

Progetto ArAl	1	Alla scoperta dell'uguaglianza									
---------------	---	--------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tortona (AL) Sarezzano	M	1	2	3	4	5	1	2	3	Anna Traverso, Alessandra Greco
------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---------------------------------

21 febbraio 2008

attività svolta autonomamente dall'insegnante

1 (uso del registratore)

Commenti Traverso, Greco (insegnanti della classe)

Commenti Navarra (insegnante ricercatore, tutor)

Commenti Gherpelli (insegnante ricercatore)

#### La classe

La classe è composta da 16 alunni di cui 9 femmine e 7 maschi.

La maggior parte di essi è abituata fin dalla scuola dell'infanzia alle discussioni del "tempo del cerchio", ed è solitamente il tempo del cerchio ad aprire le nostre giornate scolastiche. In questo caso la novità consiste nella registrazione degli interventi. Per la verità avevamo effettuato una prova di registrazione in una lezione precedente. Abbiamo verificato in quell'occasione che i bambini erano molto incuriositi, più invogliati ad esprimere il proprio pensiero e a rispettare il turno nella conversazione, molto divertiti nel riascoltare la propria voce.

Al momento della registrazione i bambini sanno confrontare e ordinare numeri ad una cifra, conoscono l'uso dei segni ">, <, =", hanno da poco incominciato a rappresentare in forma matematica semplici problemi di tipo additivo.

#### Note utili alla comprensione del diario

La prima parte della discussione fa riferimento ad una situazione di tipo additivo tratta dal testo "Gatto più gatto meno, problemi di gattematica", Nicola Milano Editore (il testo è una raccolta di problemi aritmetici, inseriti in un contesto fantastico, con alcuni personaggi ricorrenti: una strega, 12 gatti, una famiglia di fantasmi). La seconda parte della discussione chiama in causa lo "squalo Mangianumeri", un pesce di stoffa la cui bocca ricorda la forma dei simboli  $>$  e  $<$ . Nel gioco didattico lo squalo è golosissimo di numeri, soprattutto di numeri grandi; se si imbatte in due numeri differenti, spalanca la bocca per mangiarsi il più grande dei due; quando invece i numeri sono uguali, resta con la bocca chiusa (la forma della bocca chiusa ricorda il segno  $=$ ), senza mangiarne nessuno.

1

I: Continuiamo le nostre discussioni matematiche. Dunque, vi ricordate la storiella dei fantasmi che abbiamo fatto l'altro giorno?

C: Sì

I: Vediamo chi la ricorda.

A: Io non me la ricordo

I: Chi la ricorda? Ines? Vediamo. Ha alzato la mano Ines.

A (Ines): Dei fantasmi, che ci sono 7 fantasmi, una famiglia, in una torre più alta del castello della strega e di notte vanno a spaventare le altre case... dall'altra gente.

I: Ines ha detto che nella torre più alta del castello ci sono sette fantasmi. Come abbiamo fatto a scoprire che erano sette questi fantasmi?

G: Con il più<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Una prima riflessione su questo squalo che non mi piace: l'accostamento del segno  $>$  alla bocca aperta di uno squalo è condivisibile e spesso ripreso anche alla scuola media inferiore, ma il senso che viene dato a  $7 > 5$  è il numero grande apre la bocca per mangiare il piccolo, in questo modo si dà un senso alla relazione " $>$ " tra due numeri. Lo squalo è come se opacizzasse la relazione, in un certo senso elimina la relazione mangiando uno dei numeri. Premessa a tutte le mie osservazioni: non ho competenze specifiche nell'ambito della scuola elementare, soprattutto relative a classi prime, sono tuttavia consapevole che il ricorso al gioco, alla metafora sia una prassi.

<sup>2</sup> È opportuno abituare i bambini fin dalla prima classe a distinguere il nome dell'operazione da quello del simbolo usato per rappresentare la relazione (additiva o moltiplicativa) fra i due numeri. Succede ancora (forse meno di qualche anno fa) di sentire alunni di quarta o quinta parlare di 'la più', 'la meno', 'la per', 'la diviso'.

È vero, ma considera che, al momento della registrazione, il segno di addizione era appena stato introdotto. I bambini non avevano ancora acquisito dimestichezza con la scrittura di relazioni additive (era forse la seconda volta che si trovavano a registrare un calcolo di addizione). Questo tra l'altro può spiegare il fatto che la rappresentazione matematica della situazione impieghi un certo tempo a riemergere durante la discussione.

Trattandosi dunque di bambini ancora molto inesperti sugli oggetti in questione, non pensi si possa concedere loro un pochino di "balbettio aritmetico"? In generale concordo con te che sia buona cosa arrivare presto all'uso di una terminologia corretta. Sto dalla parte dell'insegnante!

Altra questione: è sorto il dubbio che possa essere prematuro condurre i bambini a ragionare sul significato relazionale dell'uguale mentre ancora stanno costruendo il concetto aritmetico di addizione. Di questo abbiamo parlato nel gruppo dei docenti di matematica e qualcuno notava che nel Progetto ArAl l'attività sull'uguaglianza

A (Fabio): Con il più.

I: Abbiamo utilizzato il segno più quando lo abbiamo scritto alla lavagna. Abbiamo voluto raccontare la storia con i numeri e con i segni della matematica. Ma... e come mai? Quali numeri abbiamo dovuto... (*parole indistinte*) Nessuno ricorda i personaggi di questa storia?

