

6 aprile 2023

Commenti dell'insegnante di classe

Commenti di Navarra

Commenti di Maria Grazia Della Picca

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 1D è composta da 24 alunni, con un'alunna certificata, due alunne DSA, 2 alunni non italofofoni e altri due alunni con difficoltà linguistiche. La classe in generale tende a fare confusione anche nelle normali attività scolastiche e non riesce a seguire le regole di comportamento basilari tipiche di un gruppo classe (rispetto del proprio turno per parlare, scarso ascolto reciproco, commenti su ciò che dicono gli altri), ma risulta attiva e partecipa nelle attività proposte.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: La classe ha già affrontato l'unità della bilancia nella prima parte dell'anno e con Giancarlo Navarra ha lavorato in presenza sulla rappresentazione di enti sconosciuti. Nell'attività preliminare che ho deciso di proporre agli studenti ho fatto uso, un po' come fosse un allenamento, delle traduzioni in linguaggio matematico di un numero espresso con una definizione procedurale, come proposto nel materiale A2 all'interno della sezione "Competenze e problemi" del sito progettoaral.it. Il mio obiettivo finale era affrontare nelle lezioni successive due problemi. Il primo l'ho considerato propedeutico al secondo ed entrambi mirano a rappresentare le età mediante un approccio con la variabile. Con il secondo problema si mira ad esprimere gli enti sconosciuti nel testo mediante due variabili, avviandosi verso lo sviluppo di un sistema a due equazioni in due incognite.

IL PROBLEMA: Il primo è così formulato: "A ogni compleanno, la nonna regala a Mario una somma di denaro in euro uguale a 5 volte l'età che compie. Quest'anno, oltre al solito regalo, la nonna dà a Mario 10€ in più. Se N è il numero di anni che Mario compie quest'anno, quali delle seguenti formule esprime la somma ricevuta da Mario?" seguono quattro alternative. Il problema è un test INVALSI del 2012 per il grado 6, ma ho deciso di lasciare il testo inalterato e riformulare la domanda come segue: Se N è il numero di anni che Mario compie quest'anno, come rappresenti la somma di denaro ricevuta da Mario?

Il secondo problema, invece, è il seguente: "Dimmi, Camilla, quanti anni hanno i tuoi nonni? Posso dirti che se addiziono le loro età, trovo 132. Dammi ancora un'informazione in più. Mio nonno ha 6 anni in più di mia nonna. (Il problema prosegue, ma io interrompo con la seguente richiesta:) Come rappresenti le età dei nonni di Camilla?" Tratto da un problema del rally matematico del 2003 per grado 3-4.

1. L'insegnante legge alla classe il testo del primo problema, facendo un esempio, ovvero per la frase "la nonna regala a Mario una somma di denaro in euro uguale a 5 volte l'età che compie" l'insegnante dice che se Mario compie due anni, la nonna gli darà 10€ e la classe su questo risulta concorde.¹
2. I: Iniziate ognuno per conto proprio e poi ne discutiamo insieme. La discussione è tra voi, io scrivo alla lavagna quello che mi dite, mi raccomando non alzate la voce, alzate le mani per parlare e non vi sovrapponetevi, altrimenti non si capisce niente.
3. Irene: $N \cdot 5 + 10$.
4. Alessio: Ah, io l'avevo messo tra parentesi, però, vabbè... $(N \cdot 5) + 10$.
5. Emma: sennò anche $10 + N \cdot 5$.
6. Irene: Allora anche $10 + (N \cdot 5)$.
7. Thomas: Ma le parentesi non servono a niente.
8. I: Se scrivo $N \cdot 5$ o $5 \cdot N$ cambia qualcosa?
9. Classe: No.
10. Alla lavagna sono elencate alcune alternative possibili:

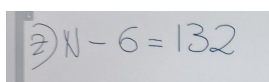
$N \cdot 5 + 10$	$(N \cdot 5) + 10$	$10 + N \cdot 5$	$10 + (N \cdot 5)$	$(5 \cdot N) + 10$
------------------	--------------------	------------------	--------------------	--------------------

