

23/12/202

Commenti *Insegnante di classe*

Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 1A è composta da 20 alunni, 9 femmine e 11 maschi; sono presenti due alunni con BES, uno con DSA e uno diversamente abile. È un gruppo classe eterogeneo, che ha accolto positivamente la nuova proposta. La maggior parte dei ragazzi ha partecipato alla lezione con entusiasmo e curiosità; gli alunni più timidi sono rimasti in silenzio o hanno interagito poche volte, dopo aver preso confidenza con l'attività ArAl proposta.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: L'insegnante ha proposto le situazioni problematiche alla LIM a tutto il gruppo classe. La lezione si è svolta a dicembre, dopo aver ripassato le quattro operazioni. Gli alunni erano stati informati sulla nuova modalità della lezione¹, senza nessuna anticipazione sull'argomento trattato. Nella prima parte dell'attività è stato richiesto di tradurre una frase dal linguaggio naturale al matematico, per spiegare la rappresentazione canonica e non canonica di un numero. Nella seconda parte della lezione è stato introdotto il personaggio di Brioshi ed è stata proposta alla classe una situazione problematica, disegnata alla LIM, da rappresentare in linguaggio matematico per Brioshi.²

IL PROBLEMA: Addiziona tre e sei.

1. L'insegnante scrive la frase "Addiziona tre e sei" alla LIM e invita i ragazzi a trasformarla in linguaggio matematico, scrivendo sul proprio quaderno le possibili soluzioni.
2. I ragazzi provano.
3. Gli alunni alzano la mano per dare le loro risposte.
4. Andrea: $3+6=9$.
5. I: Vediamo le risposte degli altri compagni: c'è qualcun altro che ha scritto in modo diverso?³
6. Giacomo: $3+6=9$.
7. I: Quindi come Andrea.
8. Kevin: Ho scritto uguale ad Andrea.
9. I: Allora non lo trascriviamo sulla lavagna, nessun altro ha scritto in un modo diverso?
10. Andea: Io ho scritto $3+(3+3)$.
11. Luca e Martina: $6+3$.

¹ Dopo aver letto tutto il diario, non so cosa intenda l'insegnante con 'nuova modalità di lezione'? In che senso è 'nuova' rispetto al suo modo usuale di fare lezione?

² Scrivo anche questo commento dopo aver letto il diario. Non sapendo se e come l'insegnante abbia introdotto in precedenza i temi oggetto di questa lezione, ho l'impressione che, in ragione della sua limitata esperienza in ambito ArAl, sia stata messa troppa carne al fuoco; in un'ora sono stati introdotti o quasi: (a) linguaggio matematico/linguaggio naturale, (b) dualità procedurale/relazionale, (c) dualità processo/prodotto, (d) Brioshi, (e) forma canonica/Forma non canonica, (f) dualità rappresentare/risolvere, (f) rappresentazione del numero sconosciuto.

³ Il contratto didattico (v. nel mio libro in Glossario) condiviso con la classe dovrebbe prevedere che, in questa fase iniziale, l'insegnante si limiti a trascrivere le proposte degli alunni, non ad interagire ogni volta con loro. Per esempio: non è lei che deve osservare "quindi come Andrea" (7), chiedere se "qualcun altro ha scritto in modo diverso" (9), commentare la proposta di un alunno (14). La ricapitolazione (16) non spetta a lei, che dovrebbe (seconda fase del contratto) limitarsi, ad aprire la discussione, e invece conclude il suo intervento ponendo una domanda sulla scrittura 3×3 . Sono gli studenti che, nel corso della discussione, dovrebbero confrontare le scritture e argomentare sulla loro correttezza; il ruolo dell'insegnante dovrebbe essere, per esempio, quello di 'alzare il tiro' introducendo i concetti di rappresentazione additiva e moltiplicativa, oppure chiedendo ragione delle parentesi in $3+(3+3)$. Gli alunni sono invece costantemente dipendenti dalle sue sollecitazioni attraverso un susseguirsi continuo di 'botte e risposte', come in (16-25) e (27-36) e, come vedremo, in altri episodi.

