

12 gennaio 2018

1

**Commenti** *Insegnante di classe*

**Commenti** *Giancarlo Navarra*

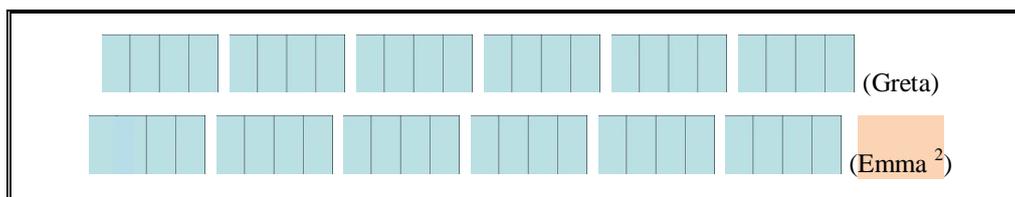
**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La classe 3A è composta da 22 alunni, 12 femmine e 10 maschi. Sono presenti due alunni B.E.S. di lingua araba e spagnola. Gli alunni sono vivaci e, a parte un piccolo gruppo, partecipano volentieri alle argomentazioni.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:** Si tratta di un problema di realtà. Giorni addietro Marta ha festeggiato il compleanno ed è avanzato un pacchetto contenente sei grossi biscotti. Si è quindi presentato il problema di come fare affinché ciascuno potesse mangiarne in parti uguali.

**IL PROBLEMA:**

Nella classe 3A è avanzato dal compleanno di Marta un pacchetto di 6 grandi biscotti. La maestra vuole darne in quantità uguale ai suoi 22 alunni. Come può fare?

1. Andrea P: Dividerli in quattro.
2. I: Siete tutti d'accordo?
3. Coro: No...
4. Nina: Io li dividerei in tre.
5. Greta: Io taglierei a quattro e quelli che rimangono fuori li darei alla maestra.
6. Emma: Uno lo devi tagliare a metà e l'altra parte in due pezzi e tutti gli altri invece a quattro.<sup>1</sup>
7. I: Diciamolo meglio: cinque li dividere in quattro, e uno invece lo taglierei a metà e una metà la dividere in due.
8. Christian: Dividerli in quattro e quello che avanza darlo alle bidelle.
9. *L'insegnante invita a disegnare la prima ipotesi sul quaderno e alla lavagna. I bambini disegnano sei biscotti e dividono ciascuno in quattro parti uguali.*



10. *L'insegnante chiede ad Emma di motivare il suo ragionamento.*
11. Emma: Perché così avevamo 22 pezzi uguali, tranne uno tipo da dare alla maestra.
12. *La maestra disegna sei cerchi alla lavagna (biscotti) e chiede ad Andrea P. in che modo procedere.*
13. Andrea P: Devi dividere i biscotti.
14. *L'insegnante divide i biscotti secondo delle righe orizzontali all'esterno dei medesimi.*
15. Coro: No!
16. I: Allora cosa devo fare?
17. Andrea P: Facci una croce.
18. *L'insegnante fa una croce che tocca tutti e sei i biscotti.*
19. Coro: No!
20. Andrea P: La devi fare in mezzo al biscotto.
21. *L'insegnante stimola gli alunni ad usare le parole appropriate: UNO, CIASCUNO, OGNUNO, insistendo sulla differenza tra i biscotti e ogni biscotto.<sup>3</sup> Dopo alcuni minuti di discussione, la maestra divide in maniera giusta i biscotti disegnati alla lavagna (ciascuno in quattro parti uguali). Successivamente, l'insegnante invita i bambini a contare i pezzi scaturiti dalla divisione.*
22. Coro: 24!
23. I: Bravi! Come avete fatto?

<sup>1</sup> Sono rimasta positivamente sorpresa dalla velocità con cui Emma ha intravisto la soluzione più efficiente al problema posto. È necessario comunque lavorare su un corretto modo di argomentare. Interverrò sul tema 'argomentare' attraverso successivi commenti.