A (Beatrice): Sì

I: Bea se li ricorda? Abbiamo usato il segno più per unire insieme dei numeri, vero?<sup>3</sup>

A (Bea): Due, quattro e uno.

I: Sì, due erano... ?

A (Bea): I genitori.

I: C'erano due genitori in questa famiglia, e poi?

A (Bea): Quattro figli e un nonno.

I: Quattro figli e un nonno. E per rappresentare questa storia con i numeri e con i segni della matematica, e per scoprire quanti erano in tutto i componenti della famiglia dei fantasmi, cosa abbiamo scritto, Betti?

*Interruzione a causa di Lorenzo e Matteo Fa<sup>4</sup>.*

I: Vi ho chiesto se vi ricordate in che modo noi abbiamo rappresentato con i numeri e con i segni della matematica (Fabio diceva con il più) questa storia. Il fatto che ci sono un papà e una mamma - due genitori - quattro bambini e un nonno e che tutti insieme formano una famiglia di sette fantasmi. Come lo abbiamo rappresentato? Siccome Ines e Fabio hanno già parlato e anche Bea, mi piacerebbe che lo dicesse un altro bambino.<sup>5</sup>

A (Matteo D.): Prima abbiamo fatto un disegno sui fantasmi.

I: E che cosa hai messo nel tuo disegno?

A (Matteo D.): Dei fantasmi che andavano di notte a fare un giro a spaventare dentro delle case.<sup>6</sup>

I: E quanti erano questi fantasmi?

A (Matteo D.): Sette

I: Erano sette. E poi non lo abbiamo anche scritto con i numeri e con i segni?

G: Sì

I: Che cosa abbiamo scritto? Matteo, tu te lo ricordi? Tu lo ricordi, Betti? E tu... ? *Beatrice alza la mano.* Bea se lo ricorda, ma ha già parlato. Fabio ha già parlato. Vediamo se lo ricorda Matteo R.?

A (Matteo R.): L'abbiamo fatto con i segni più.

I: Ma che numeri abbiamo messo?

A (Matteo R.): Abbiamo messo due più quattro...

*Matteo è incerto, interviene in aiuto un compagno.*

A (Matteo Fa.): Due più quattro più uno uguale sette.

I: Due più quattro più uno uguale sette. Abbiamo scritto così. Vediamo un po', Matteo puoi scrivere alla lavagna quello che hai detto adesso?

*Matteo Fa. va alla lavagna e scrive:*

$$2 + 4 + 1 = 7$$

I: Bene, adesso vi chiedo... Questo è un modo per dire con il linguaggio della matematica, cioè con i numeri e con i segni, che c'erano due genitori, quattro figli e un nonno e che tutti insieme formavano sette fantasmi, una famiglia di sette fantasmi, d'accordo? Ora faccio un'altra domanda?... Cosa c'è?

*Fabio sembra offeso, dice qualcosa molto sottovoce.*

I: Volevi dire i personaggi? Quello che ho detto io? Ti ho tolto le parole di bocca? Oh, santo cielo!

A (Matteo R.) Anche a me!

I: Anche a te ho tolto le parole di bocca? Mi dispiace. Accidenti! Adesso però vi faccio un'altra domanda e così qualcuno può dire...

A (Fabio): Non me li hai fatti dire a me i personaggi.

I: E va bene! Allora dilli.

A (Fabio): La strega Pasticcia, i dodici gatti e i sette fantasmi.

*(le mascherine) è consigliata per la seconda classe. Dai diari che ci hai inviato, mi pare tuttavia sia stata realizzata con successo già dalla prima.*

<sup>3</sup> Avrei detto "abbiamo usato, scritto, il segno + per far capire a tutti che volevamo unire dei numeri".

<sup>4</sup> Lorenzo è irrequieto, non riesce a stare seduto in cerchio a gambe incrociate, si muove continuamente.

<sup>5</sup> Ho cercato di immaginare la situazione, forse i bambini hanno rappresentato con tre disegni (tipo Venn) i genitori, i figli e il nonno ma quando si passa al conteggio dei fantasmi,  $2+4+1$ , si supera lo "specifico" delle tre categorie (genitore, figlio, nonno) per passare alla categoria 'fantasma', solo così possiamo esprimere  $2+4+1$  con un solo numero 7, credo che si debba porre molta attenzione a questo passaggio.

<sup>6</sup> Evidente interferenza affettiva: M. non sembra minimamente interessato all'aspetto matematico della storia; ricorda soprattutto gli elementi narrativi e fantastici.

I: Tutti i personaggi della Gattematica! Sì, è vero. Potremmo allora fare una volta un bel conto e scoprire quanti sono tutti insieme, ma non lo facciamo ora. Adesso invece vi chiedo una cosa...<sup>7</sup>

I: Ascoltate la domanda che vi faccio ora. Abbiamo scritto  $2+4+1$  e poi abbiamo scritto il segno di uguale. Cosa vuol dire il segno di uguale?<sup>8</sup>

A (Fabio): Vuol dire cosa significa.

I: Cioè?

A (Fabio): Non sanno che cos'è, ma poi mettono l'uguale così contano e poi mettono l'uguale, così loro capiscono... non lo sanno e mettono sette e quindi l'hanno capito con l'uguale.<sup>9</sup>

I: Allora, con l'uguale...

*Voci in sottofondo, si distingue un ventuno. Alcuni stanno ancora verificando il conto relativo ai personaggi della Gattematica.*

A (Fabio): Lo fanno diventare... perché... lo fanno diventare...

