Cavalese (TN)	I	1	2	3	4	5	1	2	3	D.

Commenti *Insegnante di classe*
Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: L'attività è stata proposta in 3a e in 3b (15 + 15). Sono classi abbastanza omogenee, in terza b ci sono alcuni bambini di origine straniera. In entrambe le classi sono abituati a confrontarsi e a discutere, anche se alcuni faticano a intervenire spontaneamente. Lavorano spesso a coppie o in piccoli gruppi, fin dalla prima operano con la bilancia dei numeri e utilizzano le piramidi. Si parla spesso di "matematichese".

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: Una prima ora è stata dedicata alla presentazione dell'attività e alla ricerca collettiva di rappresentazioni per risolvere il problema delle mele (IN UN CESTO CI SONO DELLE MELE. LUISA NE AGGIUNGE 15, ORA LE MELE SONO 46. QUANTE MELE CI SONO ALL'INIZIO NEL CESTO?).
In un secondo tempo i bambini si sono disposti a coppie e hanno provato a rappresentare altre quattro situazioni problematiche. Al termine del lavoro a coppie c'è stato il confronto con la classe.

I PROBLEMI:
1) Giorgio ha 42 figurine. Daniela ne ha 28. Quante figurine mancano a Daniela per avere lo stesso numero di figurine che ha Giorgio?
2) Ieri Giulio ha dato 15 pastelli a Matteo. Ora Matteo ne ha 28, quanti ne aveva all'inizio?
3) Il percorso di una corsa ciclistica è di 220 chilometri. A Christian mancano al traguardo 85 chilometri. Quanti chilometri ha percorso finora Christian?
4) Nicolò ha un tavolo alto 70 centimetri, ci mette sopra uno sgabello alto 30 centimetri e poi sale sullo sgabello. In questo modo è alto come suo padre, cioè 180 centimetri. Rappresenta la situazione in linguaggio matematico in modo che si possa trovare l'altezza di Nicolò.[1]

Vengono di seguito riportati i diari relativi alle presentazioni nelle due classi e quello relativo alla discussione sul problema n.4 (di tipo B), dopo il lavoro a coppie (solo 3a).

10 gennaio 2023, 3A: introduzione + problema mele - durata: 15 minuti circa

---

. .[2]

---

[1] *Questo problema non è adatto a questa attività, data anche la giovane età e l'inesperienza relativamente alle competenze necessarie per affrontarla in modo consapevole. Nel Progetto ArAl è proposto durante il percorso per l'approccio all'equazione attraverso la bilancia a piatti.*
[2] *Premetto alcune considerazioni generali che ho maturato nel corso della lettura del diario.*

i. *L'insegnante stimola molto classe adattandosi alle proposte e alle ipotesi degli alunni, e questo è molto positivo; l'impressione che ho è che, però, talvolta, perda il controllo della situazione. Due esempi: il primo riguarda la discussione con la terza A attorno al problema iniziale delle mele (19) che si conclude con la sensazione da lei espressa (54) che essa giri a vuoto; il secondo riguarda l'episodio che si sviluppa a partire dalla proposta di Alex di utilizzare una piramide (156), che si conclude con l'idea di chiedere lumi all'esperto (211). In entrambi i casi le difficoltà maggiori per l'insegnante riguardano l'inevitabile limitata scarsa dimestichezza con i temi affrontati; lo stallo si potrà superare attraverso l'intreccio virtuoso fra la conoscenza della teoria e l'esperienza che si otterrà applicandola con continuità e condividendola con la classe.*

ii. *L'insegnante, dal mio punto di vista, tende spesso a guidare lo sviluppo della discussione in un modo eccessivamente controllato. È vero che gli alunni sono molto disponibili alla collaborazione, come viene sottolineato nella Presentazione ('In entrambe le classi sono abituati a confrontarsi e a discutere'), ma lo fanno in modo dipendente dai continui input dell'insegnante, rispondendo alle sue domande-stimolo o completando frasi da lei lasciate interrotte. Alcuni episodi (domanda D, risposta R, frase interrotta I, completamento C):*
(1-9): (1D) – (2-3R); (4D) – (5R); (6D) – (7-9R).
(13-16): (13I) – (14C); (15I) – (16C).
(20-25): (20D) – (21R); (22D) – (22, 23R); (25D).
(33-53): (33D) – (34R); (35D) – (36R); (37D) – (38R non data); (39D) – (40R); (41D) – (42R); (43D) – (44R); (45D) – (46R); (47D) – (48R); (49D) - (50-51R); (52D) – (53R); e così via.
Invito alla lettura del capitolo I.3 La conduzione delle discussioni *del mio libro.*

iii. *A mio avviso, domande generiche estranee al contesto come ad esempio: "Siete soddisfatti di queste proposte?", "Quale vi piace di più?", "Cosa potete dire?", "Cosa vi colpisce?", "Cosa vi viene in mente?" sono poco efficaci: lasciano spazio alle risposte più disparate o rimangono prive di risposte. Presentano un carattere troppo generico e si corre il rischio che gli alunni si deconcentrino nella ricerca di risposte casuali, fuorvianti, fantasiose, disperdendo conquiste fatte nelle fasi precedenti e rendendo difficile ricondurre la lezione nel binario previsto.*