<sup>2</sup> Ho aggiunto nel disegno la proposta di Emma, anche se la classe non l'ha riportata alla lavagna, perché mi sembra più chiaro che i lettori possano visualizzare entrambe le proposte.

<sup>3</sup> Mi sono prolungata molto in esempi e spiegazioni che portassero i bambini a comprendere veramente questa differenza. La faccio spesso e l'ho fatta anche negli anni precedenti ma sembra molto difficile da assimilare.

24. Coro: La tabellina del 4! <sup>4</sup>
25. L'insegnante a questo punto chiede come questo ragionamento si possa tradurre con un'operazione matematica.
26. Viola: Per.
27. I: Non è un'operazione. <sup>5</sup>
28. Viola: Quattro per sei.
29. I: Abbiamo 24 pezzi... Allora...
30. Diego: ... ne avanzano due. <sup>6</sup>
31. I: Spiega meglio, sei già arrivato al risultato. <sup>7</sup>
32. Diego: Noi siamo 22, e per arrivare a 24 c'è due.
33. L'insegnante chiede di trovare l'operazione che giustifica il risultato. <sup>8</sup> Francesco ripete con altre parole ciò che ha detto Diego. L'insegnante ribadisce la domanda. Elisa ripete la definizione. L'insegnante ribadisce ulteriormente la domanda.
34. Silvia: Quella del 2... La tabellina del 2...
35. Emma: 4 meno 2...
36. Andrea P.: 1 più 1... fa 2.

<sup>4</sup> Riprendo l'importante riferimento dell'insegnante, fatto alla fine del suo primo commento, a proposito del 'corretto modo di commentare'. La domanda "Come avete fatto?" dovrebbe ricevere risposte più compiute rispetto ad un semplice "La tabellina del quattro". Una frase come questa, che possiamo definire 'gergale', non risponde in modo compiuto alla domanda ma esprime la sintesi di un concetto molto più articolato e difficile da esprimere. Questo 'slittamento verso il basso' deriva da un contratto implicitamente condiviso fra docente e alunni: l'insegnante sa bene come i concetti – in qualsiasi ambito, a maggior ragione in quello matematico – siano complessi da esprimere per i bambini, accetta le poche parole che le fanno intuire una probabile vicinanza alla comprensione, tollera la povertà espressiva e ricostruisce dentro di sé la compiutezza del ragionamento che rimane però opaco alla classe. La questione allora è: l'alunno (in questo caso il 'coro') ha argomentato? La risposta è evidentemente negativa, pur conoscendo bene le difficoltà che gli insegnanti incontrano per far esprimere gli alunni in un modo soddisfacente. Ritengo che le voci [argomentare](#) e [discussione collettiva](#) e le [FAQ didattiche](#) nel sito del progetto ArAl forniscano elementi di riflessione in questo senso. Propongo quindi di non accettare risposte come queste ma di richiedere, attraverso opportune domande – meglio se [ad personam](#) - risposte pur semplici ma che esprimano, in modo meno schematico, il senso di ciò che l'alunno ha fatto, per esempio: "Ho usato la tabellina del 4", oppure "Ho contato tutti i pezzi", oppure "Le parti di un biscotto sono 4 e le ho moltiplicate per 6".

<sup>5</sup> Viola (26) si esprime con il monosillabo "Per". L'insegnante (27) lo accetta e osserva "Non è un'operazione"; il messaggio che la classe percepisce è: "Io capisco che tu dicendo 'per' intendi la moltiplicazione, ma la parola che usi si riferisce semplicemente al nome del simbolo, dimmi l'operazione". Sarebbe stato meglio chiedere "Puoi spiegare meglio cosa intendi dire con 'Per'?".