11. I: Ammettiamo che la nonna li regali a voi questi soldi, quanti anni fate voi?

12. Classe: 12!

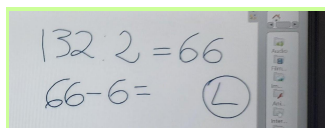
¹ Quando l'insegnante propone un problema di una certa complessità dovrebbe consegnarlo senza intervenire; se lo fa dà l'impressione che ritiene che, senza l'aiuto, la classe non saprebbe come comportarsi. Ma allora, forse, sarebbe più opportuno scomporre il problema in sottoproblemi prima di proporlo, in modo da dare agli alunni la possibilità di conquistare autonomamente quella certa competenza, in questo caso la relazione fra due variabili.

13. I: Ok, allora sar ...
14. Classe: $12 \cdot 5 + 0$.
15. I: Quindi quanto ricevete?
16. Irene: Eh $12 \cdot 5$   60 pi  10   70   (seguono commenti della classe sulla cifra cos  alta per il compleanno).
17. I: Va bene. Andiamo avanti, vediamo qualcos'altro.² (Alla lavagna scrivo il testo del secondo problema e chiedo di rappresentare per Brioshi quanto richiesto). Vi ricordo che Brioshi conosce solo il linguaggio matematico, non dobbiamo mandare la soluzione al vostro amico Brioshi, lui se la deve vedere da solo per la risoluzione. Pensateci un po'...
18. Irene: Io l'ho fatto, ma non so se ho fatto bene.
19. Thomas: Prof, la mia non ha molto senso per .
20. Francesco: Ma ci devo mettere anche un'operazione in base a quel testo?
21. I: Rappresentate come pensate che sia meglio e poi si discute insieme.
22. C'  abbastanza fermento e facendo un giro tra i banchi mi rendo conto che alcuni hanno scritto una serie di operazioni. Alzano le mani ed io cedo la parola a turno.
23. Zakaria: n... (non prosegue, sembra molto incerto).
24. I: Che cosa hai scritto sul tuo quaderno? Lo puoi leggere?
25. Zakaria: Io ho scritto $n - 6 = 132$ ma ora non mi torna.



$$\ni n - 6 = 132$$

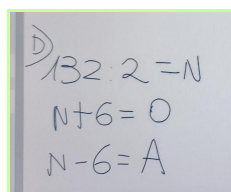
26. Thomas: Ma com'  possibile?
27. Leonard: Io ho fatto $132 : 2$ e mi viene 66.
28. I: Allora cosa devo scrivere dopo $132 : 2$?
29. Leonard: Uguale 66.
30. Alla lavagna compare quindi $132 : 2 = 66$.
31. Francesco: Non devi dare le operazioni, devi dire le lettere.³
32. Leonard: E poi ho fatto $66 - 6$ che   l'et  della nonna e 66   l'et  del nonno.
33. Tanti commenti incomprensibili tra di loro.



$$132 : 2 = 66$$

$$66 - 6 = (L)$$

34. Dunia: Io ho fatto $132 : 2 = n$ e poi ho fatto $n + 6 = 0$ e poi $n - 6 = a$.

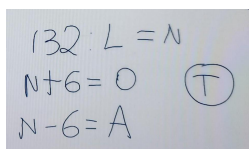


$$\begin{aligned} D) & 132 : 2 = n \\ & n + 6 = 0 \\ & n - 6 = A \end{aligned}$$

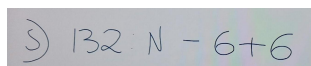
35. Thomas: Io ho fatto 132 diviso un numero sconosciuto.
36. I: Che cosa scrivo?
37. Thomas: Punto interrogativo (alla lavagna scrivo $132 : ?$ Lui continua "uguale n e poi $n + 6$ e $n - 6$ come li. Alla lavagna si legge la scrittura $132 : ? = n$).
38. I: Cos ? Scrivo alla lavagna $n + 6$ e sotto $n - 6$.
39. Thomas: No, come aveva detto Dunia.