1. I: Voi avete presente che noi usiamo il matematichese… cos'è?[3]
2. Vari: Una lingua matematica
3. Vari: Una lingua straniera.
4. I: Cos'ha di particolare questa lingua?
5. Vari: Che è matematica, ad esempio 25+25.
6. I: Qual è la cosa bella di questa lingua?
7. Vari: Si usano solo numeri.[4]
8. Vari: NO, ci sono anche le lettere, tipo K, h, da, u. E anche segni: + - …
9. Vari: Non si deve scrivere tanto, è facile!
10. I: Questa lingua viene compresa da tutti: da me, da Amelie, e da Artem che quando è arrivato qui, due anni fa, non capiva nulla di italiano.
11. Vari: È una lingua che sanno tutti e si può usare in tutte le lingue. In quasi tutte le lingue.
12. *L'insegnante fa un esempio alla lavagna: scrive 5 in cifre e in lettere concludono rapidamente su quale sia la rappresentazione più efficace per essere compresa da tutti.*
13. I: Adesso inizia il nostro lavoro: abbiamo una situazione molto semplice, e voi dovete fare in modo che questa situazione venga compresa facilmente da uno straniero, da un bambino che viene da…
14. A: … Francia!
15. I: E si chiama…
16. A: Alexi!
17. I: Ok, Alexi vive in Francia e non conosce una parola di italiano. Ora dobbiamo fare in modo che lui ci risolva questa situazione.
18. A: È un problema?
19. I: Sì, si può dire che sia un problema. Quindi ci sono due aspetti: Alexi deve risolverci il problema, ma voi dovete fare in modo che lui capisca esattamente cosa deve fare per poterlo risolvere. Adesso vi faccio vedere il problema. *Proietto alla lim il problema delle mele:*

IN UN CESTO CI SONO DELLE MELE. LUISA NE AGGIUNGE 15, ORA LE MELE SONO 46. QUANTE MELE CI SONO ALL'INIZIO NEL CESTO?

20. I: Cosa avete da dire su questo problema?
21. Vari: Che non capirà niente se glielo diamo così. Esatto… giusto… !
22. I: Allora come si fa?
23. Artem: 46–15.
24. Gabriele: n+15=46.

Ritengo più produttive domande che contengano delle parole-indirizzo che orientino gli alunni nella ricerca della risposta, ad esempio, in questo caso, facendo riferimento al principale concetto in gioco, la dualità Risolvere/rappresentare: "Qualcuno spiega la differenza fra le due proposte?". Invito alla lettura del Capitolo V.5: Problemi: rappresentare vs risolvere.

[3] *Suggerisco di abbandonare il termine 'matematichese', mutuato da parole come 'inglese' e 'francese'. Il termine era in voga negli anni '70-'80; poi, grazie alla crescente attenzione della ricerca italiana e internazionale verso i linguaggi, la loro semantica e la loro sintassi, la verbalizzazione, l'argomentazione, la discussione, si è passati a parlare di linguaggio* naturale *e linguaggio* matematico. *Invito a procedere nella stessa direzione con gli alunni, anche spiegando in termini semplici quello che è accaduto. Per esempio si può spiegare che 'matematichese' è un termini da 'bambini-bambini', gli altri da 'bambini-grandi'.*

[4] *Il nodo qui è che si è completamente opacizzato il concetto di 'cifra', che è quello al quale si riferiscono gli alunni quando parlano di 'numeri'. Suggerisco di riprendere questa parte della discussione, procedendo per analogia con il linguaggio naturale: alle 21+5 lettere dell'alfabeto corrispondono le 10 cifre, con le lettere si formano tantissime parole e con le cifre si formano infiniti numeri. Si può allargare il confronto alla musica, introducendo le 7 note e le infinite musiche che con esse si possono costruire. La magia, ad un livello 'alto', è di far capire come l'uomo abbia scoperto che sono sufficienti pochissimi simboli per esprimere pensieri, concetti, emozioni molto profondi.*