<sup>6</sup> Mi capita spesso che alcuni alunni, i più intuitivi, trovino una possibile soluzione ad una situazione problematica ma poi non riescano a descriversi il percorso logico che li ha fatti arrivare a quel punto. In questo caso Diego non è riuscito a spiegarmi da dove provenisse quel 2. È vero: spesso sono proprio gli alunni abituati a sentirsi premiati dalla famiglia e dalla scuola per le loro intuizioni che si trovano più a disagio con l'argomentazione perché, attribuendo importanza soprattutto alle prestazioni e al risultato, non capiscono come mai debbano anche argomentare. Il modo migliore per superare questo ostacolo è riflettere assieme alla classe sull'importanza del linguaggio in relazione alla [costruzione sociale della conoscenza](#).

<sup>7</sup> L'insegnante invita Diego a spiegarsi meglio e allo stesso tempo lo rassicura dicendogli che sa che lui ha già capito. Ma a cosa si riferisce quando parla di 'risultato'? In questo modo accentua l'aspetto [procedurale](#) dell'attività enfatizzando l'idea del [prodotto rispetto a quella del processo](#). '2' non è un risultato, come non lo è '4 per 6'. La reale difficoltà per gli alunni sta proprio nell'organizzare la descrizione del processo, per esempio: "Ho diviso ogni biscotto in quattro parti, e siccome i biscotti sono sei, ci sono 24 pezzi. Noi in classe siamo 22 quindi, dopo aver distribuito un pezzo ad ogni bambino, rimangono 2 pezzi". Questa è un'argomentazione che rende trasparente a tutti (anche ai compagni che non hanno ancora le idee chiare) il pensiero del suo autore. Frammenti pur vagamente corretti come "La tabellina del 4" (24), "Per" (26), "Quattro per sei" (28), "Ne avanzano due" (30) e il successivo "Noi siamo 22, e per arrivare a 24 c'è 2" (32) non lo sono. Questo è un punto chiave per costruire, attraverso l'attenzione costante al linguaggio, le competenze di base per una graduale costruzione del pensiero algebrico. Suggesto la lettura del costruito [Devoluzione](#).

<sup>8</sup> Per impostare la propria attività in una prospettiva prealgebrica è necessario che l'insegnante sposti l'attenzione dal piano procedurale (operazione-risultato) ad un piano più alto in cui chiede agli alunni di argomentare il processo (mi riferisco alla frase che ho scritto nel commento precedente "Ho diviso ogni biscotto in quattro parti ecc. "). Il passo successivo consisterebbe nel chiedere [cos'è](#) il numero dei biscotti distribuiti agli alunni, e questo avvicinerrebbe gli alunni al pensiero [relazionale](#); una risposta potrebbe essere "Il numero dei biscotti distribuiti agli alunni è la differenza fra il numero totale dei pezzi nei quali sono stati divisi i biscotti (24) e il numero dei pezzi rimasti (2)".