² Credo che l'insegnante abbia abbandonato le scritte alla LIM troppo presto. Sarebbe stato importante soffermarsi a riflettere sulla loro struttura. Per esempio: sull'opportunit /necessit  delle parentesi: sono opportune? Sono necessarie? Che differenza potrebbe esserci tra l'inserirle o meno? In questo modo si supererebbe l'atteggiamento di 'indifferenza' (espresso per esempio da Ennio (4) "Ah, vabbe"). Oppure: che differenza c'  fra $N \times 5 + 10$ e $10 + N \times 5$? La riflessione comune farebbe riemergere la propriet  commutativa. Consiglio di non glissare nemmeno su ' $N \times 5$ ' e ' $5 \times N$ '; inserisco alla fine del diario alcune importanti slide di Nicolina Malara su questo argomento.

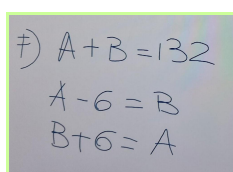
³ Sarebbe stato opportuno chiedere un'argomentazione pi  chiara.



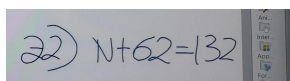
40. Alessio: Io ho una domanda per Thomas: perché numero sconosciuto?
 41. Thomas: Perché non ti dice direttamente 2, non te lo dice 2.
 42. Francesco: Sì, ma allora neanche l'età te lo dice, quindi (*segue mormorio e discussione solo tra alcuni*).
 43. Sali: $132:n-6$.



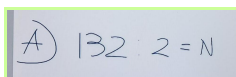
44. Francesco: Io ho fatto $A+B=132$, poi $A-6=B$ e $B+6=A$.



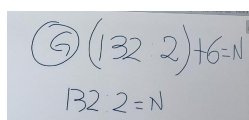
45. Zakaria: $N+62=132$.



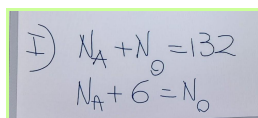
46. Irene: perché 62?
 47. Leonard: Eh, ma devi dirlo eh.
 48. Thomas: Io devo cambiare solo una cosa piccolissima: al posto di numero sconosciuto l.
 49. I: Al posto del punto interrogativo?
 50. Thomas: Sì (*alla lavagna compare 132:l=n*), l o comunque una lettera.
 51. Agata: Io l'ho fatto uguale $132:2=n$, però non mi torna quella cosa, perché ci hanno messo anche meno 6?



52. Gregorio: $(132:2)+6=n$ e poi $132:2=n$, anche perché meno 6... (*ma non conclude la frase*).⁴



53. Irene: $N_A+N_O=132$ e poi un'altra operazione $N_A+6=N_O$.



54. Agata: Io c'ho messo il più.
 55. *Vedo molti perplessi, ma allo stesso tempo ci sono alunni che vogliono intervenire e dire la loro.*
 56. Alessio: Io prendo in considerazione quella di Francesco. Allora lui più o meno ha fatto quello che ho fatto io, infatti secondo me è sbagliato perché lui fa $a+b=132$ (*si rivolge a Francesco e gli chiede:*) ma te $a+b$ lo conti come 66 di base? Parti da 66?
 57. Francesco: a è l'età del nonno.
 58. Alessio: Sì, ma meno 6...
 59. Francesco: $a-6$ l'età del nonno meno 6 trovi l'età della nonna.⁵

⁴ Mentre Gregorio parla alcuni discutono tra loro delle varie espressioni e gran parte della classe non partecipa, quindi cerco di concludere con gli interventi in modo da rendere partecipi un po' tutti.

⁵ Francesco dice 'Trove'. Il retropensiero è ancora procedurale. Si ripete in (63): "trovi l'età del nonno".