I: Con l'uguale quei numeri "si fanno diventare" sette?

A (Fabio): Sì

A (Ines): Lo dico (*il sette*) contando i numeri, facendo il più si capisce, ma dopo... se c'è un numero... e dopo metti l'uguale, con l'uguale capisci quanti sono in tutto perché se metti due, quattro e uno non si capisce<sup>10</sup>.

*Lorenzo sta protestando perché vuole intervenire*

I: Hai sentito, Lorenzo la mia domanda? Io voglio che tu risponda a questa domanda "Come mai abbiamo usato il segno di uguale?" Hai sentito che cosa hanno detto Fabio e Ines? Allora rispondi a questa domanda?<sup>11</sup>

A (Lorenzo): I fantasmi vanno di notte perché di giorno si vedono, perché c'è la luce.

I: Ho capito. Ma è una risposta alla domanda che io ho fatto? Perché abbiamo usato il segno di uguale? È una risposta alla mia domanda quello che tu hai detto?

C: No

I: Lori?

*Lorenzo tace*

I: Ci devi pensare? Lo sai che non è una risposta alla mia domanda, no?

*Matteo alza la mano*

I: Matteo.

A (Matteo R.): Che abbiamo usato il segno più per capire i numeri.

I: Per capire i numeri. È la parola giusta? Beh, i numeri li sapevamo; c'era un due, un quattro e un uno. Il segno più lo abbiamo usato per fare che cosa?

A (Beatrice): Per fare la somma di quanti erano i fantasmi.<sup>12</sup>

I: Per fare la somma. E il segno di uguale perché l'abbiamo usato? Sentiamo un po'.

A (Matteo R.): Perché... abbiamo dovuto fare questa cosa qui di mettere l'uguale per mettere anche il sette.

I: Per mettere anche il sette abbiamo dovuto mettere il segno di uguale, dice Matteo. Qualcun altro ha delle altre idee? Nessun altro?

A (Fabio): Quando metti l'uguale vuol dire che bisogna... tutti insieme diventano uguali... insieme... uguali vuol dire: si mettono insieme così diventano uguali a sette.<sup>13</sup>

<sup>7</sup> *Errore di I che ha contribuito a creare un distrattore rispetto all'obiettivo della discussione, cioè condurre i bambini a ragionare sul significato dell'uguale. Fabio infatti interrompe ancora una volta per dire che i personaggi in tutto sono venti. I promette che in un altro momento si potrà utilizzare la sua scoperta per scrivere un problema sui personaggi della Gattematica.*

<sup>8</sup> *Avrei cercato di sollecitare la classe sul significato della parola nel linguaggio comune (probabilmente è già stato fatto dall'insegnante!).*

<sup>9</sup> *Modo personalissimo di usare la forma impersonale. Mi piace quello che dice Fabio, se leggo  $2+4+1$  non sanno cos'è, ma se metto  $2+4+1=$  mi aspetto qualcosa, dopo l'uguale, che mi dica cosa rappresenta  $2+4+1$  cioè il numero 7; la scrittura  $2+4+1=$  è come una domanda in attesa di risposta, la domanda posta da I era quanti sono i fantasmi, la risposta è (dopo la conta) 'sono 7'. Questo mi pare un atteggiamento assolutamente corretto, in questa fase di approccio ai numeri, alle operazioni aritmetiche, mi sembrerebbe controproducente, o per lo meno un forte distrattore, puntare più sulla rappresentazione opacizzando l'aspetto procedurale. Il problema della accettazione (da parte dello studente e non solo) di più rappresentazioni di uno stesso numero è enorme e, a mio avviso, va affrontato presto ma anche con molta gradualità, soprattutto giustificando la scelta di una rappresentazione, per es.  $22 - 12 = 22 - 2 - 10 = 20 - 10 = 10$ .*

<sup>10</sup> *La classe ha cominciato da poco a lavorare sull'addizione e già sembra essersi radicato il significato procedurale dell'uguale. Inevitabile. L'ambiente stesso esterno alla scuola spinge in questa direzione, puntando al risultato di un calcolo. Normale! I bambini stanno rispondendo alla domanda sul numero dei fantasmi e la risposta già condivisa è 7, non mi risulta che nell'ambito dell'attività "squalo" si sia posta l'attenzione su uguaglianze del tipo  $2+4+1=4+2+1=3+2+2=...$*

<sup>11</sup> *L'atteggiamento di I mi sembra un po' sopra le righe!*

<sup>12</sup> *Come Ines.*

Ines alza la mano.

I: Cosa ti è venuto in mente, Ines?

A (Ines): Se facciamo la somma, dopo li contiamo, viene fuori sette<sup>14</sup>. Dobbiamo mettere quel pezzo di uguale perché se no non capiamo i numeri che abbiamo contato.

I: Non si capisce da dove viene fuori il sette?

A (Ines): Sì, perché dobbiamo contare, fare la somma, mettere uguale e mettere sette.

I: Bene. Tutti quanti avete detto in modo diverso più o meno la stessa cosa<sup>15</sup>.

A (Betti): Io non ho detto niente.

I: Non hai detto niente? Allora chiedo a te questa cosa: quando abbiamo imparato ad usare il segno di uguale, cosa faceva lo squalo Mangianumeri? Noi abbiamo imparato il segno di uguale osservando lo squalo Mangianumeri che...

A (Betti): Che tiene la bocca chiusa.