37. Alessandro: 24 meno 22.<sup>9</sup>
38. La maestra invita gli alunni a costruire una situazione problematica *argomentando l'esperienza appena compiuta. Silenzio.*<sup>10</sup> La maestra si propone di iniziare il problema.
39. Greta: In una classe c'è un pacchetto di biscotti. I bambini vorrebbero i biscotti, ma la maestra vede che sono 6 e i bambini 22, e si chiede come fare. I bambini dicono delle soluzioni. Poi un bambino dice se provano a dividere in quattro i biscotti e poi vede che sono 24. Ma 24 sono più di 22; quindi la maestra dà a ogni bambino un biscotto e due rimangono fuori. Uno lo dà alla maestra e uno lo dà alla bidella.
40. L'insegnante pone l'attenzione sulla frase "la maestra dà a ogni bambino un biscotto" e stimola i commenti, chiedendo se gli alunni concordano.
41. Coro: Un quarto di biscotto.
42. Diego: Posso dire una cosa, ma nel problema della Greta non c'è la domanda!<sup>11</sup>
43. Coro: C'era!
44. L'insegnante invita a riflettere su questo argomento ma nessuno argomenta. Ci prova Diego.
45. Diego: In una classe c'è un pacchetto di biscotti. In questi pacchetto di biscotti ce ne sono 6. I bambini sono 22.
46. Diego si blocca.
47. Viola: Quanti biscotti dovrà dare la maestra a ciascun bambino?
48. Agnese: Perché sono sei.
49. Coro: No, quanti quarti.
50. Asia: In una classe c'è un pacchetto di biscotti in cui dentro ce ne sono 6 e ogni bambino ne vorrebbe uno. Ma non bastano. I bambini dicono alla maestra se li può dividere in quattro. E andava bene solo che sono troppi i pezzetti di biscotto perché sono 24. Due li toglie e gli altri 22 li dà ai bambini.
51. Emma: In una classe c'erano 22 bambini e c'era un pacco di biscotti dove però ce n'erano sei. La maestra li voleva dare ai bambini però i bambini erano di più e si arrabbiavano perché erano golosi e li volevano interi e la maestra ha detto di no e li ha divisi: cinque in quattro e invece uno l'ha tagliato a metà e una metà l'ha tagliata in due e così 22 quarti li ha dati ai bambini e invece la metà se l'è mangiata lei.
52. Tommaso: In una classe c'è un pacchetto con 6 biscotti mentre i bambini sono 22 e tutti ne vorrebbero uno. La maestra vede che i biscotti sono troppo pochi ma i bambini si arrabbiano perché ne vogliono tutti uno. Quindi la maestra divide in quattro cinque biscotti mentre l'altro lo divide in tre perché i bambini sono 22 e l'altro lo mangia la maestra.
53. Bianca: In una classe ci sono sei biscotti e i bambini sono 22. Tutti i bambini vorrebbero un biscotto ma sono troppo pochi. Allora un bambino propone di dividerli in quattro, però i quarti sono 24. Allora la maestra li taglia in quattro 5 biscotti, e una metà la divide in due e una metà se la mangia lei.
54. Alessandro: In una classe c'è un pacchetto di biscotti e 22 bambini. Tutti i bambini vorrebbero un biscotto intero, ma la maestra dice che non bastano per tutti i biscotti. Allora un bambino dice "Facciamo qualche ipotesi su come li potremmo tagliare e disegniamolo alla lavagna". Un bambino dice di tagliarne 5 in quattro quarti e uno lo tagliamo in metà e 2 quarti. La maestra vede che i pezzi erano 22 senza la metà. Allora la metà se la mangia la maestra e i 22 quarti li dà ai bambini.
55. L'insegnante passa ad un'altra fase di lavoro poiché alcuni bambini non volevano i biscotti.<sup>12</sup>

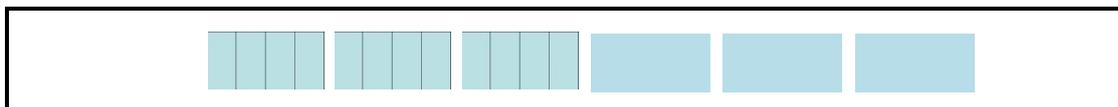
<sup>9</sup> A questo punto ho confuso i bambini ed ho notato che avevano perso di vista il problema e si preoccupavano di fornirmi delle operazioni il cui risultato fosse 2 indipendentemente dal contesto. Solo Alessandro è riuscito a trovare l'operazione giusta, ma non sono sicura che gli altri abbiano capito perché fosse tale. Credo che spiegazioni plausibili per le osservazioni dell'insegnante si trovino nei miei commenti precedenti.

<sup>10</sup> Ritengo che il silenzio sia la conseguenza del quadro didattico complessivo in cui si intersecano punti di vista opposti: domande, risposte, sollecitazioni dell'insegnante inducono risposte di tipo procedurale, mentre la richiesta che fa ora di *argomentare* l'esperienza compiuta si collocherebbe su quello relazionale. Uso il condizionale perché l'insegnante usa il termine 'argomentare' (38) ma in realtà chiede di 'raccontare', ed è quello che fa Greta (39).