60. Alessio: Va bene, va bene, ma prendi in considerazione un numero, che ne so...
61. Francesco: 100!
62. Alessio: Sì, 100, se te al nonno... ora 100... comunque 100 per trovare l'età della nonna fai meno 6, però poi se fai più 6, l'età non è di 6 anni è di 12 anni.
63. Francesco: No, perché b è l'età della nonna, più 6 trovi l'età del nonno.
64. Thomas: Sì, però lui ti dice che il nonno è in più, non la nonna... secondo me va invertito meno 6 e più 6.
65. Francesco: No aspetta, l'età del nonno è meno 6 ed è uguale a b.
66. Thomas: No.
67. Francesco: Perché no?
68. Thomas: Perché il nonno è più grande, dice, ha sei anni in più il nonno.
69. *Segue molto brusio.*
70. Irene: Prof, io non ho capito qual è l'età del nonno e qual è l'età della nonna.
71. Francesco: **A sarebbe nonno e B sarebbe nonna.**⁶
72. Alessio e Thomas: E allora è sbagliato eh.
73. I: Rileggete con calma il testo del problema e ne riparlamo. **Qual è la prima informazione importante che trovo nel testo?**⁷
74. Giorgio: Se addiziono le loro età trovo 132.
75. I: Va bene, questa è la prima informazione importante, **perché chi rappresenta 132?**⁸ **Un ente...**⁹
76. Classe: ... un ente fondamentale.
77. I: **L'ente fondamentale è della geometria però.**¹⁰
78. Alessio: Un ente, un ente conosciuto.
79. I: Sappiamo poi altre informazioni importanti?
80. Giorgio: Mio nonno ha 6 anni in più di mia nonna.
81. Sali: Si dovrebbe dividere per 2 132, e poi sottrarre all'età della nonna meno 6 e aggiungerla all'età del nonno.
82. I: Puoi ripetere per favore?
83. Sali: Si dovrebbe dividere 132 diviso 2 e l'età della nonna si sottrae 6 e all'età del nonno si aggiunge 6.
84. Alessio: Per me non torna questo.
85. I: Da quello che vedo scritto alla lavagna mi rendo conto che c'è chi dice 132:2 e poi ci sono delle lettere utilizzate, per esempio a+b oppure n+62=132.
86. Annaluna: A me non torna la cosa più 6 meno 6, perché così la distanza tra le età sarebbe di 12 anni.
87. Alessio: Infatti è quello che dico io.
88. Alice: Tutt'e due non si può fare, o sottrai o aggiungi.
89. Thomas: Secondo me si possono fare tutt'e due perché se ne togli a una poi l'altro... *viene interrotto e non completa.*
90. Gregorio: Ma se togli 6 anni alla nonna, ne ha 6 in più il nonno e praticamente poi c'è una differenza di 12 anni.
91. I: Possiamo lavorare su quello che ha scritto Francesco?
92. *Tanti commenti, tanto mormorio.*
93. I: Riprendiamo il testo: posso dirti che se addiziono le loro età trovo 132. Annaluna proviamo a trasformare questa informazione in una rappresentazione.
94. Annaluna: Per esempio A+B=132.
95. I: Siamo tutti d'accordo su questo? A e b chi sono?
96. Annaluna: Nonno e nonna.
97. I: A è il nonno o rappresenta qualcos'altro?
98. Irene: A è l'età della nonna e B è l'età del nonno
99. I: Ok, poi abbiamo da tradurre quello che diceva Giorgio, ovvero mio nonno ha 6 anni in più di mia nonna.
100. Alice: Secondo me B+6 è l'età del nonno.

⁶ Francesco commette l'errore classico di assegnare la lettera alla persona e non al numero (la sua età). Sarebbe necessario intervenire subito per chiarire questa che rischia di divenire una misconcezione difficile da superare. L'evoluzione del balbettio algebrico si basa anche su queste negoziazioni del significato.