25. I: Proposte molto interessanti[5], si può dire che siano espresse in matematichese?[6]
26. Vari: Sì!
27. Samu: È come ha detto Gabriele: n+15=46.
28. Chiara: Io so la soluzione che deve trovare Alexi: è n!
29. Molti: Vero!
30. I: Osserviamo questo problema: ci sono parole e ci sono numeri. Qual è la parola che ci fa capire che all'inizio c'era una certa quantità di mele?
31. Vari: 'DELLE'.
32. Samu: Anziché 'delle' si può dire "numero misterioso".
33. I: Mhh, interessante! Vogliamo provare a fare quello che suggerisce Samu? Leggiamo: Nel cestino della frutta c'è un NUMERO MISTERIOSO di mele. Luisa ne aggiunge 15 ecc. Secondo voi si può capire anche così?
34. A: Noi sì, ma Alexi no!
35. I: Allora cosa suggerite?
36. A: Di scrivere quello che abbiamo detto prima: n+15=46, perché n è come dire 'delle'.
37. I: Ok. Ci sono altri modi per rappresentare questa situazione?[7]
38. *La classe non risponde.*
39. I: Siete soddisfatti di queste due?
40. Vari: Sì.
41. I: Quale vi piace di più? Quella di Artem (46–15) o quella col numero misterioso?
42. Vari: Quella col numero misterioso!
43. I: A chi piace di più la prima?[8]
44. *A nessuno, anche Artem dice di preferire n.*
45. I: Quali differenze ci sono tra le due rappresentazioni?
46. A: Che nella prima c'è un meno.
47. I: Ma allora perché una rappresentazione prevede una sottrazione e l'altra un'addizione? Sono entrambe corrette, ricordiamolo!
48. Alex: Perché le abbiamo praticamente invertite.
49. I: E quindi cosa succede?[9]
50. Elena: Succede che 15 mele vengono aggiunte, quindi è più chiaro utilizzare il più.
51. Federico: Nella seconda c'è un meno, però nessuno toglie niente. Luisa AGGIUNGE 15, non TOGLIE.
52. I: Perché Artem hai messo meno, cioè hai fatto una sottrazione?
53. Artem: Perché prima ce n'erano più poche: alla fine erano 46, poi togli quelle 15 e torni all'inizio che erano più poche.

[5] *È vero, sono molto interessanti. In questi casi suggerisco di rilanciare la palla agli autori, e chiedere di spiegarle ai compagni. Sono convinto che emergerebbero importanti spunti di riflessione, per esempio: la riflessione collettiva porterebbe ad attribuire alla scrittura di Artem (23) un significato* procedurale *in quanto l'alunno imposta l'operazione risolutrice su due numeri, e a quella di Gabriele (24) un significato* relazionale, *perché l'alunno rappresenta la situazione utilizzando tutti e tre gli enti (due noti e uno sconosciuto). Le argomentazioni direbbero molto cose all'insegnante. In effetti, in seguito (45), lei pone la domanda sulla differenza fra le rappresentazioni ma si accontenta di una risposta molto poco significativa (46). Invito alla lettura del* Capitolo V.4: Dal pensiero procedurale al pensiero relazionale.

[6] *A proposito di queste domande, propongo la lettura della voce 'Domande interlocutorie a risposta corale Sì No'.*

[7] *L'episodio (27-36) è un buon esempio di riflessione collettiva promossa dall'insegnante sugli aspetti linguistici del problema. Non so però bene a cosa lei alluda quando chiede "altri modi per rappresentare questa situazione". Ritengo che gli alunni non rispondano non perché non conoscano altri modi, ma perché non capiscono cosa chieda loro e immagino che pensino: la maestra ha proposto un problema semplice, lo abbiamo risolto/rappresentato... cosa vuole ancora da noi? Ipotizzo che l'insegnante desidererebbe sentirsi proporre scritture come 46=n+15, 46-n=15, 15=46-n, e così via. Ma conoscere questi altri modi può solo essere il frutto di una condivisione, graduale e costante, degli aspetti teorici in gioco che portano ad una pluralità di rappresentazioni, che gli alunni vengono guidati a conoscere poco alla volta: la rappresentazione canonica e non canonica di un numero, le parafrasi, la proprietà simmetrica dell'uguaglianza, la dualità risolvere/rappresentare, la rappresentazione di un problema. L'insegnante comunque non si preoccupi: è una questione di tempo e di esperienza che maturerà attraverso le letture e il lavoro sul campo nella direzione dell'early algebra. Legga intanto a questo proposito La condivisione del quadro teorico con gli studenti.*

[8] *Mi rifaccio al punto (iv) del mio secondo commento: una domanda come "A chi piace di più" non è efficace; lo sarebbe invece una che chiedesse di argomentare perché non piace la prima scrittura.*

[9] *Sarebbe stato preferibile chiedere ad Alex di spiegare cosa intende con "le abbiamo praticamente invertite". Allude certamente alle due operazioni inversa l'una dell'altra, ma l'argomentazione è troppo povera. Si sarebbe potuto anche chiedere ad un compagno di aiutarlo.*

