

23 novembre 2023

1

Commenti *Giancarlo Navarra*

PRESENTAZIONE DELLA CLASSE: La classe 3 è composta da 15 alunni, 5 femmine e 10 maschi. È presente un alunno certificato 104 e uno certificato ADHD; sono inoltre presenti due alunni che non sono di madrelingua italiana.

PRESENTAZIONE DELL'ATTIVITÀ: L'insegnante ha proposto le situazioni problematiche a tutto il gruppo classe. Già in seconda l'insegnante aveva presentato alla classe il bambino Brioshi, amico giapponese con cui scambiarsi futuri messaggi misteriosi in linguaggio matematico. Qualcuno si ricordava di Brioshi, altri no. L'insegnante ha proposto ai bambini di allenarsi a trasformare i messaggi dal linguaggio naturale al linguaggio matematico, anche senza una richiesta diretta per Brioshi. I bambini sono parsi da subito incuriositi sul come si sarebbero inviati i messaggi a Brioshi: per posta? Per whatsapp? **E se Brioshi rispondesse al nostro indovinello mandandocene un altro, chiedono ancora?**²

IL PROBLEMA:

L'insegnante chiede di trasformare la seguente frase dal linguaggio naturale al linguaggio matematico:
 "A sette aggiungi 5".

1. L'insegnante chiede di trasformare la seguente frase dal linguaggio naturale al linguaggio matematico: "A sette aggiungi 5".
2. Simon: Però se scrivi sette in lettere allora devi scrivere anche cinque in lettere.
3. I: Avete ragione, così? *L'insegnante scrive alla lavagna:*

A sette aggiungi cinque

4. Classe: Sì, adesso va bene.
5. I: E adesso come facciamo?
6. Rejhan: In linguaggio matematico?
7. I: Sì.³
8. Rejhan: 7+5.
9. *L'insegnante scrive alla lavagna:*

A sette aggiungi cinque
 7+5

10. Classe: Questa era facile.
11. I: proviamone un'altra
12. *L'insegnante propone di trasformare in linguaggio matematico*⁴: Aumenta di sette il ventiquattro.

¹ Farò in alcuni commenti riferimento al mio libro *Aritmetica e algebra, un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni*, UTET Università, Torino, che indicherò con la sigla NAV.

² Molto interessante come domanda. L'abbiamo fatto molte altre volte in classe: Brioshi può essere impersonato dall'insegnante, dagli alunni, dai compagni di una classe della stessa o di un'altra scuola; in ogni caso, si comporta come garante della correttezza, a livello sia di scrittura che di interpretazione di una frase matematica. Siccome Brioshi impersona comunque l'amico di penna che sa, questa strategia funziona sempre e favorisce i passi in avanti nella comprensione di concetti che vengono approfonditi attraverso il continuo intreccio fra il linguaggio naturale e quello matematico. Brioshi può essere anche introdotto in pompa magna agli alunni più giovani da qualcuno che porta in classe una busta contenente un messaggio in cui le frasi in linguaggio matematico sono accompagnate, scherzosamente, da brevi testi scritti in caratteri dell'alfabeto giapponese.

³ Invito l'insegnante a non accettare frasi così sintetiche e di chiedere una loro riformulazione più completa del tipo "Dobbiamo tradurre la frase in linguaggio matematico". È importante anche educare gli alunni a non rispondere in forma di domanda come fa Rejhan.

⁴ Sarebbe necessario superare l'idea un po' generica di 'trasformare', e negoziare e condividere con la classe i concetti di rappresentare un processo o di tradurre, lavorando sugli aspetti semantici e sintattici dei due linguaggi. Questi termini dovrebbero diventare patrimonio della comunità (di alunni e insegnante) da usare quotidianamente.

