
Commenti Insegnante di classe
Commenti Giancarlo Navarra

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe terza D è costituita da 18 alunni: classe eterogenea con due bambine diversamente abili e una bambina di nuova immigrazione. Nella classe è presente una bambina con difficoltà in fase di accertamento. In relazione alle prove in ingresso per la classe III (prove Q1 Vata) la classe ha riscontrato nella prova numerica un 20% di risultati insufficienti, 53,5% di adeguati e 26,7% di buoni. La classe è composta da bambini che hanno affrontato attività ArAl dalla scuola dell'infanzia e da altri che hanno approcciato la metodologia in classe prima con le successioni e poi con l'introduzione dell'incognita. Durante il primo quadrimestre, con l'intervento in classe del professor Navarra e successive lezioni dell'insegnante di classe, sono stati consolidati i concetti di: differenze tra linguaggio naturale e linguaggio matematico, forma canonica e non canonica di un numero, differenza tra risolvere e rappresentare. Sono stati tradotti per Brioshi semplici problemi.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: l'insegnante propone alla classe un problema per step. Presenta prima la richiesta A1, poi A2 ed infine A3.

Problema estrapolato da "Curricolo di matematica (primaria e secondaria di I grado) nella prospettiva di un approccio precoce all'algebra"

Terza primaria

1) Il percorso di una corsa ciclistica è di 220 chilometri. A Cristian mancano al traguardo 85 chilometri.

(A1) Quanti chilometri ha percorso sinora?

(A2) Quali sono le operazioni con cui calcoli il numero dei chilometri che ha percorso Cristian?

(B) Rappresenta la situazione in modo che Brioshi possa calcolare il numero dei chilometri percorsi da Cristian.

. .[1]

1. *Lettura collettiva del problema. Giorgia legge il problema a voce alta:*

Terza primaria

1) Il percorso di una corsa ciclistica è di 220 chilometri. A Cristian mancano al traguardo 85 chilometri.

(A1) Quanti chilometri ha percorso sinora?

2. I: Chi riesce a rispondere alla domanda?
3. Melvina: Ma dobbiamo risolvere o rappresentare?
4. I: Perché Melvina mi chiedi se dobbiamo risolvere o rappresentare?

---

[1] *Commento preliminare, rivolto soprattutto i docenti che leggeranno il diario: va tenuto presente che la classe è un terza primaria, quindi il linguaggio usato può essere certamente migliorabile, come pure l'autonomia degli alunni ma, a parte questo, fa capire che gli alunni di questa classe cominciano a possedere delle competenze molto importanti che cercherò di evidenziare attraverso i prossimi commenti. Questo diario è un buon esempio di sviluppo del* balbettio algebrico, *riferito non soltanto al linguaggio matematico ma anche alla capacità degli alunni di* parlare di concetti matematici, *in particolare, di confrontarsi con la dualità risolvere/rappresentare. Per suggerire degli approfondimenti userò d'ora in poi la sigla NAV per indicare:* Navarra G.. (2022). *Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruoli dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante.* Collana Convergenze. Utet Università. Milano.

5. Melvina: Perchè c'è la registrazione[2].
6. I: Melvina, anzi tutti. Rileggiamo il problema e vediamo cosa dobbiamo fare.
7. *Giorgia legge il problema a voce alta.*
8. Giorgia: Secondo me si risolve.
9. Niccolò: Io lo so.
10. Bernardo: Vedrai, è facile. Lo so anche io.
11. I: Giorgia dice che si risolve, proviamo a spiegare perché secondo voi si risolve.[3]
12. Niccolò: Devo risponde alla domanda, quando c'è Brioshi non c'è la domanda[4].
13. I: Dobbiamo rispondere alla domanda, va bene. Chi vuole rispondere.
14. Francesco: 135.
15. I: Francy, proviamo a fare una frase.
16. Francesco: 135 è il numero dei chilometri che ha fatto.
17. I: Bene. Ora andiamo avanti.[5]
18. *Si presenta il problema con il secondo step.*

Terza primaria

Curricolo di matematica

1) Il percorso di una corsa ciclistica è di 220 chilometri. A Cristian mancano al traguardo 85 chilometri.

(A1) Quanti chilometri ha percorso sinora?

(A2) Quali sono le operazioni con cui calcoli il numero dei chilometri che ha percorso Cristian?