54. *Un po' per concludere una discussione forse sterile*[10] *e poco produttiva, ricapitoliamo insieme le due rappresentazioni utilizzate e chiedo di utilizzarle – insieme ad altre che eventualmente potrebbero trovare – per risolvere gli altri problemi lavorando a coppie.*

10 gennaio 2023, 3B: introduzione + problema mele

. .[11]

55. I: Facciamo finta di avere un amico straniero che non abita qui. Dove vive?
56. A: In Australia e si chiama Wilbur.
57. I: Ok. Abbiamo un amico australiano di nome Wilbur, che non capisce l'italiano, nemmeno l'inglese, né l'albanese, né il rumeno né la lingua dei segni. Però noi vogliamo che il nostro amico Wilbur possa riuscire a risolvere i nostri problemi, quindi potremmo usare…
58. Vari: Il matematichese!
59. I: E cosa prevede il linguaggio matematichese?
60. Vari: Numeri!
61. I: Certo, numeri. Adesso ne scrivo uno alla lavagna (4). Questo segno si capisce in albanese? Sììì! In rumeno? Sììì! In inglese? Sììì! (*mi rivolgo ai bambini stranieri*).
62. Rayan (Marocco): A me sembra che in arabo si scrive diverso.
63. I: Vero, in arabo si utilizza un segno diverso, però nel mondo quasi tutti capiscono questo segno (4), anche molti arabi!
64. Francesco: Anche in Puglia!
65. I: Ci sono altri segni tipici del matematichese?
66. Tutti: Il +, il -, l'=, il ×, il : e le parentesi, e le virgole e i punti.
67. I: Adesso vi faccio vedere una situazione, che è anche abbastanza semplice da risolvere. Però il vostro compito non è trovare la soluzione, ma rappresentarlo in modo che anche il nostro amico Wilbur in Australia possa capire cosa deve fare e quindi darci la soluzione. Il suo compito è risolvere[12], il vostro è fargli capire cosa deve fare.
68. Quindi noi lo scriviamo in matematichese?
69. I: Può essere una soluzione ottima!
70. I: *Legge il problema delle mele*. Come possiamo aiutare Wilbur a capire cosa deve fare?
71. Lavinia T: 46–15=numero misterioso.
72. I: Ci sono altri modi?
73. Carolina: 15+numero misterioso=46.
74. I: Carolina, prova a raccontarci perché hai proposto questa soluzione. Spieghi cos'è il 15, cos'è il numero misterioso e cos'è il 46.[13]
75. Carolina: Allora… il 15 sono le mele che aggiunge all'inizio Luisa, il 46 sono le mele che ci sono in tutto adesso e il numero misterioso è 25 mele che c'erano all'inizio.
76. Rayan: Non è 25! Lo posso dire io? Io so qual è il numero misterioso!
77. I: Non vogliamo sapere qual è il numero misterioso, ma se preferite possiamo calcolarlo, è facile.
78. Arion e altri: È 31, è facile.
79. I: Siamo tutti d'accordo che è 31? Vediamo: è vero che 31+15 è 46?
80. Tutti: Sì.
81. I: Ok, allora adesso sappiamo che il numero misterioso è 31, però noi continueremo a chiamarlo numero misterioso, non diciamo a Wilbur che abbiamo già scoperto tutto, ok?

---

[10] *La discussione non è stata affatto sterile, anzi, l'insegnante con le sue sollecitazioni ha permesso di affrontare (o per lo meno sfiorare) temi molto importanti. Lo ribadisco: una migliore conoscenza dei temi affrontati e una maggiore esperienza le permetteranno di seguire questa strada in modo più produttivo e per lei soddisfacente.*

[11] *Non commento gli interventi che seguono, che sono simili a quelli che ho commentato nel diario precedente.*

[12] *Qui accenno soltanto ad un punto molto delicato sul quale torneremo nel nostro prossimo incontro. Mi riferisco alle parole, riferite a Brioshi, "Il suo compito è risolvere". È vero, ma cosa risolve? Gli alunni rappresentano la situazione in linguaggio matematico e inviano la rappresentazione a Brioshi, ma in realtà lui non sa nulla del problema che quella frase rappresenta. Quindi: (a) gli alunni rappresentano il problema; (b) Brioshi risolve sì, ma non il problema, risolve un'equazione (in questo caso, un'equazione 'per gioco', vedi il Cap. V.5); (c) trova che il valore di n è 31, ma non sa a cosa si riferisca questo numero perché non conosce il problema; (d) sono gli alunni che riconoscono, ricevendo la soluzione dell'equazione, che 33 è il numero delle mele all'inizio.*

[13] *Ottima domanda perché conduce ad interpretare il significato della frase scritta in linguaggio matematico. Bisogna però guidare la classe a capire che (75) 15 non "sono le mele" ma è il numero delle mele, e lo stesso vale per gli altri numeri. Questo aspetto è molto importante per superare equivoci che emergono nella scuola secondaria.*

82. Vari: Sì.
83. Lavinia: Io avrei un'altra soluzione: praticamente invertiamo 15 e n. *Detta e l'insegnante scrive*:

n+15=46.