⁷ Gli alunni che sono più coinvolti controllano sui loro quaderni, ma molti sono estranei al tutto.

⁸ La risposta dell'insegnante mostra come lei non abbia colto che la frase di Giorgio (74) "Se addiziono le loro età trovo 132" esprime un pensiero procedurale (ancora 'Trovo').

⁹ Questa è la classica domanda che definiamo 'Domande 'a completamento' o 'a risposta obbligata'. Le domande formulate in questo modo sono riferite a 'micro-universi chiusi' (vedi le risposte della classe (76) "Un ente fondamentale" e dell'insegnante (77) "L'ente fondamentale è della geometria, però", che fa emergere il cliché che questi termini 'appartengano' alla geometria) e contengono in sé il suggerimento di ciò su cui gli alunni si dedovrebbero concentrare. Spesso, come in questo caso, il suggerimento non porta dove vorrebbe l'insegnante.

¹⁰ La frase non mi è chiara.

Fucecchio (FI)	1	1	2	3	4	5	1	2	3	A.
-----------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

101. Giorgio: Non mi torna $b+6$.
102. I: Mio nonno ha 6 anni in più di mia nonna.
103. Irene: Io l'avevo tradotto con $Na+6$ ed Na però sarebbe la nonna... ma qua b intende il nonno o la nonna?¹¹
104. *Segue molta confusione, è passata quasi un'ora e mi spazientisco un po'.*
105. I: Annaluna ha detto che l'età del nonno è b , invece Alice dice $b+6$.
106. Irene: Secondo me no, secondo me $a+6$, perché a è l'età della nonna ed il nonno ha 6 anni in più della nonna.
107. *Tanti commenti, tra cui "non tornerebbe neanche" e segue molta confusione.*¹²
108. Giorgio: Secondo me ha ragione Annaluna, perché il problema ti dice che il nonno ha 6 anni in più della nonna e lì a corrisponde al nonno quindi se fai $a+6$ troveresti l'età del nonno, quindi ha ragione lei.
109. Sali: Ma perché $a+6$?
110. Giorgio: A è la nonna.
111. I: A non è la nonna, chi rappresenta A ?
112. Giorgio: A è l'età della nonna.
113. I: Facciamo un po' un resoconto... se addiziono le loro età trovo 132... abbiamo detto... Annaluna mi aiuti?¹³
114. Annaluna: A è l'età della nonna e B è l'età del nonno.
115. I: Ci siamo?
116. Classe: Sì (*sembrano convinti*).
117. I: Poi... puoi leggere Giulia?
118. Giulia: Mio nonno ha 6 anni in più di mia nonna.
119. I: Se guardo quello che è scritto alla lavagna trovo due diverse versioni: c'è chi dice che questa frase corrisponde a $b+6$ e chi dice che corrisponde ad $A+6=B$
120. Molti: Eh, sì $A+6=B$.
121. I: $A+6=B$, perché?
122. Irene: Se A corrisponde all'età della nonna ed il nonno ha 6 anni in più della nonna, allora te dovrai aggiungere quei 6 anni in più all'età della nonna e quindi, se A corrisponde all'età della nonna, $A+6$, che sarebbe l'età della nonna, più quei 6 anni in più che ha il nonno...
123. I: Alessio non lo vedo troppo convinto...
124. Alessio: No, ma io e Francesco non stiamo capendo...
125. Sali: Quanto è A e quanto è B ?¹⁴
126. I: Non sappiamo ancora quanto vale A e quanto B , noi sappiamo che cosa rappresentano queste lettere.
127. Giorgio: Noi ancora le età non le abbiamo trovate e quindi abbiamo messo le lettere e abbiamo detto: se, come dice il problema, il nonno ha 6 anni in più della nonna, Annaluna ha detto che dobbiamo mettere l'età della nonna più 6 e così troviamo l'età del nonno e capiamo che il nonno ha 6 anni in più della nonna.
128. *In molti non sono convinti, ma alcuni si convincono dopo il seguente intervento.*
129. Sali: Sì, ma perché $A+6$ e non $B+6$?
130. Giorgio: Fai conto è l'età di una nonna, per esempio... 50 anni, il nonno ti dice che ha 6 anni in più della nonna e quindi te devi sommare all'età della nonna 6 anni in più e così trovi l'età del nonno, infatti $50+6=56$.
131. *Alla lavagna ci sono le seguenti equazioni:*

