

Data 20/12/2022

1

**Commenti Insegnante di classe**

**Commenti Giancarlo Navarra**

**PRESENTAZIONE DELLA CLASSE:** La classe 1D è composta da 20 alunni, 11 femmine e 9 maschi. È presente una alunna certificata. La maggior parte dei ragazzi è sempre molto silenziosa durante le lezioni. Anche se invitati a interagire, quasi tutti si vergognano. In effetti molti hanno difficoltà ad esprimere, con un italiano adeguato, anche concetti molto semplici. Ho provato anche con la Griglia dei numeri e le Piramidi a registrare per stilare il diario ma, in ogni occasione, non sono riuscita a farli interagire nella maniera giusta, hanno risposto sempre i soliti tre-quattro. Penso che non siano mai stati abituati a lezioni dialogate e a confrontarsi tra loro.

**PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ:** L'insegnante ha proposto le situazioni problematiche alla LIM a tutto il gruppo classe. La lezione è stata proposta a dicembre, dopo aver ripassato le quattro operazioni, utilizzando anche la Griglia dei numeri e le Piramidi dei numeri.

**PROBLEMA 1:**

Ieri Giulio ha dato 5 pastelli a Matteo, ora Matteo ne ha 12. Quanti ne aveva all'inizio?

L'insegnante legge il primo problema proposto e chiede agli alunni di risolverlo.

1. Bruno: Prima facciamo  $12-5$  che fa 7, poi diciamo che all'inizio Giulio aveva 7 pastelli.
2. Mia: Se Giulio ha dato 5 pastelli a Matteo si ne aveva 7, confermo.
3. I: Chi viene alla lavagna a scrivere le operazioni effettuate?
4. Mia:  $12-5=7$ .
5. I: Cosa abbiamo fatto? Abbiamo risolto il problema trovando l'operazione che ci permette di risolverlo. Adesso proviamo a cambiare la domanda, che diventa: **Rappresentiamo la situazione in modo che Brioshi possa trovare la soluzione di questo problema.**<sup>1</sup> Adesso, quindi, dobbiamo spiegarli una procedura che gli permetta di risolverlo. **A chi viene in mente qualcosa da scrivergli?**<sup>2</sup> Fate finta di dover mandare una mail a Brioshi scrivendogli la procedura da utilizzare per risolverlo.
6. *Silenzio in classe per un po'.*
7. Vittoria: Possiamo rappresentarlo con un disegno.
8. I: Può andare bene, ma ricordatevi che lui conosce il linguaggio matematico.
9. Amhed:  $12-5=7$ .
10. I: Questa è la soluzione, non dovete dargli la soluzione, la deve trovare lui.
11. Enrico: n-b.

<sup>1</sup> Scrivo questo commento dopo il completamento della lettura del diario. Non mi è chiaro cosa significhi per gli alunni il termine-chiave 'rappresentare'. Se gli si chiedesse 'Spiegami: rappresentare cosa?' cosa risponderebbero? Naturalmente le risposte dipendono da come l'insegnante ha impostato la riflessione su questo tema. Riassumo i termini della questione, che costituiscono il senso dell'attività centrata sul confronto tra risolvere e rappresentare. La concezione procedurale porta a cercare le operazioni che risolvono il problema, quella relazionale porta a costruire la rappresentazione del problema, posponendo la preoccupazione di risolverlo. Rappresentare una situazione significa esprimere in linguaggio matematico le relazioni fra gli enti, noti e sconosciuti: rappresentare cioè la sua struttura. L'alunno dovrebbe riconoscere quindi tre enti, due noti, 12 e 5, e uno sconosciuto, che esprimerà con un simbolo (se la classe non è ancora pronta, può usare un simbolo qualsiasi ma, data l'età, si può introdurre la lettera) e due relazioni: una additiva, che esprimerà con il '+' o con il '-', e una relazione di equivalenza fra le rappresentazioni di due numeri, che esprimerà con l'=. Una possibile rappresentazione quindi sarà ( $p$  = numero dei pastelli all'inizio):  $p+5=12$ .

