Trenino: Matematòca

Il trenino affianca l'Unità 3: Navarra G., Giacomin A. 2003, *Verso il numero sconosciuto: Ilgioco della Matematòca*, Pitagora Editrice Bologna. L'Unità fornisce al docente i riferimenti teorici, il supporto metodologico e numerosi esempi tratti da episodi di classe; il loro insieme fornisce gli elementi necessari per sviluppare le attività in modo efficace.
Anche questo trenino, come gli altri, fa riferimento ad una locomotiva costituita da un piccolo video in cui i protagonisti delle slide (l'orsetto Pippo e la scimmietta Maraki) introducono l'attività in modo scherzoso, catturando la curiosità degli alunni più giovani. Si invitano gli insegnanti a:
(1) presentare agli alunni, e far commentare, il video-locomotiva prima di passare ai vagoni;
(2) leggere la Guida per l'insegnante prima di portare i vagoni nelle classi.
Ogni slide propone l'esplorazione di una situazione che, mentre sollecita gli alunni ad osservare, descrivere, 'pensare ad alta voce', cerca nello stesso tempo di conservare il 'profumo' del gioco. Tutte le attività sono accompagnate dalla richiesta, rivolta ad ogni alunno, di *argomentare* il proprio pensiero. Come si vedrà*, la vera difficoltà per gli alunni non è tanto quella di 'rispondere alla consegna', quanto di costruire la relativa argomentazione, che dovrebbe migliorare in qualità con l'aumentare dell'età*. Invitiamo l'insegnante a confrontarsi in precedenza con l'argomentazione che riterrebbe più 'desiderabile' relativamente alle competenze che intende verificare. Man mano che il grado di difficoltà delle situazioni aumenta l'argomentazione dovrebbe diventare sempre più articolata e completa.
Per ogni situazione proponiamo in questa Guida delle indicazioni di metodo per l'insegnante (scritte in corsivo) e una o più argomentazioni-tipo, che non tengono conto dell'età degli alunni.
L'insegnante sceglierà liberamente i modi che ritiene più adatti alla classe e all'età degli alunni. Riferimenti generali teorici o di metodo concernenti il Progetto ArAl si trovano nelle Unità della Collana ArAl e nel sito www.progettoaral.it.

Vagone 1: Le tessere colorate

V1-1. Nella scatola della Matematòca Pippo e Maraki trovano degli oggetti

Gli alunni elencano con accuratezza i materiali del gioco:

"Nella scatola della 'Matematoòca' P&M hanno trovato questi oggetti: un dado, alcuni segnalini di diversi colori, delle tessere colorate, altrettante tessere bianche".

V1-2. Pippo e Maraki cominciano ad esplorare le tessere colorate

La tessera dice 'Aumenta di 2 il punteggio del dado'. Maraki ha lanciato il dado e ha ottenuto un 6. Sostituendo 6 al posto di 'il punteggio del dado, si ottiene questa frase: 6+2.

V1-3. il dado può fare brutti scherzi!

Il punteggio del dado è effettivamente alto, ma Maraki scopre che, in base alla tessera, va moltiplicato per zero, quindi: 5×0=0.

V1-4. Pippo e Maraki continuano ad esplorare le tessere colorate

Il punteggio massimo che può fare Pippo è 6, quindi 6-1=5. Maraki interpreta in modo scorretto 'sottrai' come 'aggiungi', quindi per lui 6+1=7. Il lettore distratto è Maraki.

V1-5. Una strana speranza

Siccome nella tessera si dice che bisogna sottrarre il punteggio del dado da 8, quanto più basso è il punteggio tanto più grande è la differenza, infatti:

$$8-1>8-2>8-3>8-4>8-5>8-6.$$

Quindi Pippo ha ragione.

V1-6. Pippo lancia una sfida a maraki

I punteggi possibili del dado sono sei; il più basso è 1 e il più alto è 6. Se esce 1, il punteggio è 1+1; se esce 6, il punteggio è 6+6. Per questa ragione il punteggio massimo è 12, il minimo è 6.

V1-7. Il gioco si fa più sempre più difficile e interessante

Che Maraki scelga la tessera blu o quella rossa è uguale perché è lo stesso aggiungere o togliere 0 ad un numero. Quindi sono d'accordo con quello che dice Pippo.
Se gli alunni hanno esperienza con le lettere potrebbero aggiungere in linguaggio matematico: d=d+0=d-0.

Vagone 2: Continua la festa delle mascherine

V2-1. Pippo e Maraki cominciano a tradurre le tessere colorate

Pippo ha tradotto la tessera di Maraki così: d+3.
Qualche alunno potrebbe tradurre, seguendo l'ordine delle parole, 3+d. Sarà un'occasione preziosa per far riflettere sulla relazione tra le traduzioni e la frase originale e quindi su 'Aggiungi… a'.

V2-2. Moltiplicare, aggiungere… che pasticcio!

