembra che vada bene ora...

Gaia non riesce a rispondere; indica la tabella ma non riesce a verbalizzare la risposta.

I: Va bene se metto 5-2?

A (Matteo): No

I: Perché no Matteo? Perché va bene 6-1 e non 5-2?

A (Matteo): Perché devi continuare...

I: Prova a spiegarti meglio... continuare cosa?

Non riesce a rispondere.

A (Gaia): Salti un quadretto e continui così è in ordine.

I: Dove salti un quadretto?

Gaia indica la coppia 7-0 nella riga della tabella, salta la seconda riga con la coppia 0-7 e indica la terza dove vuole scrivere 6-1.

A (Gaia): Salto un posto e continuo in ordine dopo 7-0.

Scrivo nella terza riga 6-1.

I: E ora cosa scriveresti?

A (Gaia): 1-6 perché li scambio.

I: Brava... bambini, Gaia ha detto che anche qui ci può essere un ordine se saltiamo una riga... **proviamo a evidenziare le righe dove abbiamo scritto le coppie in ordine.**²⁷

²⁷ L'esplorazione è molto interessante, e la discussione e le argomentazioni sono ben guidate.

A sinistra	A destra
7	8
0	7
6	1
1	6

I: Paolo tu cosa scriveresti ora?

A (Paolo): 5-2 e poi li cambio di posto cioè... li incrocio e scrivo 2-5.

I bambini indicano a voce alta le coppie e io le scrivo sotto dettatura; utilizzano l'ordine suggerito da Gaia, saltando un quadretto. Alla fine chiedo loro di osservare le due tabelle e di dirmi quello che vedono, se ci sono differenze.

A (Francesco): **Quella di Nicolò è una sequenza ordinata**²⁸.

A (Eleonora): Anche l'altra è ordinata basta saltare un quadretto.

A (Elenita): Ho notato che anche nella tabella di Nicolò c'è il contrario (*intende 4-3 e 3-4*).

A (Kuba): Nella tabella di Elenita si possono fare tante X, le croci tra i numeri... te le faccio vedere?

Si avvicina alla lavagna e segna delle frecce tra i numeri di due coppie vicine.

I: È vero Kuba, si possono fare delle X, hai proprio ragione.

A (Rossella): **Nella tabella di Nicolò nella prima colonna ho notato che i numeri scendono e nell'altra colonna i numeri salgono**²⁹.

I: È vero anche questo, i numeri qui diventano sempre più piccoli... quanti passetti fanno ogni volta per andare da un gradino all'altro?

A (Rossella): Da 7 a 6 fanno un gradino... e anche dopo...

I: È vero... e poi?

A (Paolo): Anche per salire ogni volta fanno un gradino fino a 7... guarda prima c'è 1 poi 2, 3, 4, 5 e 6.

I: Va bene, possiamo finire qua, siete stati bravissimi, avete trovato due trucchetti molto belli, tutti e due giusti, scegliete voi quale usare per completare la tabella per casa.

²⁸ *Caspita che padronanza di linguaggio!*

²⁹ *Ma sono splendidi! Congratulazioni all'insegnante.*