$A+B=132$ $A+6=B$ $B-6=A$

132. I: Scrivete queste equazioni sul quaderno e ne riparlamo nella prossima lezione.

¹¹ Sono molto focalizzati sui valori numerici che verranno, infatti non parlano di età dei nonni, ma solo di nonno e nonna.

¹² La classe non trova un accordo sulla questione più 6 meno 6, alcuni non capiscono la rappresentazione a e b , sono molto ancorati al risultato, infatti spesso ripetono la frase "non torna". Dopo quasi un'ora riemerge la questione 132:2, ma focalizzata al risultato finale e in tutto questo movimento regna sovrana una grande confusione che non permette a tutti di capire. Cerco di far concludere velocemente per riprendere nella lezione successiva con più calma.

¹³ Anche l'insegnante esprime un retropensiero procedurale: "Se addiziono... trovo".

¹⁴ Questo conferma che alcuni sono ancorati al risultato.

? aprile 2023

133. I: Avete un po' pensato al problema ed al modo migliore per rappresentare ciò che chiede?
134. Alessio: Secondo me forse è più giusta $A+6=b$ perché comunque... andrebbero bene tutt'e due però secondo me è più giusta $A+6=B$.
135. I: Ma quelle che vedo scritte sono tre... le teniamo tutte e tre? C'è qualcosa di giusto? Qualcosa di sbagliato?
136. Zakaria: Secondo me $B-6=A$ e $A+B=132$ sono quelle esatte.
137. Sali: Io le terrei tutte e tre.
138. Gregorio: Io avrei un nuovo modo: $132-6=126$ diviso 2.
139. I: Dove lo scrivo diviso 2?
140. Gregorio: accanto a 126 (alla lavagna compare $132-6=126:2$)
141. *Alcuni non sono d'accordo con quello che ha appena detto Gregorio. Intervengo dicendo che questa concatenazione di uguaglianze non è corretta, alcuni fanno presente a Gregorio che si tratta di operazioni distinte. Proseguo scrivendo alla lavagna le operazioni suggerite da Gregorio.*

$132-6=126$ $126:2=63$ $63+6=69$

142. Gregorio: Quella è l'età della nonna, 63, e quello l'età del nonno, 69.
143. Francesco: Non è una rappresentazione.
144. I: Francesco dice che non è una rappresentazione perché se tu (*Gregorio*) a Brioshi gli mandi quello che abbiamo appena scritto, questa serie di operazioni, lui non può fare niente. La rappresentazione è un modo per far capire ad un'altra persona che c'è qualcosa da trovare senza però dire quali sono le operazioni in gioco¹⁵, altrimenti dai la soluzione all'altra persona. Che cosa possiamo concludere dalle tre uguaglianze? Dunia che ne pensi?
145. Dunia: Secondo me è giusta $a+b=132$ e $a+6=b$
146. Giorgio: Secondo me sono giuste $a+6=b$ e $b-6=a$.
147. Thomas: Quindi $a+b=132$ non ha più senso?
148. Tanti: Eh, allora lo devi dire, eh.
149. Francesco: Per me sono giuste tutte e tre.