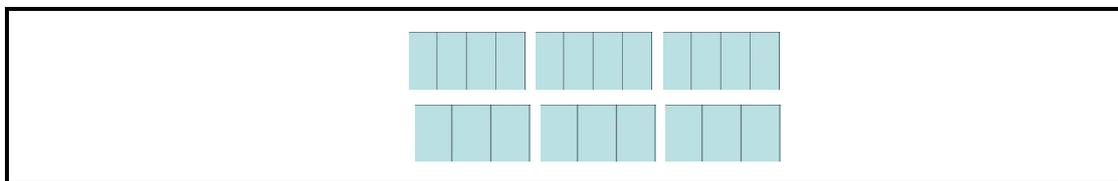
<sup>11</sup> Ho pensato che forniamo agli alunni degli stereotipi dei quali difficilmente si liberano, come quello che una domanda debba necessariamente contenere un punto interrogativo alla fine. È vero, e il progetto ArAl indica proprio una strada per superare questo stereotipo quando affronta la dualità *rappresentare o risolvere* una situazione problematica. Lo stereotipo nasce dalla tradizionale struttura dei *problemi verbali* tipici della didattica italiana, che terminano o con il punto di domanda ('Quanto? Quanti?) o con verbi come 'Calcola' o 'Trova'. Un'insegnante, fintantoché continua a proporre alla classe la prospettiva del risolvere (eseguire operazioni, fare calcoli, trovare risultati) inconsapevolmente consolida questo stereotipo. Se invece costruisce gradualmente nella classe la prospettiva del rappresentare allora contribuisce a smontarlo, perché porterebbe gli alunni a rappresentare in linguaggio matematico la situazione problematica devolvendo a *Brioshi* il compito di trovare il valore del numero sconosciuto (quello che, nell'altra prospettiva si chiamerebbe 'risultato').

<sup>12</sup> Alcune osservazioni sugli interventi 50-54. Prima di passare ad una fase successiva sarebbe stato opportuno che l'insegnante compisse due passi molto importanti: sul piano matematico, far riflettere su uguaglianze e disuguaglianze fra le parti in cui gli alunni dividono i biscotti sviluppando così l'approccio alle frazioni, com'è nei suoi obiettivi; sul

56. I: Alzi la mano chi non vuole il biscotto.  
 57. *I bambini che non vogliono il biscotto sono dieci.*  
 58. I: Come possiamo fare in questo caso?  
 59. Bianca: Io direi di dividere.  
 60. I: **Ma prima di dividere cosa dobbiamo fare?**<sup>13</sup>  
 61. Sofia: 22 meno 10.  
 62. I: **Bravissima. Cosa trovi facendo 22 meno 10?**<sup>14</sup>  
 63. Sofia: Noi siamo 22 e 10 bambini non vogliono i biscotti. Allora 22 meno 10 fa 12; 12 sono i bambini che vogliono il biscotto.  
 64. I: Allora come possiamo fare?  
 65. Marta: Tre biscotti li dividiamo in quattro parti.  
 66. *L'insegnante rappresenta quanto ha detto Marta alla lavagna. Chiede cosa accadrebbe in questa situazione.*



67. Christian: Avanzano tre biscotti e ogni bambino ha un quarto di biscotto.  
 68. *L'insegnante invita a offrire proposte alternative sottolineando che, in questo modo, avanzerebbero tre biscotti interi.*  
 69. Christian: Ogni biscotto lo puoi dividere in 2 parti.  
 70. Elisa: Dividi ogni biscotto che avanza lo dividi in 3 parti.  
 71. *L'insegnante invita i bambini a commentare la situazione rappresentata alla lavagna.*