<sup>2</sup> L'insegnante usa questa espressione anche in seguito (21, 77). A mio avviso, domande generiche estranee al contesto che si sta esplorando, come ad esempio "Cosa potete dire?", "Cosa vi colpisce?", "Cosa vi viene in mente?", sono poco efficaci e lasciano spazio alle risposte più disparate. Presentano un carattere troppo generico e si corre il rischio che gli alunni si deconcentrino nella ricerca di risposte spesso casuali, fuorvianti, fantasiose, disperdendo conquiste fatte nelle fasi precedenti e rendendo difficile ricondurre la lezione nel binario previsto. Ritengo più produttive domande che contengano delle parole-indirizzo che orientino gli alunni nella ricerca della risposta, ad esempio, facendo riferimento al principale concetto in gioco: "Qualcuno spieghi cosa significa rappresentare per Brioshi". In effetti la spiegazione l'ha anticipata poche parole prima l'insegnante quando ha detto "dobbiamo spiegarli una procedura che gli permetta di risolverlo", ma ancora una volta mi chiedo cosa capiscano gli alunni. Credo che l'importanza dei temi sia invertita: il riflettore dovrebbe essere puntato su rappresentare, mentre anche in questa frase mi sembra invece puntato sul risolvere. Non è un caso che la classe rimanga in silenzio (6).

12. I: Come fa senza dati a risolverlo?<sup>3</sup>
13. Amhed:  $5 =$  pastelli che ha dato a Giulio.<sup>4</sup>
14. I. Brioshi non sa l'italiano.
15. Ali:  $5+?=12$ .
16. I: La scrittura di Ali può andare bene secondo voi?. Cosa gli abbiamo detto in questo modo?<sup>5</sup>
17. Alberto: Gli abbiamo detto che 5 più un numero viene 12 e così calcola  $12-5$  e viene 7.
18. Mia: Invece del punto interrogativo possiamo usare una lettera e scrivere  $5+n=12$ .
19. I: Bene, questa è una scrittura che possiamo inviare a Brioshi per rappresentare il problema. Come farà lui per trovare la  $n$ ?
20. Enrico:  $12-5=n$ .
21. I: Vi vengono in mente altri modi?<sup>6</sup>
22. Nessuno risponde.
23. L'insegnante propone il secondo problema:<sup>7</sup>

Il percorso di una corsa ciclistica è di 220 km. A Christian mancano al traguardo 85 km. Quanti km ha percorso sinora?

24. Francesca legge il problema.
25. I: Chi viene alla lavagna per analizzare il problema?
26. Nizar: Se noi facciamo 220 meno 85 viene il risultato 135, che sono i km che ha percorso Christian.
27. I: Così però non hai analizzato il problema, mi hai detto subito come fare per trovare la soluzione.
28. Nizar: 220 sono i km della corsa e 85 quelli che mancano a Christian. 135 sono quelli che ha percorso.
29. I: Abbiamo risolto il problema. Ora dobbiamo rappresentare la situazione in modo che Brioshi possa calcolare il numero di km percorsi finora da Christian. Chi vuole dire qualcosa?<sup>8</sup>
30. Ana:  $220-85$  e trova lui il risultato.

<sup>3</sup> L'insegnante segue il suo pensiero, centrato sul risolvere; sarebbe stato meglio chiedere all'alunno cosa intendesse con 'n-b'. Questa scrittura rientra in quell'atteggiamento, frequente nel primo approccio con l'algebra, che abbiamo battezzato 'ebbrezza da simbolo': si manifesta in modi diversi, ma esprime comunque un uso non consapevole delle lettere in matematica; per esempio, come in questo caso, Enrico sostituisce con delle lettere due numeri conosciuti. È questo uno dei nodi concettuali che dovrebbero essere affrontati assieme alla classe.