12. Alessandro: $3+6$.
13. Kevin: Io invece 3×3 .
14. I: Attento, ritorniamo alle indicazioni di partenza, la frase è “addiziona tre e sei”. La parola è addizionare. Qual è il simbolo che devo scrivere?
15. Andrea: Dobbiamo scrivere il segno +.
16. I: Bene, allora ragioniamo su quello che avete scritto: la maggior parte di voi dice $3+6=9$, poi $3+(3+3)$, altra proposta $6+3$, altra ancora $3+6$ ed infine 3×3 . Analizziamole una alla volta: la scrittura 3×3 possiamo considerarla una traduzione in linguaggio matematico della frase ‘Addiziona tre e sei’?
17. Andrea: No, perché l’addizione chiede il segno +.
18. I: Siete tutti d’accordo?
19. Classe: Sì.
20. I: Bene, allora la possiamo considerare valida oppure no?
21. Classe: No.
22. I: Passiamo ora alla scrittura $3+(3+3)$, che mi dite?
23. Andrea: Il 6 è stato scomposto in $3+3$.
24. I: Ma l’indicazione originale parlava di scomposizione?
25. Andrea: No.
26. Giacomo: No, è stata applicata la proprietà dissociativa.⁴
27. I: Quindi la possiamo considerare una traduzione corretta o la scartiamo?
28. Luca: La scartiamo.
29. I: Analizziamo le due proposte e cioè $3+6$ e $6+3$, sono uguali, sono diverse?
30. Martina: Sono uguali, hanno solo usato la proprietà commutativa.
31. I: Sì, è stata applicata la proprietà commutativa ma, tra le due, quale risulta più corretta?
32. Arianna: Secondo me la prima.
33. I: Ma la frase è ‘Addiziona tre e sei’ o ‘Addiziona sei e tre’?
34. *La classe conferma che la scrittura corretta è $3+6$.*
35. I: Bene, e tra $3+6=9$ e $3+6$ quale scegliamo come più esatta?
36. Giacomo: Secondo me la prima perché se c’è scritto addiziona, va messo anche il risultato.
37. Luca: Secondo me la seconda perché la frase dice addiziona 3 e 6 e non dice di scrivere anche il risultato.
38. Kevin: La seconda.
39. I: Siete tutti d’accordo con Luca?
40. Classe: Sì.

⁴ *Attenzione: la cosiddetta ‘proprietà dissociativa’ non esiste. Giacomo parla di proprietà dissociativa, come molti libri di testo, ma occorre mettere in luce che questa non è una proprietà delle operazioni ma una semplice sostituzione di rappresentazione: 6 e $3+3$ sono due rappresentazioni dello stesso numero, pertanto si possono tranquillamente sostituire una all’altra per il principio logico detto, appunto, di sostituzione. Un tempo, non essendoci distinzione tra numero e sua rappresentazione, si parlava di proprietà dissociativa. Oggi si è capito che quella visione era sbagliata, perché la proprietà è qualche cosa di intrinseco all’operazione o alle operazioni cui si riferisce, mentre la fantomatica ‘proprietà dissociativa’ non riguarda l’operazione ma le rappresentazioni numeriche. Purtroppo, nonostante reiterati interventi di UMI e CIIM, formatori (anche in varie occasioni al convegno di D’Amore a Castel San Pietro), ArAl e altri la misconcezione pervade gran parte dell’editoria e delle convinzioni degli insegnanti. Introdurre il concetto di rappresentazione del numero è fondamentale anche a questo scopo.*