I: Che tiene la bocca chiusa. Non si mangia nessun numero, perché?<sup>16</sup>

A (Matteo R.): Perché sono uguali.

A (Lorenzo) (riferendosi alla situazione dei sette fantasmi): Non mangia neanche il due, neanche l'uno, neanche il quattro e mangia solo il sette<sup>17</sup>.

Proteste di alcuni bambini che non hanno ancora parlato. Breve interruzione.

I: Allora, Matteo ha detto poco fa: lo squalo Mangianumeri tiene la bocca chiusa quando vede due numeri uguali, perché...

G: Non si decide.

I: Non sa decidersi, non sa quale numero mangiare. Guarda a destra e vede un numero, guarda a sinistra e vede sempre lo stesso numero e allora...

G: Gli gira la testa.

I: Gli gira la testa e rimane lì un po' incantato con la bocca chiusa.

A (Betti): Li mangia tutti e due!

<sup>13</sup> Mi sembra che Fabio esprima un embrione di equivalenza fra le rappresentazioni di due quantità uguali, che pone in secondo piano l'aspetto del calcolo e del risultato. Lui immagina questi fantasmini che, mettendosi assieme (si potrebbe dire: in forma non canonica), danno vita ad una identità profondamente diversa, Non direi, l'identità è la stessa, è la sua rappresentazione che cambia, generando una immagine, 'compatta', unitaria (una forma canonica). L'intuizione è molto forte e suggestiva. In termini generali, suggerirei di non trascurare queste microsituazioni 'magiche' che, per la loro forza evocativa, possono ispirare qualche compagno; anzi, di invitare l'alunno che dà loro avvio a precisare il suo pensiero. Spesso infatti gli insegnanti hanno il loro obiettivo in mente, non prestano particolare attenzione a quegli interventi che sembra distoglierli dal suo raggiungimento e passano la parola a qualche altro alunno, magari più 'allineato'. Credo invece che essi debbano affinare la loro sensibilità per giostrare, durante la discussione, fra l'obiettivo (chiaro per la maggior parte della discussione solo a loro) e la ricchezza di interventi che forniscono contributi ingenui, spesso molto fragili, ma allo stesso tempo virtualmente potenti perché possono contribuire, con la loro leggerezza, alla costruzione di una conoscenza comune.

<sup>14</sup> Ines, per esempio, risposta l'attenzione verso un più 'ortodosso' punto di vista procedurale: 'faccio la somma' e 'vien fuori'. Bisognerebbe lavorare molto – in modo diffuso, graduale – su queste così sfumate e 'nascoste' opposizioni di punti di vista.

<sup>15</sup> Non proprio, per le ragioni esposte nei Commenti precedenti.

Riguardo alle note 7, 8, 9. Proprio non ho colto la diversa qualità degli interventi di Fabio e di Ines. Probabilmente sono stata fuorviata da un precedente intervento di Fabio (nota 5 nel testo) che mi pare richiami invece il significato procedurale dell'uguale ("... mettono l'uguale così contano... così loro capiscono... non lo sanno e mettono sette e quindi l'hanno capito con l'uguale"). Dalle sue parole sembra anzi che proprio grazie all'uguale quella somma possa diventare sette, quasi che l'uguale abbia il potere di un mezzo magico. Ancora influenzata da questo tentativo di spiegazione, ho interpretato il suo secondo intervento, che, riletto alla luce del tuo commento, davvero sembra palesare un'evoluzione nel suo pensiero ("uguali vuol dire... si mettono insieme così diventano uguali a sette"), come un desiderio di ribadire l'idea espressa in precedenza. Accidenti! Hai proprio ragione. Bisogna affinare moltissimo la capacità di cogliere anche le più piccole sfumature di significato nelle parole dei bambini. Dopo anni di discussioni condotte nelle classi pensavo di cavarmela meglio.

Subito dopo ho passato la parola ad Ines, ma non perché volessi o mi aspettassi un intervento – uso le tue parole – "più allineato", di cui non c'era nessun bisogno per far progredire la discussione; semplicemente Ines aveva chiesto la parola alzando la mano ed io, non avendo attribuito all'intervento di Fabio la dovuta importanza, ho rispettato una delle regole stabilite per le discussioni: concedere la parole a chi alza la mano, rispettando, se possibile, l'ordine di precedenza.

<sup>16</sup> Come forse già scritto, sono portata a ipotizzare che i bambini abbiano preso contatto solo con situazioni del tipo  $13 = 13$  e non con altre, del tipo  $1 + 2 = 2 + 1$ ,  $3 + 1 + 2 = 2 + 2 + 2$ .

<sup>17</sup> Perché dal confronto dei numeri scritti ( $2 + 4 + 1 = 7$ ) emerge il maggiore 7 e, secondo il gioco, lo squalo lo mangia: in Lorenzo prevale l'urgenza del confronto rispetto alle conseguenze dell'uguaglianza.

A (Ines): Lui vuole mangiare un numero, ma se sono tutti e due uguali non li mangia.

G: Li mangia tutti e due!

A (Fabio): Non può mangiarli tutti e due, perché uno deve essere piccolo e un altro deve essere grande.

A (Betti): Se vede cinque e due, mangia il cinque<sup>18</sup>.

I: Adesso ascoltatevi. Se esce fuori lo squalo Mangianumeri e vede questa cosa che ha scritto Matteo alla lavagna: da una parte dell'uguale vede scritto  $2+4+1$ , dall'altra parte dell'uguale vede scritto 7, secondo voi lo squalo che cosa fa?