ArAl

19. I: Leggiamo lì accanto a dove è scritto A2, Carlo leggi?[6]
20. *Carlo legge.*
21. I: Quindi Carlo, quali sono le operazioni con cui possiamo calcolare il numero dei chilometri?
22. Joseph: Addizione.
23. Niccolò: Macché dici, si fa con il meno.
24. I: Nicco spiegalo meglio. Magari Joseph non ha capito.[7]
25. Niccolò: 220–85.

---

[2] *Melvina si riferisce al fatto che prima dell'inizio della lezione ho detto ai bambini di parlare a voce alta perché stavo registrando. La bambina deve aver collegato la registrazione alla traduzione dei problemi in linguaggio matematico, cosa avvenute in lezioni precedenti.*

[3] *Buona domanda. Unica riflessione a proposito del 'perché': forse converrebbe porre una domanda più 'indirizzante' del tipo "Da cosa capite che si risolve?"*

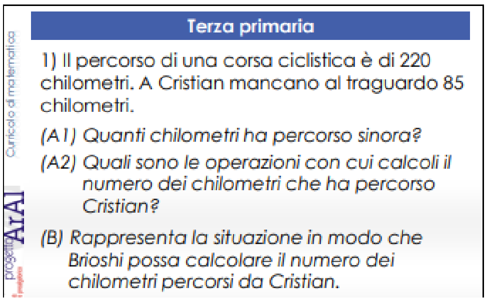
[4] *Frase non ben argomentata. Ho capito quello che voleva dire il bambino; cioè che quando, solitamente, traduciamo per Brioshi il testo problematico non ha la domanda; quindi non ho chiesto di esplicitare meglio il suo pensiero. Magari avrei potuto dire di spiegare meglio ai suoi compagni che non avevano capito. L'insegnante ha ragione. L'osservazione di Niccolò è formulata in modo naif ma potrebbe costituire una base molto efficace per guidare la classe ad approfondire le riflessioni sulla dualità 'risolvere/rappresentare'.*

[5] *Episodio 6-17: emerge una differenza fra due tipi di atteggiamenti degli alunni: Giorgia (8) individua, all'interno della dualità 'risolvere/rappresentare', la categoria 'risolvere'; valuta, interpretando la consegna, la tipologia alla quale appartiene il problema: si colloca ad un livello metacognitivo. Niccolò (9) e Bernardo (10) si collocano invece ad un livello cognitivo: "Io so rispondere". Prima o poi, quando l'insegnante lo riterrà opportuno (ormai il prossimo anno), sarà importante far cogliere la differenza fra questi due livelli. Un altro aspetto riguarda la conclusione (17): anche qui, prima di 'andare avanti', suggerisco di introdurre una domanda del tipo "Che differenza c'è tra la risposta di Francesco (14) e quella di Francesco (16)? L'obiettivo è quello di rendere gli alunni consapevoli che non devono aspettare che sia ogni volta l'insegnante a porre la richiesta di una maggiore completezza (15), ma che devono essere loro stessi, autonomamente, a sapere come organizzare la risposta. Faccio riferimento qui al concetto di* devoluzione *(NAV, II.2 II.1 Devolvere agli alunni attività che portano alla progressiva costruzione del linguaggio algebrico).*

[6] *Cerco di coinvolgere nella lettura dei testi i bambini che solitamente intervengono raramente anche se stimolati. Una delle difficoltà maggiori che riscontro è quella di coinvolgere tutti bambini in egual modo. Spesso, non solo in questa lezione, mi ritrovo a parlare sempre con gli stessi bambini.*

[7] *Avrei potuto chiedere a Niccolò di provare a fare una frase strutturata meglio, suggerendogli magari di utilizzare un maggior numero di parole per spiegare al compagno cosa è 220 e 85. Concordo. È necessario, come nell'episodio precedente, che gli alunni capiscano da soli che una frase come (23): "Si fa con il meno" è troppo 'rudimentale' rispetto alla qualità di ciò che stanno facendo. Il riferimento teorico è lo stesso del commento 5: la* devoluzione.