41. I: Facciamo ora un esercizio⁵ per vedere chi tra i due ha dato la risposta più corretta. Chi si offre per esser preso come esempio? (*Velocissimo ha alzato la mano Matei*) Scriviamo sulla LIM la frase “Rappresenta Matei in linguaggio naturale”. Come possiamo rappresentare Matei in un modo diverso? Faccio un primo esempio, poi continuate voi. Matei è un alunno della prima A?
42. Classe: Sì.
43. I: Matei, come si chiama la mamma?
44. Matei: Natali.
45. I: Allora, per continuare a descriverlo, potremo scrivere “figlio di Natali”; chi vuole continuare?
46. Andrea: Mattei ha un cane e un gatto?
47. Matei: Un cane.
48. I: Attenti, questa è una domanda;⁶ dobbiamo descrivere, rappresentare Matei; come si chiama il tuo cane Matei?
49. Matei: Kika.
50. I: Quindi scriveremo “proprietario di Kika”. Chi vuole continuare?
51. Giacomo: Matei, come si chiama tuo padre?
52. Matei: Nicola.
53. Giacomo: “Figlio di Nicola”.
54. I: Bene, ma se io aggiungo “alunno della classe prima A che sta davanti a Martina” sto parlando di Matei, il vostro compagno?
55. Classe: Sì.
56. Luca: “Alunno che sta dietro a Mannan”.
57. I: Bene, abbiamo capito il concetto⁷; cosa ci vuole far capire questo esempio? Matei viene detto in linguaggio matematico RAPPRESENTAZIONE CANONICA, le altre scritte che ci descrivono Matei si chiamano rappresentazioni NON CANONICHE.⁸
58. Si riporta di seguito quanto raffigurato sulla LIM per far meglio comprendere cosa la classe ha visualizzato.

⁵ Scrivo un commento simile a quello che ho inserito nel diario di una sua collega di Castel San Pietro sul termine ‘esercizio’, che l’insegnante in questo diario usa spesso:

(41) introdurre la dualità forma canonica / non canonica di un numero iniziando dall’elencazione delle rappresentazioni di un alunno è tutto fuori che un ‘esercizio’;

(95) riflettere sulle traduzioni non è un ‘esercizio’, perché non si tratta di verificare l’applicazione di una regola o di un teorema incontrati in precedenza, ma si pone ogni volta la classe di fronte ad un ostacolo diverso, ad una riflessione sui linguaggi, al confronto tra rappresentazioni, tutte prestazioni alte: si richiede cioè agli alunni di interpretare delle scritte, e quindi di cogliere differenze e analogie. Pone compiti davvero molto impegnativi anche al docente.

(103) L’insegnante chiama ancora ‘esercizio’ un ambiente centrato, sul piano teorico, sulla dualità risolvere un problema/rappresentare un problema.

Quindi le domande che le pongo sono: perché ricorre a questo termine ‘banalizzante’? In quali casi e a quali condizioni ne userebbe uno diverso?

⁶ Ma, mi scusi: cosa sono (41) “Matei è un alunno della prima A?” (43) “Come si chiama la mamma?” Non sono anche quelle domande? La domanda (46) di Andrea è coerente con l’impostazione che lei ha dato. Il punto è che l’insegnante ha in mente delle definizioni, e per ottenerle ha posto due domande. Pensando che gli alunni avessero capito ‘l’esercizio’, ora desidera solo definizioni ‘senza domande’.

⁷ Mi sembra una conclusione molto frettolosa. Quale ‘concetto’ avrebbero capito gli alunni? Cosa sarebbe successo se, invece, avesse chiesto: “Spiegateci cosa pensate di aver capito con l’esempio di Matei”.

⁸ Mettiamo un po’ di ordine: ‘Figlio di Natali’, o qualunque altra descrizione di una persona, non sono rappresentazioni non canoniche. Fanno parte di un riferimento analogico che usiamo come traghettino semantico verso la conquista del concetto generale di rappresentazione di un numero e, ad un secondo livello, di differenziazione tra le due diverse rappresentazioni canonica e non canonica. Mi lascia interdetto anche l’affermazione Matei viene detto ‘in linguaggio matematico’. Sembrerebbe che l’insegnante usasse ‘linguaggio matematico’ non per le frasi scritte in linguaggio simbolico, ma quando la lingua italiana è usata per parlare di matematica. Ma non è così: ‘Figlio di Natali’ è un scrittura in linguaggio naturale, $8+5$ o $14/a$ sono scritte in linguaggio matematico. D’altro canto è l’insegnante stessa, più tardi (63) che si contraddice dicendo “prima con l’esempio di Matei abbiamo usato il linguaggio naturale”.