Aumenta di sette il ventiquattro

13. Francesco: $7+24$.
14. Joele: Però dice aumenta! Aumentare di sette volte il ventiquattro.
15. Lorenzo: No, perché altrimenti la maestra avrebbe scritto 'moltiplica'.
16. I: Aumentare vuol dire moltiplicare?
17. Classe: No!
18. Joele: **Aumentare... non so... mi sembra moltiplicare.**⁵
19. Maestra: C'è scritto: Aumenta di 7 volte il 24? Proviamo a trovare una storia matematica.
20. Matilde: Ho 18 caramelle e mio nonno le aumenta di 2.
21. Joele: E cosa significa?
22. Simon: $18+2$, aumentare vuol dire aggiungere.
23. Joele: **Allora dobbiamo fare $24+7$, oppure $7+24$, tanto fanno lo stesso risultato.**⁶
24. Davide: No, è $7+24$.
25. Enrico: È $24+7$ perché prendi 24 palline e ne metti altre 7.
26. I: Qual è quello giusto allora? $7+24$ oppure $24+7$?
27. Seba: $7+24$; se sostituisco AUMENTA con AGGIUNGI devo mettere 7 ad altri 24.
28. I: Però la frase sarebbe: Aggiungi 7 a 24.
29. Simon: **Le frasi sono uguali perché i numeri sono uguali e $7+24$ e $24+7$ è uguale perché il risultato è sempre uguale a 31.**⁷
30. I: Il risultato è uguale? Il significato è uguale? Inventiamo una storia.
31. Rejhan: Ho mangiato 24 caramelle e ne ho mangiate altre 7.
32. Arianna: Ho comprato 24 caramelle e ne ho mangiate 7.
33. I: **Ma questo sarebbe $24-7$.**⁸
34. *I bambini fanno vari tentativi, ma non riescono a capire cosa intenda l'insegnante.*
35. I: **Diamo il nome a due personaggi e riproviamo.**⁹
36. Simon: Lukas ha comprato 24 palloncini e Giannino ne ha comprati altri 7, quindi $24+7$.
37. Arianna: Lukas ha comprato 7 palloncini e Giannino ne ha comprati altri 24, quindi $7+24$.
38. Tommaso: Sono uguali ma al contrario.
39. I: Se voi foste i due personaggi, la situazione sarebbe la stessa?
40. Simon: No, non è uguale, perché una volta Lukas ha 24 palloncini e un'altra volta ne ha 7.
41. I: Quindi se scrivo $24+7$ oppure $7+24$ è la stessa cosa?
42. Classe: No.
43. I: E qual è quella giusta rispetto alla nostra frase in linguaggio naturale? Da quale numero comincio?

⁵ L'episodio (14-18) fa emergere una misconcezione tipica e ben conosciuta in letteratura, che si forma nei primi anni della scuola primaria: moltiplicare, per gli alunni, comporta l'idea di aumentare. Questo è vero solo nell'insieme dei numeri naturali, e nemmeno sempre, perché $5 \times 0 = 0$ e $5 \times 1 = 5$. Quando in terza si incontrano moltiplicazioni come $5 \times 0,5 = 2,5$ le cose cambiano, ed è necessario che gli alunni riflettano su questo passaggio, altrimenti rischiano di trasferire, in modi spesso inespressi, le conoscenze maturate con i numeri naturali all'insieme dei numeri razionali. L'intervento di Joele (14: "Però dice aumenta! Aumentare di sette volte il ventiquattro") fa suonare il campanello d'allarme. Joele interpreta 'aumentare di 7' come 'aumentare di sette volte', e qui scatta l'idea della moltiplicazione. Invito l'insegnante a capire se il linguaggio che lei ha usato con la classe possa aver generato degli equivoci, o se sia un'interpretazione dell'alunno. In entrambi i casi è opportuno intervenire.

⁶ Joele esprime un pensiero procedurale, e probabilmente questo pensiero è diffuso. È necessario fare chiarezza, gradualmente, su questo aspetto, perché il nostro obiettivo è quello di far maturare un pensiero relazionale. Invito alla lettura di NAV-Cap.V.4 Dal pensiero procedurale al pensiero relazionale.

⁷ Lo scambio (22-27) è molto interessante, ma Simon esprime, come Joele (14), un punto di vista procedurale.

⁸ Perché l'ha detto l'insegnante? Sarebbe stato molto importante coinvolgere la classe in questa traduzione in linguaggi matematico, che sarebbe dovuta essere l'esito di una riflessione degli alunni sul significato delle frasi (31) e (32). La conferma di quanto sto dicendo è che la classe (34) non capisce cosa dica l'insegnante.