72. Asia: **Facendo così i biscotti sono 12.**<sup>15</sup>  
 73. I: **Ma i biscotti non sono mai stati 12.**<sup>16</sup>  
 74. Asia: Sotto li hai divisi in 3 parti e fanno 9, 9 più 4 più 4 più 4 fanno 21. I pezzi sono di più dei bambini e quindi non va bene.  
 75. I: Però c'è un altro problema secondo me. Guardate quale può essere l'altro problema.  
 76. Bianca: I biscotti sotto sono 9, e arrivare a 12 ci manca 3, e quindi...  
 77. *L'insegnante riassume nuovamente la situazione rappresentata alla lavagna.*  
 78. Emma: Ho capito. Quando ci dai i biscotti ce li dai sempre uguali.  
 79. I: E quindi come si può fare?

*piano del metodo, guidare i bambini a separare la formulazione del problema dalla strategia seguita, che sono collegate nelle narrazioni 50-54. In questo modo, nel formulare il testo, gli alunni sarebbero diventati produttori di problemi, superando quindi il ruolo consueto di risolutori. Per esempio, in questo caso, un testo potrebbe essere: In una classe di 22 alunni c'è un pacchetto con 6 biscotti. I biscotti piacciono a tutti e la maestra vorrebbe fare in modo che non ci siano ingiustizie e che ogni bambino abbia una parte uguale a quella dei compagni. Come si potrebbe fare? Le strategie illustrate in 50-54, separate dal testo, andrebbero quindi espone e confrontate tra loro collettivamente per cercare di rispondere a questioni come: vanno tutte bene? Ce ne sono di più o meno 'furbe' ma sbagliate dal punto di vista matematico? Qualcuna di esse può essere definita corretta spiegando le ragioni di questa scelta?*

<sup>13</sup> *Suggerisco all'insegnante, di fronte a frasi così povere linguisticamente come quella di Bianca (59) di invitarla a riformulare il suo pensiero, anche per aiutare compagni che non abbiano capito: Cosa divide Bianca? Perché divide? Ancora una volta mi riferisco al principio di devoluzione: ogni alunno dovrebbe assumersi la responsabilità di costruire un'argomentazione chiara e completa, utile per sé e per gli altri.*

<sup>14</sup> *Sofia è 'bravissima' in che senso? Ha detto solo un'operazione, diversa oltretutto dalla precedente di Bianca (59). Il complimento fa intendere alla classe che Bianca ha sbagliato e Sofia no, e che quindi bisogna 'fare una sottrazione' ma non so quanto abbia realmente capito. Il punto di vista è ancora procedurale, gli alunni non argomentano. L'attività è molto interessante ma sarebbe bene che nella conduzione emergesse la prospettiva prealgebrica.*

<sup>15</sup> *Si evidenzia ancora una volta la difficoltà del distinguere il tutto dalla parte nella verbalizzazione.*

<sup>16</sup> *L'insegnante, anziché negare l'osservazione di Asia (72) avrebbe potuto chiederle di spiegare il suo ragionamento. È molto importante che gli alunni si abituino a capire da soli che sono essi stessi gli arbitri delle loro argomentazioni, e che non debbono attendere le sollecitazioni dell'insegnante per puntualizzarle (come fa Asia in 74).*