Matei Figlio di Natali Proprietario di Kika Alunno della classe prima A che sta davanti a Martina Alunno che sta dietro a Mannan	Rappresentazione CANONICA Rappresentazione NON CANONICA
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------

59. I: Adesso facciamo la stessa cosa, però invece di partire da Matei partiamo dal numero 18; quindi 18 come lo chiamiamo rappresentazione canonica o non canonica?⁹
60. Classe: Canonica.
61. I: Adesso provate a scrivere sul quaderno le rappresentazioni non canoniche del numero 18. Riflettete sull'esempio fatto con il vostro compagno Matei.
62. *La classe risponde dando nuove rappresentazioni non canoniche di Matei così l'insegnante spiega nuovamente l'attività proposta.*¹⁰

⁹ Come interpretano gli alunni le parole "facciamo la stessa cosa"? Si ritiene così facilmente comprensibile passare da Matei ad un numero? Mi meraviglio che la classe abbia dato così velocemente una risposta corale (60), forse ci sono state delle incertezze non riportate nel diario. Anche la consegna (61) è eccessivamente affrettata, come se fosse 'facile', e infatti poco dopo (62) l'insegnante è dovuta intervenire. Mi sembra che l'attività manchi di spessore.

¹⁰ Generalmente alcuni alunni tendono a rispondere frettolosamente, prima che l'insegnante finisca di spiegare la consegna e non riflettendo su quanto richiesto, danno risposte spesso non pertinenti. Non condivido questo commento, che sembra attribuire le principali responsabilità agli alunni. Certo, ce ne sono di quelli che tendono a rispondere frettolosamente, che non aspettano che l'insegnante completi la spiegazione della consegna, che danno risposte non pertinenti. Ma io inviterei l'insegnante a cercare se, all'origine delle difficoltà, non ci siano anche errori, o limiti, nell'impostazione della lezione e nella conduzione dell'attività. Secondo la mia opinione, nell'impostare la lezione l'insegnante ha sottovalutato la complessità dei temi che avrebbe affrontato, e la sua conduzione è eccessivamente 'dirigista': è lei che chiede, chiarisce, corregge senza lasciarsi guidare mai dagli interventi (spesso imprevisti) degli alunni. Come ho scritto nel mio libro, 'il docente è il timoniere, ma ai remi ci sono gli alunni e, nel bene e nel male, sono loro che imprimono velocità alla nave'. Sono queste le ragioni per cui lei ha dovuto 'spiegare nuovamente l'attività proposta'.

63. I: Adesso non dobbiamo più descrivere Matei ma il numero 18 con in linguaggio matematico; prima con l'esempio di Matei abbiamo usato il linguaggio naturale, ora col numero 18 cambiamo lingua, usiamo il linguaggio matematico; quindi attenti, con il linguaggio matematico si parla di numeri. Come posso scrivere 18 in un altro modo, con linguaggio matematico?¹¹
64. Giacomo: Un multiplo di 9.
65. I: E quindi come lo traduco in linguaggio matematico?
66. Giacomo: 9×2 .
67. I: Bene.
68. Andrea: Una decina e otto unità.
69. I: Così mi hai scritto in un modo diverso il 18 o mi hai indicato le cifre di cui è composto?¹²
70. Andrea: Ho indicato le cifre.
71. I: La domanda è di rappresentare il numero 18, pensa a come possiamo scrivere 18 in un altro modo, intanto sento gli altri.
72. Andreea: Maggiore di 9.
73. I: Attenta.¹³
74. Martina: $10+8$.
75. Luca: $36/2$.
76. I: Sì, perché $36/2$ fa 18, $10+8$ fa 18; mentre 18 maggiore di 9 quanto fa?¹⁴
77. Andreea: Niente.
78. I: Bene, abbiamo capito la differenza. Andrea? È come “multiplo di 9”, “una decina e otto unità”; qui abbiamo rispettato la chiesta?
79. Andreea: No.
80. I: Ci siamo; qualche altro esempio?
81. Kevin: $9+9$.
82. I: $9+9$ fa 18 Kevin?
83. Kevin: Sì.
84. Filippo: $1+17$.