<sup>4</sup> Ahmed dà una risposta che non c'entra nulla con la domanda (12) dell'insegnante. Inoltre 5 non è 'pastelli' ma 'numero di pastelli'. Anche questo è un punto chiave da negoziare con la classe. Inoltre, l'intervento dell'insegnante (14) non mi sembra legato al (13). L'impressione che ho spessissimo commentando i diari è che l'insegnante cerchi di riportare la sua classe 'sulla retta via' senza però interagire realmente con gli alunni, ma seguendo il suo personale percorso mentale ritenendo, in buona fede, che per loro essa sia una guida trasparente.

<sup>5</sup> Purtroppo so di essere dovuta intervenire troppo durante la lezione. I ragazzi, senza la mia guida costante, ancora non esprimono le loro opinioni e rimangono in silenzio. Ritengo che non sia tanto che gli alunni non esprimano opinioni, ma che non capiscano cosa chiede loro l'insegnante: ha proposto un problema elementare, lo abbiamo risolto subito, poi ha chiesto di fare in modo che lo risolva un altro alunno. Cosa vuole ancora da noi? Probabilmente lei ha affrontato questi aspetti in momenti precedenti con la classe, ma le riflessioni relative non traspaiono dal diario. Si rimane costantemente nell'ambito del risolvere, come testimonia l'intervento successivo di Alberto (17): "viene 12... calcola... viene 7". Queste sono occasioni importanti per un insegnante neofita nell'ambito della costruzione del pensiero pre-algebrico perché lo portano a riflettere sul suo modo di porsi di fronte ai temi che sta trattando e agli interventi degli alunni.

<sup>6</sup> A quali 'altri modi' pensa l'insegnante? Desidererebbe sentirsi proporre scritture come  $n+5=12$ ,  $12=5+n$ ,  $12=n+5$ ,  $12-n=5$ ,  $5=12-n$ ,  $n=12-5$ ? Ma questi modi non possono 'venire in mente', possono solo essere il frutto di una condivisione, graduale e costante, degli aspetti teorici in gioco, che gli alunni vengono guidati a conoscere: la rappresentazione di un problema, la rappresentazione canonica e non canonica di un numero, le parafrasi, la proprietà simmetrica dell'uguaglianza, la dualità risolvere/rappresentare. Si legga a questo proposito [La condivisione del quadro teorico con gli studenti](#). Anche qui non mi stupisco se la classe poi rimane in silenzio (22).

<sup>7</sup> Un aspetto che è stato del tutto trascurato nel corso della lezione è il confronto collettivo sulle due consegne, in modo che gli alunni capiscano la differenza fra la loro abitudine al risolvere (in cui sono loro i protagonisti) e la grande novità rappresentata dal rappresentare (in cui loro non sono più i protagonisti-risolutori). È sulla negoziazione di questi significati che si costruisce negli alunni un modo nuovo di concepire i problemi.

<sup>8</sup> A proposito di questo tipo di domande vedi mio Commento 4 al rigo 5.

31. I: E come glielo spieghi che deve trovare il risultato? Così gli hai scritto un'operazione e lui non capisce **senza una rappresentazione corretta**.<sup>9</sup>
32. Kleo:  $220-85=n$ .<sup>10</sup>
33. I: Se invece di  $220-85=n$  scriviamo  $n=220-85$  è la stessa cosa? Brioshi capisce la stessa cosa?
34. Classe: Sì.
35. Enrico: Sì perché abbiamo applicato la proprietà commutativa.
36. Classe: No.
37. Enrico: Abbiamo scambiato il risultato. Abbiamo invertito tutti i numeri.
38. Ali: Abbiamo invertito calcolo e risultato.
39. Nizar: Perché  $n$  è sempre la differenza di  $220-85$ .<sup>11</sup>
40. I: Esatto. È sempre una differenza e si può leggere da sinistra a destra o da destra a sinistra<sup>12</sup>. Anche se li inverte rimane sempre una uguaglianza.  $220-85=n$ , faccio una operazione per trovare un risultato.  $n=220-85$  dico a Brioshi la procedura per trovare il risultato. Cosa gli spiego?
41. Nizar: Che per trovare il risultato devo fare una differenza.<sup>13</sup>
42. L'insegnante propone il terzo problema:

Roberta ha un libro di 276 pagine e ne ha già lette 180. Ha deciso che leggerà le pagine rimanenti in 6 giorni leggendo ogni giorno lo stesso numero di pagine. Quante pagine leggerà al giorno?