84. I: Prova a raccontarmi la storia, Lavinia.
85. Lavinia. Nel cesto ci sono delle mele.
86. I: C'è una parola che ci fa capire che ci sono mele, senza dirci con precisione quante sono?
87. Lavinia: Sì, è 'delle'.
88. I: Potremmo sostituire la parola 'delle' con la parola 'Numero misterioso'…[14]
89. *Gli alunni sono perplessi, poi rispondono di sì.*
90. Lavinia: Nel cesto c'è un numero misterioso di mele. Sì, funziona!
91. Francesco: Se capiamo qual è il numero misterioso, sappiamo quante erano prima le mele.
92. I: Credo tu abbia ragione… Lavinia vuoi completare la storia?
93. *Lavinia completa la storia mettendo n al posto di 'delle'.*
94. I: Secondo voi esistono altri modi per rappresentare questa situazione delle mele?[15] Finora abbiamo trovato il modo a (46–15 = n), il modo b (n+15=46). Ci sarà un modo c?
95. David: Magari la piramide?
96. Tutti: Si, la piramide!!
97. I: Chi vuole provare a spiegare?
98. *David non vuole.*
99. Carolina: Intanto disegno la piramide, poi metto in cima il 46.
100. I: Perché decidi in questo modo?
101. Carolina: Perché nel cesto ci sono 46 mele.
102. Arion: Perché 46 è il numero più grande!
103. I: Siamo certi che 46 sia il numero più grande in questa storia?
104. Carolina: Sì, perché è la somma degli altri due numeri, cioè 31 e 15, cioè le mele che aveva all'inizio e quelle che sono state aggiunte.
105. I: Quindi dove metto il 46?
106. Vari: In cima.
107. I: E il 15?
108. Vari: Sotto.
109. I: Da che parte?
110. A: Non importa, è la stessa cosa. Dall'altra metti n!
111. Gabriele: Però non puoi invertire i numeri con la cima.
112. I: Perché?
113. Gabriele: Perché dovresti fare meno: non puoi mettere il 15 in cima, e nemmeno il numero misterioso! In cima va sempre il più grande! Altrimenti la piramide non funziona.
114. *Consenso generale.*
115. *L'insegnante chiede ad Annie, americana, giunta da ottobre, di raccontare la storia: la aiuta finché si conclude dicendo*: "Ho un cestino con numero misterioso di mele, ne aggiungo 15 e adesso ne ho 46".
116. I: Perciò possiamo mandare a Wilbur questa rappresentazione: n+15=46? Riuscirà a risolverla?
117. Vari: Sì.
118. *L'insegnante presenta il lavoro dei 4 problemi. Lavorano a coppie.*

---

[14] *Come ho commentato all'inizio, l'insegnante tende ad essere troppo presente nella discussione attraverso un frequente scambio di domande-risposte già evidenziato nel mio secondo commento. Invito a leggere a questo proposito il termine '[Devoluzione](#)' nel Glossario; l'approfondimento di questo aspetto lo si trova nel capitolo che ho suggerito di leggere (Cap. I.3).*

[15] *Mi collego al mio commento 2-iv. Questa volta la domanda sugli 'altri modi' apre alla proposta di David (95) che introduce la piramide nella discussione. Mi limito ad osservare che, nel prosieguo dell'attività, questo riferimento ha sviato purtroppo l'attenzione dalla dualità* rappresentare/risolvere, *portando alla manipolazione dello strumento in modo molto creativo ma improprio. Non commenterò questa parte.*

11 gennaio 2023, 3A : problema di tipo B, altezza Nicolò[16]