A (Betti): Mangia il sette!

G: Il sette!

C: Il sette!<sup>19</sup>

A (Fabio): O il quattro o il sette. Se ci sono rimasti soltanto i numeri  $2+4+1$  mangia il 4, ma se c'è  $2 + 4 + 1 = 7$  mangia il 7.

A (Betti): Il sette mangia!

I: Non c'è nessuno che la pensa diversamente?

Lorenzo alza la mano

A (Lorenzo): Lo squalo Mangianumeri mangia il sette, poi vede il quattro e gli altri sono pochi, e mangia anche il quattro.

I: In questo modo se li mangia tutti? E gli altri che dicono? Vediamo. Asia? Se venisse fuori adesso lo squalo Mangianumeri secondo te, cosa farebbe vedendo quei numeri scritti lì, da una parte  $2+4+1$  e dall'altra 7?<sup>20</sup>

A (Asia): Il sette.

I: Si mangia il sette. Tutti mi sembra che pensiate così. Micol, anche tu dici che si mangia il sette?

A (Micol): Sì

I: E Sara che dice?

Sara tace, sembra incerta

A (Fabio): Maestra, però se vuole mangiare tutto fa così: mangia il sette; non c'è più il sette, guarda il quattro, mangia il quattro; vede il due e mangia il due, non c'è più il due, vede l'uno e mangia l'uno.

I: Mangia l'uno e ha finito. Mangia tutto. Non ci bada allora ai segni, lui?

A (Fabio): I segni non gli piacciono.

<sup>21</sup>.

<sup>18</sup> Leggendo questa sequenza di interventi, mi sorge il dubbio sull'efficacia del mediatore 'squalo mangianumeri' come metafora per l'uguale, che è indubbiamente un'immagine forte, ma forse altrettanto distrattiva per la sua forza evocatrice di immagini fantasiose. Tant'è vero che nell'intervento successivo l'insegnante deve ricomporre l'aspetto logico che si è un po' smarrito. Ma può essere che mi sbaglia. Concordo pienamente.

<sup>19</sup> È la reazione che mi sarei aspettata, conseguente al percorso didattico fatto.

<sup>20</sup> Attenzione, la frase dell'insegnante può essere fuorviante: c'è un invito ad osservare due gruppi di numeri ma non l'uguale che li mette in relazione.

<sup>21</sup> Sembra che i bambini tendano ad ignorare i segni dell'uguaglianza e a tener conto solo dei numeri; probabilmente i numeri, in quanto rappresentano quantità, hanno ai loro occhi la caratteristica della concretezza, a differenza dei segni  $+$  e  $=$  che appaiono invece molto più astratti. Un atteggiamento analogo è riscontrabile nell'apprendimento della scrittura. Vi sono bambini di 5/6 anni, ancora inesperti nella letto-scrittura, per i quali "IL" o "PER" sono parole che "non si possono scrivere". Sono perplesso, anche se la vostra riflessione può contribuire ad interpretare quello che sta succedendo. Io sono più propenso a credere che lo squalo non sia molto efficace. Mi capita spesso di trovare nelle classi – in particolare nelle prime e nelle seconde – metafore ricavate da libri di testo, sussidiari, oggetti acquistati dalla scuola, eccetera divertenti ma deboli proprio sul piano sul quale vorrebbero essere d'aiuto. Riporto un estratto di quanto scriviamo nel Glossario a proposito di 'Mediatore didattico':

'Vengono chiamati mediatori didattici tutti quegli strumenti che aiutano l'alunno nei momenti spesso difficili in cui si accosta a nuove conoscenze. Essi sono parte integrante di un qualsiasi processo educativo. Il ruolo del mediatore è quello di traghettare da un campo d'esperienza familiare ad uno sconosciuto attraverso l'esplorazione di elementi percepibili come comuni sia alla situazione di partenza che a quella d'arrivo. La ricerca mostra come sia possibile che si verifichino delle interferenze fra le caratteristiche intrinseche del mediatore e quelle che esso acquisisce quando entra a far parte di una metafora. Per poter divenire parte attiva della metafora, gli oggetti concreti devono in qualche modo perdere le loro caratteristiche originali, per poter divenire ponte verso una nuova conoscenza. Fintantoché / Se questa necessaria ristrutturazione del campo non avviene, i mediatori possono anche finire per svolgere il ruolo di distrattori e opacizzare quindi le potenzialità della metafora come strumento di conoscenza. Nell'esempio riportato le caratteristiche dello squalo legate all'aspetto estetico e alla sensazione di poter giocare liberamente con la propria fantasia e la propria creatività possono indurre negli alunni una concentrazione eccessiva sugli aspetti concreti del mediatore a scapito di quelli concettuali che esso avrebbe dovuto veicolare.

I: Sara, tu che dici? Nulla? Non ti viene un'idea?

A (Betti): Posso dire una cosa?

I: Betti, cosa vuoi dire?

A (Betti): Lo squalo Mangianumeri... c'è il due, c'è il quattro, mangia il quattro.

I: Non bada ai segni, tu dici? Vediamo. Vediamo un po' che cosa fa questo squalo. Adesso lo prendo.

C: È qui!