43. Giulio: Dobbiamo fare 276 che sono le pagine di tutto il libro poi 180 sono quelle che ha già letto e 6 giorni sono quelli che userà per leggere le pagine rimanenti.
44. I: Così però non dici che ogni giorno leggerà lo stesso numero di pagine.<sup>14</sup>
45. Giulio: In 6 giorni leggerà lo stesso numero di pagine. Dobbiamo fare 276 meno 180 diviso 6.
46. I: Come lo scriviamo alla lavagna?
47. Giulio: Il risultato di  $276-180$  lo dobbiamo dividere per 6.
48. I: Come lo scriviamo?
49. Giulio:  $276-180=n$
50. I: Non dobbiamo dirlo a Brioshi, ora dobbiamo risolverlo. Ema, tu come faresti?
51. Ema: Scrivo  $96:6$ .
52. I: Ma così abbiamo già trovato il risultato di  $276-180$ . Scriviamo l'espressione che ci permette di trovare il risultato.
53. Dezi:  $276-180:6$ . Sottraiamo due numeri e dopo il risultato diviso 6.
54. I: Spiegati meglio. Se tolgo la parentesi cosa dobbiamo fare? Leggimi questa espressione  $276-180:6$ .

<sup>9</sup> Non so bene cosa intenda l'insegnante con 'rappresentazione corretta'; per Ana, probabilmente, anche  $225-85 (30)$  è una rappresentazione 'corretta'.

<sup>10</sup> Faccio notare che, proponendo  $220-85=n$ , Kleo ha semplicemente aggiunto  $n$  come 'risultato', non come incognita.

<sup>11</sup> Nizar, nel dire 'n è la differenza di  $220-85$ ', esprime un punto di vista procedurale. Un punto di vista relazionale lo porterebbe a vedere non 'n', ma ' $220-85$ ', che sarebbe quindi il nome dell'oggetto matematico ' $220-85$ '.

<sup>12</sup> Mi chiedo in che senso l'insegnante dica 'È sempre una differenza': allude a ' $220-85$ ', a ' $n$ ' o a  $220-85=n$ ? Quale dei tre 'si può leggere da sinistra a destra o viceversa'? Cosa capiscono gli alunni? La sua frase successiva 'Faccio una operazione per trovare un risultato' esprime il suo retropensiero procedurale. Un punto di vista relazionale la porterebbe a interpretare una frase come  $220-85-n$  in un modo completamente diverso: "La differenza fra la lunghezza del percorso e la distanza che separa Christian dal traguardo è uguale al numero di chilometri percorsi sinora". Riprendendo quello che ho scritto nel commento precedente, questa frase definisce in linguaggio naturale l'oggetto ' $220-85=n$ '. Le due scritture sono una la traduzione dell'altra, e questo aspetto può essere messo in evidenza per gli alunni con i colori; ho descritto questa 'strategia cromatica', nel mio libro il capitolo V.3 'La dualità processo-prodotto'; inoltre è descritta nella [Traccia per l'insegnante che accompagna il problema dei pastelli](#). L'insegnante ne ha presa visione?

<sup>13</sup> In realtà la frase inviata non spiega questo: immaginando che la classe di Brioshi stia lavorando allo stesso problema, la interpreterebbe in senso relazionale così come viene scritta nella frase colorata scritta in linguaggio naturale. Nel lavoro con la classe continua a mancare il confronto tra le due strategie, senza il quale l'attività perde molto del suo significato.