¹⁵ *Non è proprio così: la rappresentazione è un modo per far capire le relazioni fra gli enti in gioco, noti e sconosciuti (sia espressa in linguaggio naturale, sia graficamente, sia in linguaggio matematico). In questo caso io avrei fatto descrivere a parole gli enti:*

132: la somma fra l'età (il numero degli anni) del nonno e l'età della nonna

a: l'età della nonna

o: l'età del nonno

6: numero degli anni di differenza fra a e o, con $o > a$ (desunto dal testo)

Consequentemente si sarebbe potuti arrivare a:

L'età del nonno è uguale alla somma fra l'età della nonna e 6

traducibile come:

$$o = a + 6$$

Oppure:

L'età della nonna è uguale alla differenza fra l'età del nonno e 6

traducibile come:

$$a = o - 6$$

Ragionando sulla difficoltà a scoprire due incognite e alla relazione che lega a e o si poteva arrivare a:

La somma fra l'età del nonno e l'età della nonna è uguale alla somma della (somma fra l'età della nonna e 6) con l'età della nonna

traducibile come:

$$132 = (a+6) + a$$

(le parentesi, anche nel testo, solo per visualizzare o in funzione di a).

Oppure:

La somma fra l'età del nonno e l'età della nonna è uguale alla somma fra l'età del nonno e (la differenza fra l'età del nonno e 6)

traducibile come:

$$132 = o + (o-6)$$

L'uso dei colori avrebbe permesso anche in questo caso di semplificare le difficoltà di verbalizzazione, aiutando a passare dal linguaggio naturale a quello matematico.

150. I: Qui (*indico alla lavagna le 3 equazioni $a+b=132$, $a+6=b$ e $b-6=a$*), chi sono gli enti sconosciuti?
151. Zakaria: Due.
152. I: Se io ho due enti sconosciuti nel problema, alla lavagna però vedo scritte tre frasi che ho rappresentato, però se gli enti incogniti sono due, le tre informazioni mi servono tutte?¹⁶
153. Irene: Più o meno $a+6$ e $b-6$ sono la stessa cosa in pratica, cambia soltanto che ad a aggiungi 6 all'età della nonna, ma a b che sarebbe l'età del nonno gli togli 6, però le operazioni sono le stesse.
154. Alice: Praticamente la prima operazione te la dice il testo, quindi secondo me non è molto importante.
155. Dunia: Secondo me , $a+6=b$ e $b-6=a$ è come se fossero un'operazione inversa.
156. Tanti: Sono un'operazione inversa!
157. Giorgio: Sarebbe da levarne una, perché anche se fai $a+6=b$ e $b-6=a$ basta che ne levi una, perché sono uguali, torna sempre lo stesso risultato.
158. Irene: Non sono necessarie tutt'e due.
159. I: Bene, allora riassumendo c'è qualcuno che dice: $a+b=132$ non serve.
160. Giorgio: No, perché si capisce appena leggi il problema.
161. Irene: Sì, però uno che non è italiano non lo capisce.
162. Matilde: Ma Brioshi non ce l'ha il testo.
163. Giorgio: Ah allora se non ce l'ha,,,
164. I: Noi non mandiamo il testo a Brioshi, gli mandiamo le rappresentazioni.
165. Thomas: Sì, però se togli $a+6=b$ o $b-6=a$ poi il problema non torna.
166. Francesco: Secondo me si potrebbe togliere $b-6=a$ perché a l'ha già trovato per sommarlo a b .

Slide di Nicolina Malara sulla struttura moltiplicativa:

Aritmetica relazionale		
Dall'agire numericamente su quantità (o grandezze)		
Ai termini verbali che indicano il risultato dell'azione alle rappresentazioni matematiche		
Duplicare (una quantità)	Il doppio (di una quantità)	$2 \times (...)$
Triplicare (una quantità)	Il triplo (di ...)	$3 \times (...)$
Quadruplicare (una quantità)	Il quadruplo (di ...)	$4 \times (...)$
Quintuplicare (una quantità)	Il quintuplo (di ...)	$5 \times (...)$
Sestuplicare (una quantità)	Il sestuplo (di)...	$6 \times (...)$
Setuplicare (una quantità)	il multiplo secondo 7 (di...)	$7 \times (...)$
Ottuplicare (una quantità)	Il multiplo secondo 8 (di...)	$8 \times (...)$
Moltiplicare per 9 (una quantità)	Il multiplo secondo 9 (di...)	$9 \times (...)$
Decuplicare (una quantità)	Il multiplo secondo 10 (di...)	$10 \times (...)$
Moltiplicare per 11 (una quantità)	Il multiplo secondo 11 (di ...)	$11 \times (...)$
Moltiplicare per 12 (una quantità)	Il multiplo secondo 12 (di ...)	$12 \times (...)$
---	---	---
Moltiplicare per n (una quantità)	Il multiplo secondo n (di ...)	$n \times (...)$
--	--	--