*I prende il pupazzo dall'armadio dove di solito "se ne sta a dormire" e lo avvicina alla lavagna dov'è scritta l'uguaglianza  $2 + 4 + 1 = 7$ .*

*Intanto alcuni bambini corrono all'altra lavagna che si trova nell'aula per scrivere numeri zeppi di cifre con tanti zeri e invitano lo squalo, sempre affamato di "numeri grandi, a mangiarli. Intervento dell'insegnante che riporta l'attenzione degli alunni sull'oggetto di discussione.*

I: Guardiamo un po' che cosa decide di fare lo squalo. Lorenzo, stai seduto per favore.

*I dà voce allo squalo*

I: Uhm, cosa vedo qua! Ah, ma avete imparato a fare le somme! L'ultima volta che ci siamo visti non sapevate ancora fare le somme, cari bambini.

A (Betti): Ma no, ma... perché siamo migliorati, ecco!

A (Lorenzo): Squalo, squalo, guarda: c'è un quattro e c'è un sette.

I: È vero, questo è un sette buono, buono. Ma, vediamo un po' cosa c'è di qua. Ah, vedo un due, il due è più piccolo del sette in effetti, non mi conviene mangiarmi il due. Dunque, qua vedo che c'è un bel quattro, il quattro è più grande del due, però è più piccolo del sette, non me lo mangio. E qua? Ah, c'è un uno. Questo è veramente piccolo. Vedere, vedere un po'. Ci sono anche dei segni. Ci sono i segni più:  $2+4+1$ . Beh, ma  $2+4+1$  è<sup>22</sup> un 7. Allora, di qua c'è un sette, di qua c'è un sette... Sì, è  $2+4+1$ , ma è un sette. E allora? Che mi mangio?<sup>23</sup>

C: Il sette.

A (Fabio): Il sette attaccato<sup>24</sup>.

I: Ah! Ma non è mica che mi mangio di più se mi mangio il sette "tutto attaccato"

A: Mangi l'uguale e il sette.

I: Ma l'uguale mi è indigesto. Non me lo mangio. E se invece mi mangio 2 e 4 e 1, messi così...

A (Matteo Fa.): Fanno sette<sup>25</sup>

I: Fanno sette.

A (Fabio): E ma però loro sono così staccati!

I: Cosa faccio? Mi sa che mi è passata la fame. Di qua c'è un sette, di qua c'è...

*I bambini chiamano lo squalo; brusio, parole incomprensibili.*

I: Mi sa che non mi posso proprio mangiare niente. Di là c'è un sette, di qua  $2+4+1$ , anche lui è un sette. Non mi mangio più niente. Ciao bambini. Per oggi non posso proprio mangiarmi niente. Ah, no. Vedo là dei bei numeroni (sono i numeri scritti dai bambini quando lo squalo è entrato in scena), questi me li mangio volentieri. Gnam, gnam, gnam...

*Dopo aver riposto lo squalo si riprende la discussione.*

I: Come mai lo squalo non ha mangiato nulla?

*Credo che tu abbia ragione riguardo alla scelta dello squalo come mediatore didattico: ha agito da distrattore. Probabilmente anche nella prima parte della discussione la presenza di un contesto un po' troppo fantastico ha rallentato la riflessione sugli aspetti matematici. Mi resta tuttavia la convinzione che in questa fase i segni (di addizione, di uguaglianza) abbiano per i bambini significati ancora labili, e che questo sia vero in generale, indipendentemente dal contesto nel quale vengono usati.*

<sup>22</sup> Vale come. La frase ' $2+4+1$  è un 7' è l'affermazione di una equivalenza fra due rappresentazioni – una non canonica e l'altra canonica – di 7, quindi mi pare che vada bene anche 'è'.

<sup>23</sup> La domanda ha come risposta immediata 7! Forse si poteva dire "chissà se lo squalo è indeciso? Vi ricordate quando lo squalo non riusciva a decidere cosa mangiare?"

<sup>24</sup> Inizio di balbettio? (Non credo) Forse Fabio comincia a intravedere la differenza tra forme canonica e non canonica del numero. Il 'sette attaccato' sarebbe la forma non canonica  $2+4+1$ ? Non capisco.

La mia lettura è completamente diversa da quella che ipotizzi. L'espressione di Fabio "sette tutto attaccato", secondo me, richiama l'idea di compattezza del numero nella sua forma canonica che anche tu sottolinei nel Commento 7. Il fatto che Fabio distingue tra un sette attaccato (7) e uno staccato ( $2 + 4 + 1$ ) mi fa pensare che cominci a riconoscere l'esistenza di due forme equivalenti: quella canonica ("sette attaccato") e quella non canonica ("ma loro sono così... tutti staccati", dove "loro" si riferisce agli addendi 2, 4, 1). Tuttavia, ciò che a me pare è che lui stabilisca una sorta di gerarchia tra le due rappresentazioni, in base alla quale lo squalo preferirebbe il "sette attaccato", cioè la forma canonica. Ora, la responsabilità di questa misconcezione sta nella scelta del mediatore o nella forma non canonica in sé, molto più difficile da interiorizzare come rappresentazione di un numero?

<sup>25</sup> Come devo interpretare le parti evidenziate in azzurro? Solo in alcuni casi rimandano a dei Commenti (per esempio non in questo).

A (Matteo D.): Te lo dico io. Perché 2, 4, 1 è sempre sette. Quello lì è un sette...

A (Beatrice): Allora non può mangiare nessuna somma!<sup>26</sup> <sup>27</sup>

I: Non può mangiare nessuna somma?

A (Beatrice): Perché i numeri che c'è... tipo 2 + 3...