26. I: Joseph hai capito?[8]
27. Joseph: Sì.
28. S*i presenta il problema con il secondo step.*



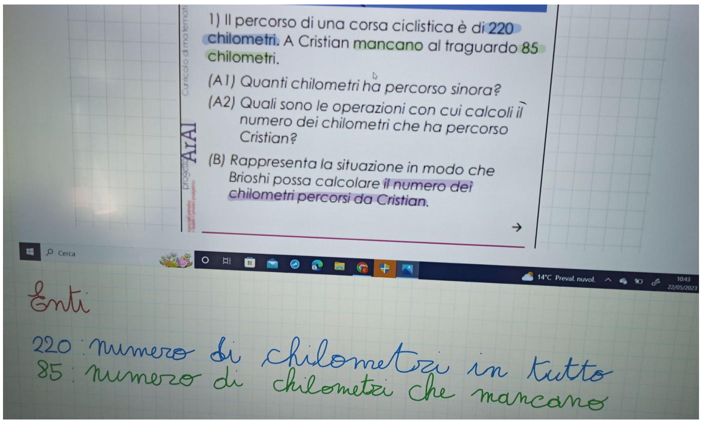
29. Melvina: Ora dobbiamo rappresentare.
30. I: Brava Melvina, continua.
31. Melvina: Sì, ho detto che ora non si calcola più.
32. I: Quindi, cosa dobbiamo fare?
33. Melvina: Trovare gli enti e dire che sono. [9]
34. I: Chi vuole aiutare Melvina?
35. Niccolò: Prima evidenzio 220 poi 85 e poi…
36. Francesco: 135 non c'è quindi non va scritto.
37. I: Francesco continua.
38. Francesco: 135 lo deve trovare Brioshi quindi è la lettera.[10]
39. I: Proviamo ad andare per ordine. *(L'insegnante sottolinea gli enti alla lavagna).* Cos'è 220?
40. Niccolò: 220 è il numero dei chilometri che fa Cristian in tutto.
41. Bernardo: 85 sono quelli che gli mancano.
42. I: Va bene, Bernardo prova a spiegarlo meglio.
43. Bernardo: 85 sono i chilometri che non ha fatto.
44. I: Aiutiamo Bernardo a dire meglio questa frase?
45. Niccolò: 85 è il numero di chilometri che mancano a Cristian per finire la corsa.
46. I: Giusto, Nicco. È il numero di chilometri… che mancano.[11] Nicco vieni alla lavagna. Sottolinea gli enti e scrivi quello che abbiamo detto.

[8] *La domanda è scontata e avrei dovuto aspettarmi un "Sì" come risposta. Avrei potuto fare una domanda diversa, chiedendo a Joseph di provare lui a spiegare che cosa fossero 220 e 85. Sì, e soprattutto cos'è 220-85. Anche questo è un aspetto fondamentale dell'ambiente che state esplorando: è sì importante che gli alunni sappiano spiegare cosa sono gli enti, ma è importante che sappiano spiegare anche qual è il nome della relazione che li collega (la differenza fra 220 e 85 esprime una relazione additiva).*

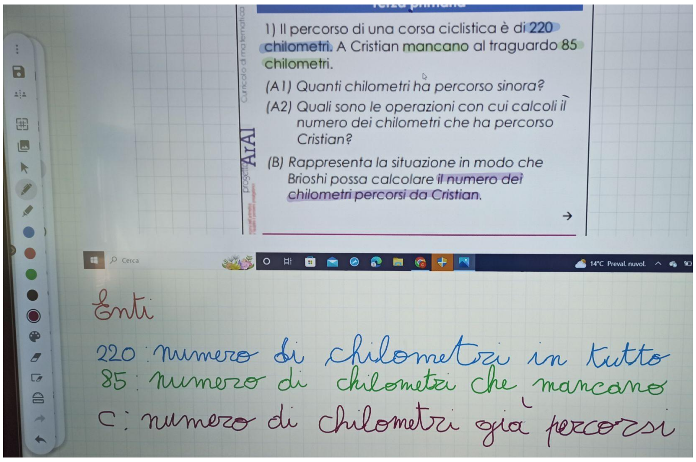
[9] *Avrei dovuto portare la classe a riflettere subito sull'importanza della ricerca degli enti anche nella fase risolutiva. Mi sono lasciata guidare da loro perché la direzione che avevano preso era corretta. Se avessero avuto difficoltà nella risoluzione magari avrei pensato subito di parafrasare la situazione problematica.*