---

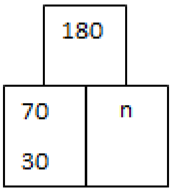
119. I: Vi ricordate il problema n.4?
120. Vari: Sì, parlava di Nicolò.
121. I: Bisognava scoprire quanto è alto Nicolò.
122. Alessandro: No, Alexi lo deve scoprire!
123. I: Siete riusciti a scrivere qualcosa per Alexi?
124. Gruppo: Sì.
125. I: È scritto in modo chiaro, secondo voi Alexi riuscirà a capire?
126. Gruppo: Sì.
127. I: Bene, vediamo le vostre proposte.
128. *Elena viene alla lavagna.*
129. I: Elena, raccontaci la storia di Nicolò.
130. Elena: Nicolò ha un tavolo alto 70 cm, poi ci mette sopra uno sgabello alto 30 cm, poi sullo sgabello ci sale lui.
131. I: Quindi se io immagino questa situazione vedo un tavolo, con sopra un sgabello con sopra Nicolò, giusto?
132. Elena: Sì.
133. I: Poi cosa succede?
134. Elena: Che si avvicina il papà di Nicolò e sono alti uguali.
135. I: È vero?
136. Vari: Sì.
137. I: Ok, cosa deve calcolare Alexi?
138. Elena: Quanto è alto Nicolò.
139. I: Non lo sappiamo?
140. Elena: No.
141. I: Bisogna fare un calcolo?[17]
142. Elena: Sì, ma io e Carlotta non lo abbiamo fatto perché non ci siamo arrivate.
143. *Vengono Jeremy e Gabriele che lo hanno fatto e provano a raccontarci questa situazione in modo un po' diverso.*
144. J: Nicolò deve… no: Nicolò prende un banco alto 70 cm.
145. I: Mi piaceva quando hai iniziato dicendo NICOLÒ DEVE, riuscireste tu e Gabriele a iniziare così?
146. G: Nicolò deve essere alto come suo papà.
147. Alex: NO, Nicolò VUOLE essere alto come suo papà.
148. J: Nicolò È alto come suo papà perché è salito sul banco alto 70 cm e poi sullo sgabello alto 30 cm.
149. G: Quindi è salito sopra 100 cm.
150. J: E adesso è alto come suo papà, 180 cm.
151. *Federico prende un banco, ci mette sopra una sedia e dice che Nicolò è la parte che rimane per arrivare a 180 cm.*
152. *Qualcuno dice 80 cm e verificano con il metro che Nicolò è molto piccolo.*
153. *Varie reazioni sorprese ma procedo velocemente, pur avendo lasciato loro l'opportunità di rendersi conto dell'altezza effettiva di Nicolò.*
154. I: Adesso però abbiamo scoperto alcune cose, ad esempio l'altezza di Nicolò, ma non vogliamo farle sapere ad Alexi!
155. Samu: Non dobbiamo nemmeno dirgli che abbiamo trovato 100 cm!
156. I: Hai ragione, Samu. Qualcuno è riuscito a trovare una maniera per far capire ad Alexi cosa deve trovare, senza però suggerirgli niente?
157. Alex: Piramide!
158. Alessandro: Non si può, perché ci sono tre numeri.
159. Gabri: Sì che si può!

---

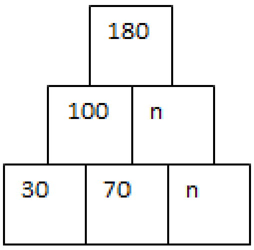
[16] Ho già espresso la mia perplessità sull'assegnamento del problema di Nicolò in questo contesto (riporto per i lettori il link al problema originale). L'attività descritta nel diario è comunque interessante, perché l'insegnante coinvolge molto la classe e gli alunni partecipano con argomentazioni pertinenti come quella di Gabri (185) o con perplessità giustificate (181, 195, 201); è interessante anche l'iniziativa di Federico di concretizzare la situazione (151) ma poi, dal (157) in poi, si perde il filo del discorso cercando di inventarsi un modo per forzare l'adattamento della piramide ai dati del problema. Andrebbe ribadito che l'attività con le piramidi ha le sue regole ben precise (numero di mattoni, loro disposizione, numero di piani, relazione additiva fra i numeri nei mattoni) che non si può modificare. O, meglio: si possono modificare ma, se lo si fa, bisogna capire che ci si sta muovendo in un ambiente del tutto diverso, dalle regole, oltretutto, molto imprecise.

[17] Non si tratta di fare un calcolo, ma di rappresentare.

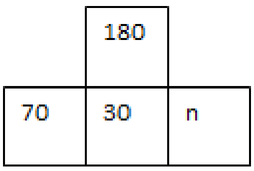
160. I: È davvero interessante questa questione, sono proprio curiosa di sapere cosa avete pensato, perché io stessa ho qualche dubbio.
161. *Gabriele che è ancora alla lavagna disegna così*:



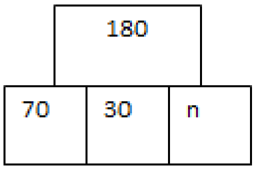
162. I: Riuscite a capire questa rappresentazione?
163. Vari: Mhh… no.
164. I: Osserviamo: ci sono tutti i dati: il 70 del tavolo, il 30 dello sgabello e il 180 che è stato messo in cima. Perché lo hanno messo in cima?
165. Gabriele: Perché è il numero più grande.
166. A: Perché è l'altezza più alta!
167. I: Quindi secondo voi è corretto quello che hanno scritto?
168. Vari: Si… No…
169. Alex: Io suggerisco di sommare il 70 e il 30, trovare il risultato e scriverlo nel primo mattoncino.
170. Samuele: Ma allora mettiamo 100, non possiamo metterlo noi, Alexi deve fare da solo, se no…
171. I: Samuele dice: noi non dobbiamo aiutare Alexi facendogli i calcoli, quello è un compito suo, noi dobbiamo solo presentargli la situazione in modo che poi si possa arrangiare.
172. Samuele: E se mettiamo la piramide con dentro 100 lo abbiamo aiutato e il problema è diventato facile.
173. I: Quindi siete d'accordo se non semplifichiamo le cose per Alexi?
174. Classe: SÌÌÌ!!!
175. I: Torniamo alla piramide: lasciamo quindi 30 e 70 in un unico mattoncino?
176. Vari: NO.
177. Alex: Bisognerebbe fare una piramide con quattro mattoni sotto!
178. Altri: No, con tre.
179. Gabriele: Posso provare a farla da 3? *Fa così*:



180. I: Cosa dite?
181. Vari: Ma è sbagliata! No, è anche giusta!
182. I: Osserviamo: ricordate che in cima dev'esserci la somma dei numeri sotto? È così?
183. Vari: Sì.
184. Samuele: Ma no, abbiamo messo 100, gli abbiamo già fatto un calcolo là!
185. Gabri: È sbagliata, perché se n è 80 (*vicino al 100, secondo piano*) dovrei mettere 80 anche sotto al posto dell'altro n, e 70+80 non fa 80. *Nel frattempo cancella n e scrive 80*.
186. I: Quindi, se vogliamo sostituire n con 80, la piramide viene sbagliata?
187. Vari: Sì!
188. I: Allora possiamo dire che la piramide disegnata così non funziona, siete d'accordo?
189. Classe: Sì.
190. *Samuele vuole provare e viene alla lavagna. Disegna così:*



191. *Nessuno dice niente.*
192. I: Potrebbe essere corretta?
193. Classe: Sì… No…
194. I: Perché no?
195. Federico: In realtà è giusta dentro, ma fuori no!
196. I: Mi piace questa tua spiegazione Federico, cosa intendi? Cominciamo a capire il 'dentro'.
197. F: Che 70+30 fa 100, se n è 80, si arriva a 180.
198. I: 'Dentro' quindi è corretta, cosa diciamo del 'fuori'?
199. F: Che ha una forma strana.
200. I: Cosa dovremmo fare perché non risulti strana?
201. Artem: Non si può.
202. Gabri: Bisognerebbe fare i mattoni sotto più piccoli.
203. *La classe non interviene*.
204. I: Vediamo se ho capito, provo a proporvi questa cosa: anziché fare i mattoni sotto più piccoli, posso fare quello sopra più grande in modo che prenda dentro tutti e tre i mattoni sotto? *Cancello e ingrandisco il mattone sopra.* A me piace così, a voi?



205. Federico: A me no, perché non si fanno piramidi con tre mattoni sotto.
206. Altri: Sììì, è bella così!
207. I: Alexi capirebbe cosa deve fare vedendo la piramide di Samu?
208. Alex: Si, ma bisogna spiegargli come funzionano le piramidi perché lui non lo sa!
209. I: Hai ragione Alex! Diciamo che Alexi sa come funzionano le piramidi. Vedendo la nostra piramide con tre mattoni sotto, riuscirebbe a trovare il valore di n?
210. Classe: Sììì.
211. Artem: No, non si può.
212. I: A dirvi la verità ho anch'io dei dubbi, lo chiederemo allo scienziato esperto di piramidi, che tra qualche settimana verrà nella nostra classe.[18] A me questa piramide piace molto perché dentro è giusta, fuori non sono sicura che funzioni, ma se io fossi Alexi, e sapessi come funzionano le piramidi, credo che riuscirei a risolvere la situazione.
213. Jeremy: Io vorrei provare senza piramide.[19]
214. I: Bene, lasciamo stare la piramide per ora, proviamo a vedere la soluzione dove compare il numero misterioso all'interno di un calcolo. Qualcuno l'aveva scritto? Viene Artem che scrive:

180=n+70+30

215. Artem: È giusta!
216. I: Perché è corretta Artem?
217. Artem: Perché 70+30 è 100 e si lascia solo n che è 80.
218. I: Qualcuno ha in mente qualcos'altro?
219. Gabriele: Basterebbe spostare i numeri.
220. Alessandro: Allora ci sono tante soluzioni
221. *Samu viene alla lavagna e scrive*:

n+70+30=180

222. Sofia: Forse si potrebbe fare anche con il meno.
223. Amelie: Non si può fare.
224. Altri: Ma sì che si può fare!
225. I: Quindi si potrebbe provare a fare una sottrazione...