Può succedere che gli alunni più giovani o inesperti abbiano difficoltà a cogliere la differenza tra la due tessere in quanto è solo il segno ('×' e '+') a determinarne il diverso significato. Affinché prendano in considerazione tutti gli elementi della scrittura algebrica è importante che provino a tradurre le tessere dal linguaggio algebrico al linguaggio naturale.
Per esempio:
Anche se le due tessere si assomigliano, il loro significato non è lo stesso, infatti: 'd×2' vuol dire 'Raddoppia il punteggio del dado', 'd+2' significa 'Aggiungi 2 al punteggio del dado'.
Considero tutti i punteggi possibili e li sostituisco a 'd'.
Gli alunni possono costruire una tabella:

	1	2	3	4	5	6 .
d×2	1×2	2×2	3×2	4×2	5×2	6×2
d+2	1+2	2+2	3+2	4+2	5+2	6+2

I confronti portano a queste scritture:
1×2<1+2 2×2=2+2 3×2>3+2 4×2>4+2 5×2>5+2 6×2>6+2
Gli alunni possono trarre queste conclusioni in base al punteggio del dado:
Se esce 1: Sulla tessera d×2 faccio 2 punti, su d+2 ne faccio 3 → conviene stare su d+2
Se esce 2: Sulla tessera d×2 faccio 4 punti, su d+2 ne faccio 4 → è indifferente
Se esce 3: Sulla tessera d×2 faccio 6 punti, su d+2 ne faccio 3 → conviene stare su d×2
Se esce 4: Sulla tessera d×2 faccio 2 punti, su d+2 ne faccio 3 → conviene stare su d×2
Se esce 5: Sulla tessera d×2 faccio 2 punti, su d+2 ne faccio 3 → conviene stare su d×2
Se esce 6: Sulla tessera d×2 faccio 2 punti, su d+2 ne faccio 3 → conviene stare su d×2
La conclusione può essere sintetizzata:
S esce 1 conviene stare sulla tessera d+2, se esce 2 è indifferente, se il punteggio è maggiore di 2, conviene stare sulla tessera d×2.
In linguaggio formalizzato:
d=1 → 1×2<1+2 d=2 → 1×2=1+2 d>2 → 1×2>1+2

V2-3. Pippo e Maraki cercano di tradurre una tessera bianca

Questa situazione è speculare alla V2-1. Porta a verificare e a consolidare gli esiti delle riflessioni effettuate in quel caso e di approfondire, se necessario, il significato di 'Sottrai a'. Si può far rilevare, nel corso della riflessione collettiva, che nelle due frasi
Maraki traduce 'alla lettera', Pippo invece interpreta correttamente la tessera.

V2-4. La ricerca delle tessere 'sorelle'

Gli alunni vengono invitati a confrontare le tessere, esplorare le parafrasi, scoprire le equivalenze. Si aprono due strade:

(1) La strada più semplice consiste nell'attribuire a 'd' uno stesso valore numerico che sia compreso tra 1 e 6 e nel confrontare tra loro le rappresentazioni aritmetiche ottenute.

(2) Un'altra possibilità è quella di descrivere in termini relazionali 'cos'è' la rappresentazione contenuta in ciascuna tessera.

(1) Ho lanciato il dado ed è uscito il numero 4. Ho sostituito la lettera 'd' col punteggio del dado e ho ottenuto queste rappresentazioni: 4-0, 4+3, 4+4+4, 0+4, 3×4. Noto che: la differenza tra 4 e 0 è 4 e anche la somma di 0 con 4 è 4, quindi 4-0=0+4; 4+4+4 e 3×4 sono forme non canoniche del numero 12, sono due modi diversi per rappresentare il triplo di 4, quindi 4+4+4=3×4; 4+3 non ha tessere equivalenti.

(2) Analizzo le tessere una per una, le traduco in linguaggio naturale e ricerco le equivalenze:
d-0: la differenza tra il punteggio del dado e 0 è uguale al punteggio del dado;
0+d: la somma tra 0 e il punteggio del dado è uguale al punteggio del dado;
quindi: d-0=0+d.
3×d: il prodotto di 3 col punteggio del dado è uguale al triplo del punteggio del dado;
d+d+d: la somma ripetuta per tre volte del punteggio del dado è uguale al triplo del punteggio del dado;
quindi: 3×d = d+d+d.
d+3: la somma fra il punteggio del dado e 3; è diversa da tutte le altre.

V2-5. Il gioco delle traduzioni si fa sempre più difficile

Questa situazione è speculare alla V2-1. Porta a verificare e a consolidare gli esiti delle riflessioni effettuate in quel caso e di approfondire, se necessario, il significato di 'Sottrai a'. Si può far rilevare, nel corso della riflessione collettiva, che nelle due frasi
Maraki traduce 'alla lettera', Pippo invece interpreta correttamente la tessera.

V2-6. Questa volta Pippo è in difficoltà

La situazione si ripropone di porre gli alunni non di fronte ad un calcolo, ma ad una lettura della situazione in termini relazionali; dopo aver lasciato che gli alunni procedano individualmente, può guidare la riflessione verso un confronto tra le forme delle due frasi:

(a) La lettera compare in entrambe le frasi, quindi è un elemento costante;

(b) In 'd+5-4': aggiungere 5 e togliere 4 equivale ad aggiungere 1, quindi il numero sconosciuto aumenta di una unità; in 'd+7-7' aggiungere e togliere 7 equivale ad aggiungere (o togliere) 0.

(c) In conclusione: qualunque sia il valore di d, 'd+5-4>d+7-7.

(d) L'insegnante potrebbe anche chiedere qual è la differenza fra i due numeri. In linguaggio matematico la classe potrebbe giungere a questa argomentazione:
"Abbiamo visto che 'd+5-4' equivale a 'd+1' e che 'd+7-7' equivale a 'd+0'. La differenza fra i due punteggi sarebbe dunque '1' ".

V2-7. Qualche volta la fortuna è solo apparente

Gli alunni giungono a capire che, rimanendo costante il minuendo, quanto più alto è il sottraendo tanto minore è la differenza. Le spiegazioni potrebbero essere più semplici o più evolute.

Se Pippo sostituisce d con 5, la tessera diventa '8-5' e quindi il suo punteggio è 3. Se fa lo Maraki fa lo stesso, la tessera diventa '8-2' e quindi il punteggio è 6, più alto di quello ottenuto da Pippo. Maraki ha ragione: è stato più fortunato perché 8-5<8-2.