I: 2 + 3... prova a dire questa somma. Cosa fa due più tre?<sup>28</sup> (non si sente la risposta di Bea) Cinque? Come lo scriviamo?

G: Due più tre uguale cinque.

A (Beatrice): Il 2 e il 3 fanno cinque, però il cinque <sup>29</sup>, e (lo squalo) non sa cosa mangiarsi.

I: E non sa cosa mangiarsi, lo squalo. Cosa ne dite?

A (Fabio): Perché le somme sono tutte uguali!<sup>30</sup>

A (Matteo D.): O se no si mangia tutti i numeri e è contento.<sup>31</sup>

I: Ah, se li mangia tutti? Ditemi se siete d'accordo con quello che ha detto Bea, che scrivere 5 o scrivere 2 + 3 è la stessa cosa?

C: Sì, sì!

A (Fabio): E quindi le somme... se vuole mangiarsi un sette non può mangiare niente perché le somme sono tutte due uguali e quindi non si mangia nessuna somma.

I: Non si mangia nessuna somma, lo squalo. Cosa pensate di questo?

C: Sì

A (voce non identificata): È indigesta.

Voci indistinte. Si sente un bambino ripetere ad un altro "due più tre fa cinque".

<sup>26</sup> Finalmente! I cominciava a disperare di riuscire a condurre i bambini all'idea di uguaglianza! Non capisco bene: dov'è nella frase di Beatrice l'idea di uguaglianza? C'è poi anche la questione del vocabolo 'somma'. Qui mi pare che Beatrice lo usi per indicare 'il 7 che sta a destra', cioè 'il risultato'. Per certi aspetti questo è inevitabile, perché il concetto è troppo 'fresco', però, se ci concentriamo sull'equivalenza fra due rappresentazioni diverse dello stesso numero, allora nella prospettiva dell'early algebra entrambe rappresentano una somma: '7' in forma canonica e '2+4+1' in forma non canonica. Tradizionalmente, in aritmetica con 'somma' si intende un solo numero (il risultato), ma in algebra non è così: '5-14+a' è una somma algebrica, 'a+3b' è la somma di due monomi e così via. Per esempio con l'Unità 2 sulle Mascherine e il Domino prepariamo il terreno proprio per questo sviluppo del concetto.

Secondo me Beatrice ha usato il termine 'somma' per indicare sia l'operazione sia il suo risultato. È molto probabile (vedi nota 1) che lei non abbia ancora radicato il significato aritmetico del termine 'somma' come risultato di un calcolo additivo, infatti ha incominciato da pochissimo a confrontarsi con i termini e i significati dell'addizione (forse avrei dovuto chiarire meglio nelle note introduttive a che punto del percorso didattico si colloca questa discussione), e non è ancora capace, secondo me, di compiere una distinzione così sottile, propria, direi, di chi ha maggiori competenze aritmetiche di quante ne possiede lei al momento della discussione. Così, per usare un'espressione poco matematica, nomina la parte per il tutto. Se la mia interpretazione è corretta, affermare che "lo squalo non può mangiarsi nessuna somma" significa stabilire un'analogia tra l'uguaglianza di due rappresentazioni canoniche ( $7 = 7$ ), che Beatrice conosce, e l'uguaglianza tra una forma non canonica ed una canonica del numero sette ( $2 + 4 + 1 = 7$ ). Poiché il mio obiettivo era proprio quello di riuscire a 'traghetare' il solo significato relazionale dell'uguale che fosse noto ai bambini (quello tra due forme canoniche), verso un significato più complesso favorendo la scoperta di un'analogia tra le due rappresentazioni, ho ritenuto l'intervento di Beatrice risolutivo.

Non a caso poco più avanti, Fabio, che in tutta la discussione ha avuto una parte molto attiva, riprende l'intervento di Bea. Penso che la sua frase "tutte le somme sono uguali" sia una forma di 'balbettio' che può nascondere un enunciato di questo tipo: "tutte le relazioni additive sono uguaglianze".

Due ultime considerazioni:

1. Ho sbagliato a non chiedere direttamente ai bambini di ricercare analogie tra le rappresentazioni  $7 = 7$  e  $2 + 4 + 1 = 7$ . Forse non avrei avuto bisogno di far comparire lo squalo e di "scoprire le carte" come invece è avvenuto. Credo che sia proprio la riflessione su questi aspetti a dare valore al diario in quanto metodo e strumento di lavoro per l'insegnante.
2. Il diverso rapporto con il sapere in gioco da parte dei soggetti che interpretano il diario (l'esperto da un lato e il docente sperimentatore dall'altro), la loro appartenenza o estraneità al contesto (ambiente, storia della classe, caratteristiche degli alunni, percorsi didattici attivati...) possono influenzarne la lettura. Credo che questo sia un problema aperto.

<sup>27</sup> Bene Bea che sottolinea "nessuna", quindi opera una generalizzazione.

<sup>28</sup> Attenzione che qui riemerge il significato di operatore direzionale ('fa') mentre I vuole indurre quello di equivalenza. Vero, ma siamo in una prima elementare!

<sup>29</sup> Anche quelli sono cinque. Non capisco l'osservazione di IR.

<sup>30</sup> Fabio non può usare il termine uguaglianza, che non conosce, ma il significato delle sue parole sembra chiaro.

<sup>31</sup> Matteo tenta di ritornare alla situazione precedente, che evidentemente gli è più congeniale.