[18] *Divagazioni sul tema, chi è, come si chiama, quando viene... È IMMAGINARIO… Mi sento un Tutankamen…*
[19] *Bravo Jeremy che riporta l'attenzione della classe 'sulla retta via' e apre la strada alla pluralità di rappresentazioni che si aspettava l'insegnante.*

226. *Gabriele vuole venire alla lavagna: e inizia a scrivere 180 – n poi si ferma. Suggerisco di pensare alla bilancia, poi scrive (!!!):*

180–n=70+30

227. Samu: No, non ha scritto tutto meno.
228. Sofia: Non ho detto che doveva scrivere solo meno.
229. I: Ma il calcolo è corretto?
230. Fede: Sì, perché 180–n è 100, quindi possiamo trovare facilmente 80!
231. I: Proviamo:

180–80=70+30

232. I: È corretto?
233. Vari: Sì.
234. Carlotta: Io vorrei provare, ma la mia soluzione è molto semplice[20] (*rammaricandosi*).
235. I: Le soluzioni semplici sono le migliori! Coraggio, facci vedere.
236. Carlotta scrive:

180+70+30=n

237. I: Chi vuole dire qualcosa?
238. *Un coro di Io! Io! Io!*
239. I: Carlotta scegli tu.
240. *Carlotta sceglie Gabriele.*
241. I: Gabriele, devi far finta di essere Alexi, ricorda.
242. Gabriele: 180+70 va già sopra il 200, poi aggiunge 30 e arriva a… 280.
243. I: In questo momento Alexi dice: bene, ho risolto il problema, la risposta è 280.
244. Vari: No, non è la nostra soluzione!!!
245. I: Quanto è 280 cm?
246. Artem: Il più alto uomo al mondo è 272 cm.
247. I: Quindi la risposta alla nostra domanda 'Quanto è alto Nicolò?' Potrebbe essere 280 cm?
248. Classe: No.
249. Carlotta (*ride*): Io credo che Nicolò è più piccolo, molto più piccolo.
250. I: Quindi, Carlotta, Alexi ha sbagliato il calcolo?
251. *Carlotta ci pensa.*
252. Alex: No, il calcolo era giusto, è stata Carlotta a farglielo fare sbagliato!
253. *Chiara scrive*:

180–70–30=n

254. Vari: Sì, è giusto!
255. *Samuele scrive*:

180–30–n=70

256. I: Prova a raccontare la storia, Samu, seguendo proprio l'ordine in cui hai scritto i termini del tuo calcolo.
257. Samu: Abbiamo il papà che è alto 180, Nicolò vuole raggiungere la sua altezza, quindi prende uno sgabello… *non sa come procedere.*
258. I: Cos'è 180?
259. Samu: Il papà. Oppure anche il Nicolò col tavolo e con lo sgabello.
260. I: Riprova.
261. S: Nicolò, visto che è riuscito a raggiungere l'altezza del papà, cioè 180 cm, prima toglie lo sgabello, poi si toglie lui e infine rimane solo il banco che è 70.
262. I: Invece questa tua soluzione (180–70–30=n), come la racconteresti Chiara?
263. Chiara: Ci sono le tre cose in fila, il tavolo, lo sgabello e Nicolò, prima toglie il tavolo, poi lo sgabello e poi rimane lui che è il numero misterioso.

---

[20] *Sarebbe stato interessante chiedere a Carlotta in che senso ritiene la sua soluzione 'semplice' rispetto alle altre. Forse perché non ha sottrazioni, viste come operazioni più 'difficili'? O perché n è da sola a destra dell'uguale mentre nelle altre frasi è sempre mescolata ad altri numeri? Sono queste le riflessioni, indubbiamente più complesse da gestire, ma più efficaci per formare competenze solide, che vanno stimolate mentre si interpretano delle scritture in linguaggio matematico.*

264. *Discutono sull'opportunità di togliere prima lo sgabello, per evitare rovinose cadute, ma faccio notare che non è quello l'ordine della sottrazione, invitandoli a rimanere in un ambito strettamente 'teorico'.*
265. I: Poco fa, girando tra i banchi, ho visto che qualcuno aveva fatto dei disegni…
266. *Amelie viene alla lavagna e disegna un tavolo con sopra uno sgabello con sopra un bambino.*[21]
267. I: È necessario mettere anche i numeri per Alexi oppure può trovare la soluzione osservando semplicemente il disegno?
268. Amelie: Eh no, senza numeri non può fare niente! Scrive 70 vicino al tavolo, 30 vicino allo sgabello e n vicino a Nicolò
269. *Tutti condividono*.
270. *Riassumo rapidamente le varie soluzioni e concludiamo l'attività, che è durata circa 40 minuti.*

[21] *Sarebbe stato importante chiedere ad Amelie di inserire nel suo disegno anche l'altezza del padre. Si sarebbe potuto evidenziare graficamente, in questo modo, l'uguaglianza fra le altezze. Riporto il disegno del problema originale al quale questo di Amelie avrebbe potuto assomigliare:*