¹⁶ Cerco di forzare la mano, in modo che provino a scegliere due sole equazioni.

Diamo un nome alla quantità non precisata (indeterminata): **a**

Duplicare la quantità	$a+a = 2x a$	Il doppio di a	$2 \times a$
Triplificare	$a+a+a = 3x a$	Il triplo di a	$3 \times a$
Quadruplicare	$a+a+a+a = 4x a$	Il quadruplo di a	$4 \times a$
Quintuplicare	$a+a+a+a+a = 5x a$	il quintuplo di a	$5 \times a$
Sestuplicare	$a+a+a+a+a+a = 6x a$	il sestuplo di a	$6 \times a$

La lunghezza crescente delle rappresentazioni additive favorisce lo spostamento di attenzione

verso la rappresentazione moltiplicativa

Moltiplicare per 7	$7x a$	il multiplo secondo 7 di a	$7 \times a$
Moltiplicare per 8	$8x a$	Il multiplo secondo 8 di a	$8 \times a$
Moltiplicare per 9	$9x a$	Il multiplo secondo 9 di a	$9 \times a$
Moltiplicare per 10	$10x a$	Il multiplo secondo 10 di a	$10 \times a$
Moltiplicare per 11	$11x a$	Il multiplo secondo 11 di a	$11 \times a$
Moltiplicare per 12	$12x a$	Il multiplo secondo 12 di a	$12 \times a$
---	---	---	---
Moltiplicare per un numero generico n	$n x a$	Il multiplo secondo n di a	$n \times a$
---	---	---	---

NOTA

è importante discutere con i bambini circa i ruoli e significati delle lettere nella scrittura $n x a$

- La lettera **n** rappresenta un numero che cambia (variabile)
- La lettera **a** rappresenta un numero fissato a priori che non cambia (costante)

Aritmetica relazionale

Dalle azioni ai sostantivi alle rappresentazioni matematiche

Dimezzare	La metà (di)	1 (parte) su 2 (parti)	$\frac{1}{2}$ di 1
Tripartire	La terza parte (di)	1 (parte) su 3 (parti)	$\frac{1}{3}$ di 1
Quadripartire	La quarta parte (di)	1 (parte) su 4 (parti)	$\frac{1}{4}$ di 1
Dividere per 5	La quinta parte (di)	1 (parte) su 5 (parti)	$\frac{1}{5}$ di 1
Dividere per 6	La sesta parte (di)	1 (parte) su 6 (parti)	$\frac{1}{6}$
Dividere per 7	La settima parte (di)	1 (parte) su 7 (parti)	$\frac{1}{7}$
Dividere per 8	L'ottava parte (di)	1 (parte) su 8 (parti)	$\frac{1}{8}$
Dividere per 9	La nona parte (di)	1 (parte) su 9 (parti)	$\frac{1}{9}$
Dividere per 10	La decima parte (di)	1 (parte) su 10 (parti)	$\frac{1}{10}$
Dividere per 11	L'undicesima parte (di)	1 (parte) su 11 (parti)	$\frac{1}{11}$
Dividere per 12	La dodicesima parte (di)	1 (parte) su 12 (parti)	$\frac{1}{12}$
.....	---	---
Dividere per un numero n qualsiasi (n≠0)	L'ennesima parte (di)	1 parte su n parti	$\frac{1}{n}$ Un ennesimo