I: Allora, possiamo dire che  $2 + 3$  è un modo diverso per dire 5?

C: Sì

A (Fabio): È come anche  $3 + \dots$  no  $2 + 3$ ...

*Ancora voci indistinte; i bambini si stanno confrontando sulla scoperta appena fatta.*

I: Adesso ascoltate. Questa è una richiesta un po' difficile. Ognuno di voi mi dice un modo per fare cinque<sup>32</sup> diverso da questi. Non voglio che mi dica "cinque", voglio che mi dica un modo per fare cinque che non sia quello lì.

A (Fabio): Bisogna mettere soltanto il  $2 + 3$  e basta.

A (Matteo Fa.): No, oppure  $4 + 1$

I:  $4 + 1$  (intanto lo scrive alla lavagna). Oh, vediamo un po'. Tanti modi per dire cinque.  $4 + 1$ , oppure? Chi ne pensa un altro?<sup>33</sup> <sup>34</sup>

A (voce non identificata):  $3 + 2$

I:  $3 + 2$ . È giusto?

C: Sì

I: Chi mi dice un altro modo? Nick?

A (Nick):  $2 + 3$

A (Sara):  $1 + 4$

I: Bene. Chi ne dice un altro? Anche con tre numeri lo possiamo fare<sup>35</sup>. Matteo?

A (Matteo D.):  $5 + \dots$  non sa concludere

I: Per fare cinque...  $5 + \dots$ ? Aiutate Matteo:  $5 + \dots$ ? Qualcuno dice "6" Sei? Per fare cinque?

A (Matteo Fa.):  $6 - 1$

I: Sei meno uno! Qui c'è un segno che non abbiamo ancora imparato. Ma cinque più...? Chi è che ha un'idea, per fare cinque?

G: Zero!

I: Esatto. Cinque più zero. Oppure, Nick?<sup>36</sup>

A (Nick): Cinque più cinque.

I: Cinque più cinque è un modo per fare cinque?

G: No, fa 10.

A (Matteo Fa.): Tre più due

I: Lo abbiamo scritto.

A (Fabio): Maestra! Tipo, cinque meno cinque uguale cinque

I: Cinque meno cinque... voi cosa ne dite? È uguale a cinque?

A (Fabio): Sì

I: Adesso qui diventa più difficile perché dobbiamo parlare di che cosa significa il segno meno.

A (Matteo Fu.): Vuol dire togliere<sup>37</sup>.

I: Allora se io ho 5 e tolgo 5...?

G: Zero

*Fabio capisce il suo errore e si corregge.*

A (Fabio): No. Scusa, volevo dire  $10 - 5$ .

I: Bene. Giusto. Basta così per oggi. Molto bene bimbi. Avete detto un sacco di cose interessanti.

A (Nick): Volevo dire una cosa

I: Cosa vuoi dire?

<sup>32</sup> Le parole sono evidenziate ma non c'è un Commento.

<sup>33</sup> Riascoltando la registrazione, I nota di aver usato troppo spesso la parola "fare" al posto di "dire" o "rappresentare". Evidentemente il balbettio non attiene solo agli alunni, almeno in questo caso.

<sup>34</sup> Un suggerimento: i bambini sanno operare (vedi premessa) sui numeri naturali da 0 a 9, allora perché non 'raccogliere' in un cesto questi 'mattoni'? Ne mettiamo dentro tanti, e con questi mattoni possono costruire per es. il 5, il 7 ecc. Si può poi sollevare una discussione sulla qualità dei mattoni, sulla quantità dei mattoni necessari per comporre il numero, alla base della costruzione ci può essere l'operazione di addizione. Negli anni successivi si potrebbe utilizzare la moltiplicazione con i mattoni che possono essere i numeri primi.

<sup>35</sup> Ho capito. Evidenziate le volte che dite 'fare'. In effetti il vostro Commento 19 coglie nel segno. È proprio il punto di vista che bisogna ampliare. Il 'fa' appartiene all'aritmetica, al sinistra-destra, al prima-dopo. Il primo che deve appropriarsi di questo cambiamento copernicano è proprio l'insegnante. D'accordo, ma in questa fase di approccio all'addizione i bambini stanno costruendo un nuovo numero/somma, il loro linguaggio, che è anche quello usato in famiglia, corrisponde ad una manipolazione concreta di oggetti, personaggi...

<sup>36</sup> Nick ha finalmente trovato un modo per inserirsi nella discussione e a partire da questo momento alzerà spesso la mano per intervenire.

<sup>37</sup> In quest'ultima parte della registrazione, la discussione "ripiega" decisamente verso l'aritmetica. I, contagiata dall'entusiasmo e dalla partecipazione dei bambini, anche di quelli che fino a questo momento hanno ascoltato senza intervenire, lascia che gli alunni manifestino le loro prime competenze aritmetiche, anzi li asseconda, riservandosi di riprendere la discussione più avanti.

A (Nick):  $6 + 6$  fa 12

I: Sì, non fa 5 però.<sup>38</sup>

A (Matteo Fa): Sette meno due fa cinque<sup>39</sup>.

---

<sup>38</sup> *Intervento inappropriato di I. Peccato. Nick è così contento di poter dire quello che sa! Succede. Il lavoro a tavolino è prezioso anche perché consente di cogliere questo tipo di sfumature.*

<sup>39</sup> *Ripensandoci, Matteo Fa., in tutta questa discussione, si è assunto il ruolo di "revisore dei conti": in fondo, anche questo è utile.*