<sup>14</sup> Mi sembra che l'insegnante dica troppo. Bisognerebbe chiedere di elencare, per cominciare, gli enti del problema, noti e sconosciuti. Gli alunni scoprirebbero che essi sono quattro, dei quali tre noti: il numero delle pagine del libro (276), quello delle pagine lette (180), il numero dei giorni (6), e uno sconosciuto: il numero di pagine che leggerà ogni giorno (per esempio p). Gli alunni devono essere aiutati a capire che la rappresentazione dovrà contenere tutti e quattro gli enti ponendoli in relazione fra loro. È solo introducendo questo 'rivoluzionario' cambio di prospettiva che il problema diventa non standard. Tutta la discussione successiva su questo problema (45-68) si svolge su un binario procedurale, e valgono i commenti precedenti.

	2022/23	Problemi non standard						4		
Castel S. Pietro Terme (BO)	I	I	2	3	4	5	I	2	3	C.

55. Dezi: Prima si fa  $180:6$ .
56. I: Quindi è una differenza fra 276 e  $180:6$ . Se metto la parentesi  $(276-180):6$  cosa diventa?
57. Nizar: Diventa una divisione tra 276 e 180 e 6.
58. Raqi: Il risultato si trova facendo  $96:6 = 16$ . Quindi al giorno Roberta dovrà leggere 16 pagine.
59. I: Ora dobbiamo rappresentare il problema per Brioshi. Dobbiamo spiegargli la relazione tra i dati. Come facciamo?
60. *Silenzio in classe.*
61. Enrico:  $(276-180):6=n:b=a$ .
62. I: Ma Brioshi così capisce qualcosa?
63. Ana: Io scriverei  $(276-180):6=n$ .
64. Raqi: Io scriverei  $n:6$  con  $n$  che è il risultato di  $276-180$ .
65. I: Ma così Brioshi cosa trova?
66. Ali: Trova il numero delle pagine da leggere.
67. Mia: Così la  $n$  rappresenta  $276-180$ , che sono le pagine ancora da leggere.
68. Raqi:  $276-180=n:6$ .
69. I: È giusta questa uguaglianza?<sup>15</sup>
70. Classe: È sbagliata.
71. Francesca:  $n=(276-180):6$ .
72. I: Così va bene?
73. Francesca: Sì perché così troviamo le pagine che dovrà leggere ogni giorno.<sup>16</sup>
74. I: Quindi che differenza c'è tra queste due scritte?  $n=(276-180):6$  e  $(276-180):6=n$ .
75. Mia: Nel primo modo abbiamo trovato il risultato del problema, nell'altro devi capire in che modo risolverlo e spiegarlo con linguaggio matematico.
76. I: In realtà le due scritte sono identiche, rappresentando in questo modo possiamo capire il significato delle operazioni e le relazioni tra i numeri. Vi vengono in mente altre scritte da mandare a Brioshi?
77. *Silenzio in classe.*

<sup>15</sup> La questione la risolve, ancora una volta, l'insegnante, secondo la tradizionale distinzione giusto/sbagliato. La classe (70) risponde 'sbagliata', ma poi l'insegnante non fa spiegare ad un alunno che ha risposto così perché la consideri tale. Se l'insegnante avesse posto a Raqi la domanda: "Spiega cosa significa  $276-180=n:6$ " avrebbe potuto contribuire a costruire una risposta come " $276-180=n:6$  significa che la differenza fra il numero delle pagine del libro (276) e quello delle pagine lette (180) è uguale al quoziente fra il numero di pagine che Roberta ha deciso di leggere ogni giorno ( $n$ ) e il numero dei giorni (6)". La riflessione collettiva porterebbe poi a capire che l'uguaglianza non è vera, e a scrivere quindi  $276-180 \neq n:6$ . Mi rendo conto delle difficoltà di una didattica di questo tipo, ma è qui che dobbiamo puntare, e il mio libro, le Unità, i Diari, gli interventi nelle classi, il sito potranno supportare gli indubbi ostacoli che incontrerà l'impegno dell'insegnante.

<sup>16</sup> Conclusione procedurale: "Così troviamo". Il protagonista è ancora la classe, non Brioshi.