¹¹ La classe non ha ancora partecipato alla lezione del prof. Navarra e incontra delle difficoltà a capire le nuove richieste dell'attività, seppur uguale al precedente esercizio, così l'insegnante cerca di guidare gli alunni, essendo la prima volta che affronta tale argomento. Ho forti dubbi che l'attività sia 'seppur uguale al precedente esercizio (sic)' (Vedi mio commento 9-r.59)

¹² Lavorando nella prospettiva dell'early algebra, qui l'insegnante potrebbe guidare la classe a rappresentare in linguaggio matematico (questa volta sì, in modo significativo) la frase 'Una decina e otto unità'. Si inizierebbe con la rappresentazione di 'una decina' come ' 1×10 ', poi di una unità come 1 e quindi a ' 8×1 '. Si assocerebbero le due rappresentazioni individuando una relazione additiva e si scriverebbe ' $1 \times 10 + 8 \times 1$ '. Questo significherebbe guidare la classe nella direzione dello sviluppo del pensiero pre-algebrico anche lavorando in ambito aritmetico. È questa la prospettiva nella quale dobbiamo lavorare.

¹³ Cosa significa questo intervento? Come lo interpreta l'alunno? Io credo che sia colpito solo dal tono 'minaccioso' ma che non riceva altre indicazioni, e men che meno un aiuto a capire.

¹⁴ Qui, in (82) e in (89) emerge l'aspetto che condiziona negativamente tutta l'attività: il faticoso "fa". Riporto tre slide che vi avevo presentato nello scorso incontro, che sintetizzano ciò che sto dicendo:

L'insegnante esprime una mentalità procedurale, che è proprio quella sulla quale dobbiamo lavorare per innescare quella sorta di 'rivoluzione concettuale copernicana' rappresentata dal pensiero relazionale.

85. I: L'ultimo per vedere se abbiamo capito il meccanismo.¹⁵
86. Alessandro: 26-8.
87. I: Bene, abbiamo capito le differenze delle varie rappresentazioni e perché abbiamo scartato le altre frasi?
88. Classe: Sì.
89. I: Bene, abbiamo trovato altri modi di rappresentare il 18? Vediamo: $10+8$ fa 18, 9×2 fa 18, $1+17$ fa 18, $26-8$ fa 18; sto parlando sempre dello stesso numero? Siete convinti?
90. Classe: Sì.
91. I: Siamo partiti da una rappresentazione canonica e abbiamo elencato altre rappresentazioni per parlare dell'alunno o del numero di partenza. Sono tutte rappresentazioni non canoniche?
92. Giacomo: Sì, perché abbiamo trovato altri modi di rappresentare 18.
93. I: Quindi per ritornare alla domanda iniziale, qual è la scrittura corretta che va a rappresentare in maniera precisa la frase "addiziona tre e sei"?
94. Luca: $3+6$.
95. I: Vediamo se dopo questi esercizi siamo tutti convinti.
96. Arianna: $3+6$ perché nella richiesta non c'è uguale a 9.
97. I: Bene, tutti d'accordo?
98. Classe: Sì.
99. I: Però siamo abituati a pensare a $3+6$ come ad un'operazione che dà come risultato 9 o somma; quindi, in base all'esempio di prima, $3+6$ come la posso chiamare?
100. Luca: Rappresentazione non canonica.
101. I: Perfetto; e il 9?
102. Classe: Rappresentazione canonica.¹⁶
103. I: Perfetto. Ora svolgiamo l'ultimo esercizio.¹⁷ Dobbiamo rappresentare sempre in linguaggio matematico questa situazione¹⁸ che adesso vi disegno alla LIM; noi abbiamo un alunno giapponese che si chiama

¹⁵ Come ho scritto per 'esercizio', anche 'meccanismo' è un termine estraneo all'universo dell'early algebra. Produrre, interpretare, confrontare, tradurre rappresentazioni nei due linguaggi sono ambienti 'marziani' rispetto a ciò che sottende il termine 'meccanismo'.

¹⁶ È necessario portare gli alunni a non vedere le rappresentazioni canoniche e non canoniche come forme 'assolute', ma come forme di un numero: $3+6$ è la forma (o rappresentazione) non canonica di 9, e 9 è la forma canonica di 9. Per esempio: $3+6$ e $(22-4):2$ non sono forme non canoniche 'in sé', ma forme non canoniche dello stesso numero 9 e questo consente di rappresentare la loro relazione come $3+6=(22-4):2$. $3+6$ e $(20-4):2$ non sono rappresentazioni dello stesso numero e questo porta a $3+6 \neq (20-4):2$.