[10] *Potevo chiedere a Francesco di esprimersi meglio. Durante la lezione in classe mi concentro su quello che vorrei facessero e certe volte faccio fatica ad aiutarli a formalizzare meglio i loro pensieri. Esprimo un'ipotesi: forse, in questo momento, l'insegnante non ha chiaro dove voglia condurre gli alunni. Si concentra infatti sugli enti dimenticando, quasi l'importanza delle relazioni fra gli enti. Ribadisco comunque quello che ho detto nel mio primo commento al diario: la classe è una terza, e le competenze che l'insegnante sta costruendo sono* alte e complesse da gestire*, sia per gli alunni che per lei, e richiedono tempi adeguati per 'stabilizzarsi'. Quindi le difficoltà che lei rileva nei suoi commenti sono del tutto comprensibili.*

[11] *Avrei potuto chiedere a Bernardo di ripetere nuovamente la frase completa e far venire lui alla lavagna al posto di Niccolò.*



47. Niccolò: 220 è il numero di chilometri in tutto della corsa e 85 è il numero di chilometri che mancano a Cristian per finire la gara.
48. I: Bene… Adesso cosa possiamo scrivere? Dila vuoi provare?
49. Dila: Manca il numero nascosto.[12]
50. I: Aiutiamo Dila.
51. Francesco: Il numero nascosto è 135… cioè noi non lo dobbiamo sapere che è 135. A Brioshi non glielo dobbiamo dire.
52. I: Come facciamo a non dirglielo?
53. Niccolò: Usiamo la *c*.
54. I: Cosa vuoi dire Nicco?
55. Niccolò: La *c* è per dire il numero di chilometri che ha già fatto Cristian.



56. I: Adesso dobbiamo rappresentare per Brioshi la situazione. Proviamo a raccontare con altre parole il problema ma dando importanza ai numeri.
57. Melvina: C'è Cristian che in tutto deve fare 220 chilometri e li fa prima un numero di chilometri nascosto e poi 85.
58. I: Bravissima, proviamo a spiegarlo meglio, cos'è 220?[13]
59. Niccolò: 220 è 85 più 135[14]

---

[12] *Sospetto che la bambina abbia detto numero nascosto perché ormai quando rappresentiamo per Brioshi i bambini hanno automatizzato il fatto che trovano sempre l'incognita. Invece di chiedere aiuto agli altri bambini avrei potuto insistere con Dila per capire.*

[13] *Ho anticipato i loro ragionamenti suggerendo la direzione che avevo io in testa.*

[14] *Spesso, quando prima di tradurre il problema in linguaggio matematico risolviamo la situazione problematica, i bambini dimenticano la consegna "Traduci in modo che Brioshi possa calcolare il numero dei chilometri…" . Questo avviene in maniera minore se i bambini traducono subito senza risolverlo prima. Le situazioni problematiche come quella proposta in questo caso, in cui si chiede prima di risolvere e poi di rappresentare, sono funzionali alla fase iniziale in cui si introduce la differenza fra le due consegne, per far capire che: quando si chiede di risolvere, risolve*

60. I: Bravo Nicco, scriviamo questa frase e cerchiamo di tradurla in linguaggio matematico.

220 è 135 + 85

61. Melvina: ma non abbiamo usato la *c*.
62. Francesco: Brioshi non fa niente così.
63. I: Qual era il dato[15] che doveva scoprire Brioshi?
64. Francesco: 135.
65. I: Francy, proviamo a fare una bella frase. Usiamo tante parole.
66. Francesco: Brioshi deve scoprire quanti chilometri ha già fatto Cristiano, 135 non va lì.
67. Giorgia: È la *c*.
68. I: Aiutiamo Giorgia.
69. Niccolò: Al posto del 135 metto la *c* perché è il numero nascosto.
70. I: Va bene, scrivi Nicco.

220 è c + 85

71. I: Per poterlo mandare a Brioshi manca qualcosa, chi vede cosa manca? Anna vuoi provare?
72. Anna: È che la "è" non va bene.
73. I: Cosa significa questa "è"?
74. Niccolò: È la forma non canonica.
75. I: Non ho capito Nicco, me lo spieghi meglio?
76. Niccolò: 220 è canonica e 135 più 85 è la forma non canonica.
77. I: Attento Nicco, non dobbiamo usare 135[16].
78. Francesco: È uguale, 220 è uguale a *c* più 85.
79. I: Molto bene, Nicco scrivi quello che ha detto Francy.