80. Emma: Li dividi per 2.
81. *L'insegnante divide ogni biscotto in due parti uguali e chiede quale operazione rappresenta la situazione.*
82. Asia: 2 per 6.
83. Christian: 22 meno 10.
84. Silvia: 9 più 3.
85. Alessandro: 12 diviso 6.<sup>17</sup>
86. *L'insegnante chiede nuovamente agli alunni di formalizzare un problema.*<sup>18</sup>
87. Emma: In una classe ci sono 22 bambini e i biscotti sono 6. La maestra chiede chi vuole i biscotti e chi non li vuole. Poi la maestra conta chi li vuole e chi non lo vuole. Poi ha visto che i bambini che li vogliono sono 12 e allora poi un bambino dice che si può fare con tutti e sei i biscotti. Un bambino dice che possiamo dividere a metà tutti i biscotti.
88. *Alla lavagna l'insegnante divide con una riga i tre biscotti disegnati nella parte superiore da tra biscotti disegnati nella parte inferiore.*
89. Emma: La metà... Ogni biscotto.
90. *La maestra ribadisce l'importanza di OGNI, CIASCUNO e OGNUNO.*
91. Coro: Ogni bambino ha avuto una metà.
92. Emma: Però posso dividere anche i biscotti di sotto in quattro parti e glieli do un altro giorno. Allora a ogni bambino gliene dai una metà.
93. *L'insegnante stimola la conversazione per far capire agli alunni l'equivalenza tra due quarti e un mezzo (i bambini non conoscono ancora le frazioni).*
94. I: Nel caso di Marta i bambini quanti biscotti hanno ricevuto?
95. Coro: Due quarti!
96. I: Nel caso di Christian i bambini quanti biscotti hanno ricevuto?
97. Coro: Un mezzo!
98. I: Che differenza c'è?
99. Elisa: Nessuna!
100. Emma: *In quello che ha detto Christian viene una metà, in quello che ha detto Marta viene una metà con i pezzi staccati.*<sup>19</sup>
101. *L'insegnante puntualizza nuovamente sull'equivalenza delle due frazioni, ponendo domande alla classe.*
102. I: Viola, vuoi due quarti o metà di questa bellissima torta alla nutella?
103. Viola: Metà.
104. Christian: Ma è la stessa cosa!
105. Coro: Maestra è lo stesso, non ci fregghi!
106. I: Ricordate: a volte due cose si chiamano con due nomi diversi, ma sono la stessa cosa. Secondo voi per fare una torta intera quante metà servono?
107. EMMA: Due metà!
108. I: E per fare un biscotto intero quanti quarti servono?
109. EMMA: Quattro quarti!
110. DIEGO: Maestra, c'è una cosa che non ti vorrei dire ma ci sta bene. Fa ridere.
111. I: Dimmi.
112. Diego: *Quando abbiamo finito di fare questo, possiamo mangiarceli davvero i biscotti?!*<sup>20</sup>
113. I: Certo! L'ho fatto apposta!!! Però preferivo quella del 22, così mangiavo mezzo biscotto anch'io!
114. <sup>21</sup>

<sup>17</sup> Qui i bambini ricadono nell'equivoco che segnalato nel mio commento 9.

<sup>18</sup> Non è chiaro cosa intenda l'insegnante con 'formalizzare'. La formalizzazione riguarda la rappresentazione di una situazione problematica in linguaggio matematico. Visto ciò che dice Emma (87), chiede piuttosto di 'descrivere'.

<sup>19</sup> Mi sento soddisfatta, considerando anche che non abbiamo affrontato lo studio delle frazioni.

<sup>20</sup> Diego mi ha fatto sorridere, è bello associare alla matematica tutta la dolcezza che merita! L'attività è durata circa un'ora e mezzo, il tempo è passato velocemente e, alla fine, i bambini hanno detto: "Ma è suonata?"

<sup>21</sup> È stata un'esperienza molto gradevole; i bambini hanno partecipato con entusiasmo e sono scaturiti degli spunti che non avrei immaginato. Il problema sta nel coinvolgere anche "i silenziosi". Ritengo che siano conseguenze dell'impostazione generale che ho commentato più volte. I bambini pensano sempre che l'insegnante chieda loro quali operazioni compiono; devono uscire da questo stereotipo altrimenti rischiano di costruirsi delle misconcezioni durature nel tempo e sempre più difficili da superare. La dualità rappresentare/risolvere è uno dei punti chiave per impostare l'attività didattica nella direzione dell'early algebra. In conclusione, l'insegnante ha guidato la classe nell'esplorazione di un'attività molto stimolante rimanendo però ancora troppo legata a concezioni e metodi tipici della consueta didattica dell'aritmetica.