¹⁷ V. mio commento 5-r.41.

¹⁸ Vista nella prospettiva dell'early algebra, in cui è nata nel Progetto ArAl, questa situazione problematica è molto più ricca e articolata di come la pone l'insegnante, e presuppone che si siano costruite delle competenze che in questo momento sono ancora estranee alla classe. In grande sintesi, declino i compiti per gli alunni, con i quali il docente abbia negoziato e condiviso il costruito teorico di devoluzione:

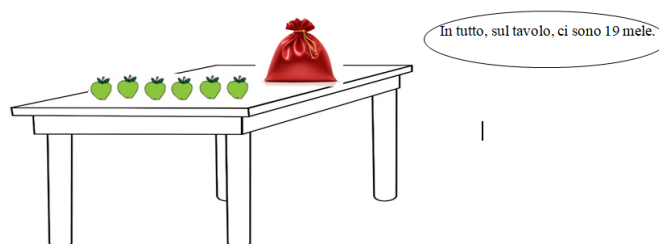
- descrivono la situazione;
- individuano gli enti in gioco (noti e sconosciuti, che in questo caso sono tre e non due, come appare da (104), e li descrivono:
 - 6 numero delle mele posate sul tavolo
 - 19 numero totale delle mele
 - s numero delle mele nel sacchetto (la scelta del simbolo per indicare l'ente sconosciuto andrà concordata con gli alunni; in una prima secondaria si può concordare l'uso di una lettera).
- individuano le relazioni tra gli enti, noti e/o sconosciuti, e le esprimono in linguaggio naturale; questo è un punto delicato e importante che occorre trattare con particolare cura; da questo infatti dovrà scaturire la rappresentazione per Brioshi, quindi la traduzione in linguaggio matematico della situazione:
 - a. "La somma fra il numero delle mele posate sul tavolo e numero delle mele nel sacchetto";
 - b. "La somma fra il numero delle mele posate sul tavolo e il numero delle mele nel sacchetto è uguale al numero totale delle mele";
- applicando la 'strategia dei colori' costruiscono la traduzione in linguaggio matematico della frase (b):

La somma fra il numero delle mele sul tavolo e il numero delle mele nel sacchetto è uguale al numero totale delle mele

Brioshi¹⁹, questo alunno non conosce l'italiano per cui l'unico modo per comunicare con lui è usare il linguaggio matematico. L'obiettivo è quindi trasformare la situazione in linguaggio matematico per far capire a Brioshi come può risolvere il seguente problema. Abbiamo un tavolo, sopra ci sono 6 mele e un sacco contenente altre mele. In tutto, sul tavolo, ci sono 19 mele. Questo è il testo del nostro problema. Dobbiamo ragionare, per far capire a Brioshi come risolverlo. Vediamo quali sono i dati che noi abbiamo.

104. Matei: 6 e 19.

105. I: Disegnate sul quaderno il tavolo e il resto dei dati perché dobbiamo pensare di dover scrivere un bigliettino da dare a Brioshi, che deve poi risolvere il problema. Dobbiamo trasformare il problema in linguaggio matematico. Quindi a Brioshi non dobbiamo dare il disegno ma dei numeri.



106. I ragazzi riflettono sul problema proposto.

107. I: Chi vuole dirmi che cosa indica il numero 6?²⁰

108. Giacomo: Il numero di mele visibili.

109. I: Il numero 19 cosa indica?

110. Martina: Il numero totale di mele sul tavolo.

111. I: Abbiamo altri dati?

112. Classe: Il sacchetto.

113. I: Bravi, come possiamo indicare questo dato? Io conosco il numero delle mele che sono nel sacchetto?

114. Giacomo: 13.

115. Kevin: Dobbiamo sottrarre dal numero totale il numero delle mele visibili.

116. I: Ma se scrivo questo, mando a Brioshi il problema da risolvere o gli do già il risultato?

117. Classe: Gli do il risultato.

118. I: Quindi il numero nascosto nel sacchetto come posso indicarlo, per far capire a Brioshi che è il numero che deve calcolare?