⁹ La strategia di inventare dei testi partendo dalle operazioni è in generale efficace, ma ritengo che in questo caso lo sarebbe ancora di più una riflessione collettiva: (a) sul significato del termine 'aumenta'; (b) su quale numero fra 7 e 24 aumenti; (c) su quale sia l'operazione coinvolta (detto in termini relazionali: se la relazione fra i due numeri sia additiva o moltiplicativa, come hanno sostenuto alcuni); (d) se la relazione additiva vada espressa mediante una addizione e una sottrazione.

44. Tommaso: Dal 7, perché è il primo numero che compare, e allora $7+24$.¹⁰
 45. I: Ma qual è il numero che deve fare qualcosa?¹¹
 46. Seba: $24+7$ è l'operazione che corrisponde al linguaggio naturale, perché è a 24 che devo aggiungere qualcosa.
 47. La classe concorda con Seba, allora l'insegnante propone una nuova trasformazione: Quant'è diciotto diminuito di otto?¹²

Quant'è diciotto diminuito di otto?

48. I: Cosa c'è di diverso rispetto alla frase di prima?
 49. Joelle: C'è la parola "diminuito" e poi ci sono numeri diversi.
 50. I: C'è anche scritto "Quant'è". Cosa significa?
 51. Davide: Che dobbiamo dire quanto fa.
 52. Matilde: C'è anche il punto di domanda che prima non c'era.
 53. Lorenzo: 18-8.
 54. Simon: Anche 8-18.
 55. Lorenzo: No, non puoi!
 56. Davide: Si, si può fare, semplicemente vai sotto zero.¹³
 57. L'insegnante scrive alla lavagna 8-18.

Quant'è diciotto diminuito di otto? 8-18

58. I: Come si legge?
 59. Davide: 8 diminuito di 18.
 60. Classe: Ma fa meno dieci. 18-8 che fa 10.
 61. I: Ma dobbiamo risolvere o solo trasformare in linguaggio matematico?
 62. Davide: C'è il punto di domanda allora bisogna rispondere.
 63. I: Allora come sostituisco "Quant'è"?
 64. Bryan: Con l'uguale.
 65. Matilde: $18-8=10$.
 66. La classe concorda con Matilde.

¹⁰ Anche questa è una misconcezione nota: si parla di traduzione sequenziale, cioè gli alunni riproducono nella traduzione lo stesso ordine in cui i numeri compaiono nel testo in linguaggio naturale. È l'esito della perdita (o della mancanza di controllo) sui significati delle scritture. Anche in questo caso è necessario introdurre, con gradualità, la consapevolezza di cosa significhi tradurre, e quindi la riflessione sulle relazioni fra i termini che compongono le due scritture, in linguaggio naturale e matematico. Invito alla lettura di NAV-Cap.IV.4 Promuovere la riflessione sui linguaggi e la traduzione fra linguaggio naturale e linguaggi della matematica e viceversa.

¹¹ Il linguaggio dell'insegnante in questo caso non è molto appropriato: un numero non deve fare qualcosa. Che un numero 'aumenti di 24' o 'diminuisca di 8' non significa che faccia. Ritengo che questo punto di vista lasci trasparire un retropensiero procedurale da parte dell'insegnante (e questo, lo sappiamo, è per altro inevitabile). Seba (46) argomenta comunque con molta chiarezza; sarebbe importante utilizzare la sua conclusione per portare ad una definizione relazionale di $24+7$ come 'somma fra 24 e 7'.

¹² La consegna è procedurale, induce l'individuazione di un prodotto, più che di un processo. Davide (51: "Che dobbiamo dire quanto fa") va in questa direzione. L'insegnante dovrà introdurre nel prosieguo dell'attività (forse nel frattempo ha già deciso di farlo) la traduzione di frasi relazionali (ad es: 'La somma fra 24 e 67', 'La differenza fra 29 e 18', 'Il prodotto fra 11 e 37').

¹³ Altro intervento procedurale, basato sul trovare il risultato (in (60) tutta la classe esprime questo punto di vista). È necessario modificare la rotta e avviare la riflessione sulla differenza fra rappresentare e risolvere. Invito alla lettura di NAV-Cap. V.5 Problemi: rappresentare vs risolvere. La lettera. Prime situazioni problematiche in cui figura un dato incognito: verso la rappresentazione di un numero 'misterioso'. Costruzione e soluzione di equazioni per gioco.