220 = c + 85

80. I: Bravissimi. Ora ho bisogno di un bambino che legga bene questa traduzione. Anna, vuoi provare?
81. Anna: 220 è uguale a *c* più 85.
82. I: Mi sono spiegata male, vorrei che mentre leggete la frase provaste a dirmi anche cosa sono i numeri… mele, pere. Cosa sono?
83. Bernardo: 220 è il numero di chilometri della gara.
84. Melvina: *c* è il numero di chilometri che ha fatto Cristiano e 85 è quello dei chilometri che deve fare.
85. I: Bene, abbiamo riletto gli enti. Ma ora dobbiamo leggere la traduzione per Brioshi e anche gli enti, tutto insieme.
86. Niccolò: 220 che è il numero di chilometri della gara è uguale a *c* che è il numero dei chilometri fatti e quello di quelli che deve fare.
87. I: Bravo Nicco, ma che significa *c* è il numero dei chilometri fatti e quello di quelli che deve fare"? Cos'è quell'*e* nella nostra traduzione? "
88. Francesco. È il più.
89. I: E io quando utilizzo il più cosa sto facendo?
90. Bernardo: L'addizione
91. I: Sì, l'operazione è l'addizione… ma che cos'è *c* più 135.

---

l'alunno, quando si chiede di rappresentare è Brioshi che risolve. Sono d'accordo di passare poi a problemi che chiedono di rappresentare per Brioshi.

[15] *L'utilizzo della parola 'enti' non è stata ancora automatizzata. L'insegnante non si preoccupi, c'è tempo per farlo. Intanto il percorso è stato intrapreso.*

[16] *Più che soffermarmi sul fatto che Niccolò avesse utilizzato 135 per esprimere il numero di chilometri fatti da Cristiano, forse avrei potuto insistere sulla relazione tra gli enti che Nicco voleva esprimere. Sono d'accordo. Mi sembra che nell'intervento (76) di Niccolò ci sia l'idea dell'uguaglianza fra due rappresentazioni differenti (canonica e non canonica) dello stesso numero: questa è proprio l'essenza del concetto che si desidera che gli alunni conquistino.*

92. Francesco: È la somma.
93. I: Bravo Francy. Ora, utilizzando questa parola, proviamo nuovamente a leggerlo.
94. Francesco: 220 è uguale alla somma tra *c* e 135.
95. I: Molto bravi.[17]

[17] *L'ultima parte della lezione è stata svolta con difficoltà. Non riuscivo a spiegarmi bene. Infatti i miei interventi sono stati numerosi e spesso c'è stato un botta e risposta tra me e loro. Avrei inoltre potuto far ripetere la frase a Francesco e a Niccolò in modo completo ed invece mi sono accontentata del fatto che alla fine avessero compreso cosa chiedessi loro. La difficoltà espressa dall'insegnante si collega a quanto ho scritto in un commento precedente: sarà necessario lavorare sulla* *<u>traduzione delle relazioni</u>* *(suggerisco la lettura di NAV, IV.4 Promuovere la riflessione sui linguaggi e la traduzione fra linguaggio naturale e linguaggi della matematica e viceversa). Comunque concordo che gli alunni sono stati molto bravi, e anche l'insegnante sta facendo un ottimo lavoro. L'episodio 58-95, con i suoi continui passaggi fra linguaggio naturale e matematico, è realmente ben guidato. Sintetizzo i passi essenziali, che mostrano come prenda lentamente corpo una 'equazione ibrida' verso la conquista di un''equazione per gioco':*
(59) 220 è 85 più 135
(60) 220 è 135+85
(69) Al posto del 135 metto la c perché è il numero nascosto.
(70) 22 è c+85
(78) 220 è uguale a c più 85
(79) 220=c+85.
Ricordo che il concetto di 'equazione ibrida', coniato dal ricercatore J. T. Da Rocha Falcão, rappresenta una fase di transizione, più o meno lunga, verso la conquista di quelle che chiamiamo 'equazioni per gioco': in questa fase alunni giovani possono far coesistere nelle loro rappresentazioni di situazioni problematiche (come in questo caso) linguaggio naturale, linguaggio iconico e operatori formali matematici. Naturalmente le equazioni per gioco non vengono poi manipolate dagli alunni in modo algebrico, in quanto il loro scopo è di servire soltanto da guida nell'individuazione delle operazioni aritmetiche da eseguire. Costituiscono la parte finale dell'impostazione metodologica che abitua prima a rappresentare *il problema, e poi a* risolverlo.