119. Martina: $19-6$.²¹

120. I: Attenti, quali sono i dati che ho?

121. Giacomo: $6 + \text{un sacchetto} = 19$.

122. I: Adesso affinché Brioshi possa capire, come posso sostituire la parola sacchetto con un linguaggio matematico più preciso? Quale simbolo posso utilizzare per far capire a Brioshi che con quel simbolo deve trovare il numerino mancante?

123. Giacomo: Un punto interrogativo.

124. Martina: Niente, ce lo deve mettere lui.

125. I: Ma per far capire meglio a Brioshi che nello spazio vuoto c'è un numero nascosto, cosa posso aggiungere usando il linguaggio matematico?

126. Giacomo: Dei puntini.

127. I: Pensiamo al linguaggio matematico; quando ho un numero che non conosco c'è un simbolo più preciso. Quando abbiamo analizzato i dati di un problema, che cosa uso per indicare un numero che non conosco?

$$6 + s = 19$$

La frase $6+s=19$ è quella da inviare a Brioshi.

¹⁹ Anche il personaggio Brioshi e il suo ruolo vanno introdotti in un modo diverso.

²⁰ Episodio (108-121). Lo scambio continuo botta / risposta è un'abitudine (per altro diffusissima) sulla quale bisogna lavorare.

²¹ Inizialmente i ragazzi si concentrano sulla risoluzione del problema e non sul dato nascosto. Dai miei commenti precedenti è chiaro come non possa accadere diversamente.

- Ricordate che vi ho detto? Al posto del punto di domanda possiamo mettere un altro simbolo, che qui possiamo scrivere al posto del dato mancante.
128. Laiba: Non sono sicura, il punto e virgola?
129. I: Attenti, non vi dico di scrivere il punto e virgola al posto del punto di domanda. Pensiamo ad altro, no alla punteggiatura.
130. Arianna: Forse le parentesi tonde vuote?
131. I: Meglio?
132. Chiara: Mettiamo le lettere.
133. I: Sì, brava; quale lettera? Che lettera vi dico che possiamo scrivere nel problema al posto del punto di domanda?
134. Filippo: La x.
135. I: Ottimo, la x è l'incognita che mi indica cosa devo calcolare. Quindi il messaggio da mandare a Brioshi qual è?
136. Classe: $6+x=19^{22}$
137. I: Bravissimi.
138. Martina: **Siam troppo forti.**²³
- ²⁴

²² È stato soddisfacente notare come i ragazzi, seppur con delle difficoltà, sono riusciti nella prima lezione sul linguaggio matematico del progetto ArAl, a capire e completare le varie attività. Sono spiacente di dover raffreddare la percezione dell'insegnante. L'episodio (122-136) evidenzia la casualità delle proposte degli alunni, che buttano là proposte prive di intenzionalità (123, 126, 128, 130), lasciando che sia l'insegnante a dire se vanno bene o no. È l'esatto contrario di quello che, attraverso la collaborazione, dovremo costruire, altrimenti si consolida la dipendenza dall'insegnante senza che si sviluppi alcun apparato critico negli studenti.

²³ Questa esclamazione fa capire come l'attività è stata gradita e percepita stimolante. Mantengo le mie forti perplessità.

²⁴ Invito l'insegnante ad approfondire i contenuti dei miei commenti attraverso la lettura del libro che, come avevo detto nell'incontro, va considerato come 'testo del corso'. In particolare questi capitoli:

- IV.4 Promuovere la riflessione sui linguaggi e la traduzione fra linguaggio naturale e linguaggi della matematica e viceversa;
- V.3 La dualità processo – prodotto;
- IV.7 Brioshi, l'amico di penna algebrica;
- V.1 Rappresentazioni canoniche e non canoniche di un numero;
- V.5 Problemi: rappresentare vs risolvere. La lettera. Prime situazioni problematiche in cui figura un dato incognito: verso la rappresentazione di un numero 'misterioso'.

Per gli approfondimenti metodologici:

- 3. Le concezioni fondative del Progetto ArAl
- I.2 Costrutti teorici di riferimento
- I.3 La conduzione delle discussioni.